

GMF双层膜几何非线性变形模型及实验研究

刘 巍, 张永顺, 贾振元*, 王福吉, 郭东明

(大连理工大学 精密与特种加工教育部重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要: 超磁致伸缩薄膜 (GMF) 在磁致伸缩效应下的变形具有明显的几何非线性特征, 应用几何线性理论描述 GMF 的应力应变及本构关系存在较大误差. 结合几何非线性弹性理论, 并将磁致伸缩效应等效为 GMF 上体积力作用下的变形效应, 建立了 GMF 双层膜的几何非线性变形模型, 推导出了 GMF 在磁场作用下的挠曲线方程. 用泰勒级数法求得了挠曲线模型的数值解, 采用悬臂梁式超磁致伸缩双层膜 (TbDyFe-Polyimide (PI)-SmFe 和 TbDyFe-Cu-SmFe) 对模型进行了实验验证, 结果表明, 所提出的几何非线性挠曲线模型与实验结果具有较好的一致性.

关键词: 超磁致伸缩薄膜; 双层膜; 几何非线性; 格林应变
中图分类号: TB34 **文献标识码:** A

0 引 言

GMF 是一种新型的磁机耦合能量转换材料, 由于具有强磁致伸缩效应、较高的响应速度、非接触式驱动及良好的结构性能等优点而倍受关注^[1]. GMF 在磁致伸缩作用下的变形有其自身的特点, 因此, 为更好地将超磁致伸缩材料应用于工程实际, 研究 GMF 在磁致伸缩作用下的变形模型具有十分重要的意义.

在外磁场作用下, 悬臂梁式 GMF 的端部位移可达厚度的 2 倍以上^[2-3], 因此 GMF 的变形属于有限变形 (大变形) 范畴. Lacheisserie 等^[4]、Guerrero 等^[5-6]、Zhang 等^[7]、Voltairas 等^[8]建立的磁致伸缩耦合模型是以线弹性理论为基础的, 采用的是小变形条件假设. 以上模型中多以悬臂梁的端部位移为基础, 根据圆弧假设计算 GMF 挠曲线. 由于小变形假设和圆弧挠曲线模型都不符合 GMF 大挠曲变形的基本假设, 所建立的模型误差较大. 所以, 对于几何非线性问题应采用相应的非线性弹性理论来建立 GMF 的变形模型, 以提高模型的准确度.

本文从几何非线性弹性理论出发, 采用格林应变张量和基尔霍夫应力张量来描述 GMF-基片

系统的应力应变关系, 根据磁致伸缩力假设和力平衡原理, 推导悬臂梁式 GMF 双层膜非线性变形模型, 并将非线性挠曲线模型和圆弧挠曲线模型与实验结果进行分析比较.

1 超磁致伸缩双层膜几何非线性变形分析

GMF 按镀层结构可分为单层膜^[2]、双层膜^[3]和多层膜^[9]. 双层膜和多层膜比单层膜具有更好的输出力和位移等性能. 本文选择基片两表面分别镀有正负磁致伸缩系数的双层 GMF 为对象, 研究 GMF 的变形. 为便于研究 GMF 的变形过程, 将磁致伸缩作用等效为应力场的载荷, 进而分析 GMF 变形的几何方程、本构关系和平衡方程, 最后给出方程的数值解.

1.1 超磁致伸缩等效载荷

超磁致伸缩是指磁性体在磁场作用下伸长或缩短的现象, 它是磁机耦合能量转换过程的体现. 压磁方程为描述磁机耦合的基本方程. 在第一类压磁方程中表示的应变方程为^[10]

$$X = S^e + dH \tag{1}$$

式中: X 为应变; S 为弹性柔顺系数; e 为应力; d 为

收稿日期: 2005-07-10; 修回日期: 2006-11-28.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50605005, 60275034, 50275021).
作者简介: 刘 巍 (1979-), 男, 博士生; 贾振元* (1963-), 男, 教授, 博士生导师; 郭东明 (1959-), 男, 教授, 博士生导师.
©1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

磁弹性系数; H 为磁场强度. 将 GMF-基片看做是一个系统, 当只有磁致伸缩作用时, 所产生的磁致伸缩应变为 dH . 假设 GMF 的变形在弹性范围内, 相应磁致伸缩应力可表示为 $\sigma^m = EdH^{[1]}$ (E 为 GMF 的弹性模量). 将磁致伸缩应力等效为作用在 GMF 上的体积力可简化磁机耦合模型. 这一体积力定义为磁致伸缩力:

$$q \doteq EdHA/V \tag{2}$$

其中 A 为磁致伸缩应力作用面积, V 为 GMF 的体积.

对于 GMF 双层膜悬臂梁-基片系统, 首先假设磁致伸缩力等效为沿 X 方向的均匀分布载荷, 即等效为—体积力 q_1 和 q_3 , 如图 1 所示. 正负磁致伸缩薄膜的磁致伸缩力为

$$q_1 \doteq E_1 d_1 HA_1/V_1 \tag{3}$$

$$q_3 \doteq E_3 d_3 HA_3/V_3 \tag{4}$$

其中 E_1 、 E_3 分别为正负磁致伸缩薄膜的弹性模量; d_1 、 d_3 分别为正负磁致伸缩薄膜的磁弹性系数, 假设其值在低磁场下为磁场强度的函数, 即 $d_i = f_i(H)$; A_1 、 A_3 为力作用横截面积, V_1 、 V_3 为正负磁致伸缩薄膜体积. q_1 、 q_3 即为作用在 GMF 双层膜-基片上的体积力. 同时, 假设 GMF 内部没有残余应力.

1.2 GMF 双层膜变形的几何方程

基于磁致伸缩力的等效假设, 针对 GMF 悬臂梁变形前后的几何方程给出如下假设^[12]:

- (1) 梁变形前垂直梁轴线的横截面, 在变形后仍为平面;
- (2) 横截面变形后的平面仍与变形后的轴线垂直, 即忽略 GMF 变形中的剪切应变.

取梁主惯性轴为单元坐标系 $O-XYZ$, XOY 和 XOZ 为对称面, 且 q_1 、 q_3 在这两个对称面内施加. 基于假设 (1)、(2), 梁内某点 (x, y, z) 的位移可表示为

$$u = u(x, z) = u_n(x) - z \frac{\partial w}{\partial x},$$
$$v = v(x) = 0, w = w(x) \tag{5}$$

其中 $u_n(x)$ 为中性轴的轴向位移.

1.3 应力应变及本构关系

GMF 悬臂梁在磁致伸缩作用下变形为大挠度问题, 根据几何非线性理论, GMF 的应变应为格林应变^[13]:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]$$

根据 (1)、(2) 的假设, $v = v(x) = 0$, 并略去高阶项有

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2$$

所以由式 (5) 得

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_n(x)}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \tag{6}$$

在非线性弹性理论中格林应变对应的应力张量为基尔霍夫应力, 所以本构方程为^[13]

$$\epsilon_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \epsilon_{ij}}$$

其中 W 为材料的应变能. GMF 变形为小应变大挠度变形, 属于有限变形范围, 因此变形发生在弹性范围内. 假设 GMF-基片都为均匀弹性各向同性材料构成, 所以, GMF 的本构方程仍采用胡克定律解释应变和应力关系. 用应变表示的基尔霍夫应力关系为

$$\epsilon_{xx} = E \epsilon_{xx} \tag{7}$$

1.4 平衡方程

取悬臂梁截面进行分析, 选择中性轴为 X 坐标轴, 基片上端面到中性轴的距离为 h_{21} , 中性轴距下端面的距离为 h_{22} , 基片的厚度为 h_2 , 即 $h_{21} + h_{22} = h_2$. 正负 GMF 的厚度分别为 h_1 和 h_3 , 如图 1 所示.

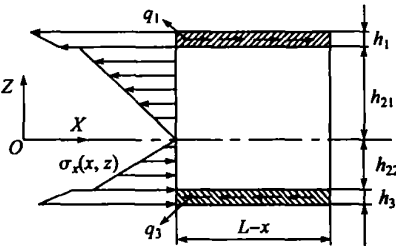


图 1 超磁致伸缩双层膜悬臂梁应力分析

Fig. 1 Stress analysis of GMF bimorph cantilever

根据力平衡原理有

$$\sum \epsilon_x(x, z) dz + q_i dx dz = 0 \tag{8}$$

其中 $i = 1, 3$. 在 XOZ 面内积分, 有

$$\left[\frac{\partial u_n(x)}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] (E_1 h_1 + E_2 h_2 + E_3 h_3) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} [E_1 (h_1^3 + 2h_1 h_{21}) + E_2 (h_{21}^3 - h_{22}^3) - E_3 (h_3^3 + 2h_3 h_{22})] + q_1 (L - x) h_1 + q_3 (L - x) h_3 = 0 \tag{9}$$

为便于求解挠曲线方程, 假设正负磁致伸缩力大小相等, 即 $q_1 = q_3 = q$. 所以, 中性轴的轴向位移

$u_n(x)$ 相对于挠度很小,可忽略不计. 上式简化为

$$K_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + K_2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + K_3 x + K_4 = 0 \quad (10)$$

其中

$$K_1 = -\frac{1}{2} [E_1(h_1^2 + 2h_1h_{21}) + E_2(h_{21}^2 - h_{22}^2) - E_3(h_3^2 + 2h_3h_{22})]$$

$$K_2 = \frac{1}{2} (E_1h_1 + E_2h_2 + E_3h_3)$$

$$K_3 = - (q_1h_1 + q_3h_3) = - q(h_1 + h_3)$$

$$K_4 = (q_1h_1 + q_3h_3)L = q(h_1 + h_3)L$$

K_1 、 K_2 、 K_3 和 K_4 单位分别为 $\text{Pa} \cdot \text{m}^2$ 、 $\text{Pa} \cdot \text{m}$ 、 N/m^2 、 N/m . 由悬臂梁的夹持状态可知平衡方程的边界条件为

$$x = 0, w(0) = 0; x = L, w'(L) = 0 \quad (11)$$

式 (10) 即为 GMF 双层膜的挠曲线微分方程, 求解该微分方程即可得到 GMF 悬臂梁的挠曲线表达式.

1.5 方程数值近似解

微分方程 (10) 的精确解 (解析解) 很难求得, 因此采用泰勒级数法求数值近似解. 选择五次泰勒级数, 即

$$w(x) \approx \sum_{k=0}^5 a_k x^k \quad (12)$$

作为挠曲线的近似函数. 由方程的边界条件可知, 上式没有常数项和一次项, 展开有

$$w(x) = a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 \quad (13)$$

其中

$$a_2 = -\frac{q(h_1 + h_3)L}{2K_1}, a_3 = \frac{q(h_1 + h_3)}{6K_1},$$
$$a_4 = -\frac{K_2q^2(h_1 + h_3)^2L^2}{12K_1^3}, a_5 = \frac{K_2q^2(h_1 + h_3)^2L}{20K_1^3}$$

2 GMF 双层膜实验验证及结果分析

为检验所提出的理论模型, 首先选择两种 GMF 双层膜作为实验对象, 在所研制的测试装置上测量 GMF 双层膜挠曲线数据; 最后, 分别将非线性挠曲线模型和圆弧挠曲线模型与实验结果进行比较.

2.1 GMF 双层膜及实验系统

实验采用的由磁控溅射法制备的 GMF 双层膜分别为铽镝铁 - 聚酰亚胺 - 钐铁 (TbDyFe-PI-SmFe) 和铽镝铁 - 铜 - 钐铁 (TbDyFe-Cu-SmFe) 薄膜. TbDyFe 和 SmFe 的厚度均为 $1\mu\text{m}$; 基片 PI 和 Cu 的厚度都为 $50\mu\text{m}$. GMF 双层膜的宽度都为 3mm . 薄膜和基片的弹

性模量 E_{TbDyFe} [14]、 E_{SmFe} [15]、 E_{PI} 、 E_{Cu} 分别为 50 GPa 、 41 GPa 、 130 GPa . 所以, PI 基和 Cu 基双层膜在方程 (10) 中的系数 K_2 分别为 $K_2^{\text{PI}} = 195\,000\text{ Pa} \cdot \text{m}$ 、 $K_2^{\text{Cu}} = 3\,345\,000\text{ Pa} \cdot \text{m}$.

所研制的实验设备如图 2 所示. GMF 双层膜悬臂梁挠曲线数据由激光微位移传感器 (MTI 仪器公司) 测量, GMF 的驱动磁场由可提供较为均匀磁场的赫姆霍兹线圈产生.

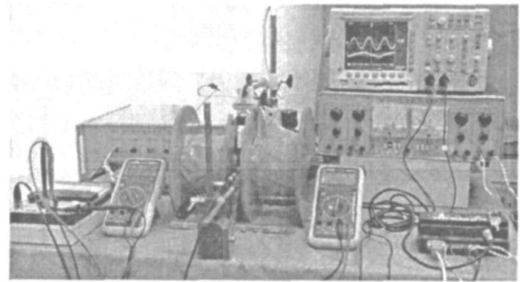


图 2 GMF 双层膜挠曲线实验装置

Fig. 2 Experiment devices for flexure line data of GMF bimorph cantilever

2.2 实验设计及结果分析

对于确定的材料和结构尺寸, 方程 (10)、(13) 中只有 q 和 K_1 (或者中性轴位置 h_{21}) 是未知的, 且用实验方法直接测量较为困难. 因此, 采用最小二乘法辨识出参数 q 和 K_1 . 对于同一 GMF 材料, 假设在同一磁场作用下任何夹持状态时的 q 和 K_1 的值是相同的. 因此, 首先应用一组数据拟合得到 q 和 K_1 的值, 然后结合辨识出的参数值预测其他夹持状态下挠曲线, 以验证挠曲线函数和磁致伸缩力等效方法的合理性.

悬臂梁的长度为 L , PI 基的分别取 30 mm 、 27 mm 、 24 mm , Cu 基的分别取 27 mm 、 24 mm 、 21 mm (每隔 3 mm 测量一组挠曲线的数值). 先分别取 30 mm 长的 PI 基薄膜和 27 mm 的 Cu 基薄膜的挠曲线数据确定 q 和 K_1 的值; 再采用后两种夹持长度的数据对模型进行验证. 驱动磁场的大小分别取 12 mT 和 24 mT . 通过拟合图 3 4 中的 30 mm 长的 PI 基薄膜和 27 mm 的 Cu 基薄膜的挠曲线实验数据得到 $q^{\text{PI-12 mT}}$ 、 $q^{\text{PI-24 mT}}$ 、 $q^{\text{Cu-12 mT}}$ 、 $q^{\text{Cu-24 mT}}$ 分别为 $15.694\,7$ 、 $46.212\,4$ 、 $27.428\,3$ 、 $120.113 \times 10^5\text{ N}/\text{m}^3$; 方程 (10) 中系数 $K_1^{\text{PI-12 mT}}$ 、 $K_1^{\text{PI-24 mT}}$ 、 $K_1^{\text{Cu-12 mT}}$ 、 $K_1^{\text{Cu-24 mT}}$ 分别为 $1.254\,6$ 、 $1.909\,6$ 、 $5.473\,5$ 、 $12.421\,2\text{ Pa} \cdot \text{m}^2$. 根据以上得出的 K_1 、 q 和 L 值, 得到挠曲线的数值近似曲线如图 3 4 所示.

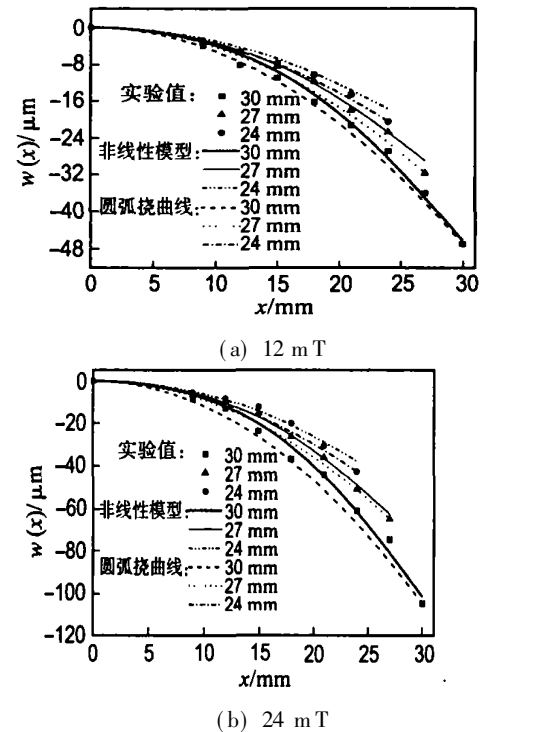


图 3 不同磁场强度下 TbDy Fe-PI-Sm Fe 悬臂梁挠曲线数据及数值近似模型曲线

Fig. 3 Flexure line data and numerical model curves of TbDyFe-PI-SmFe cantilever under different magnetic field intensity

从图 3 4可以看出: P 基和 Cu 基 GMF 在低磁场作用下的端部挠度可达 10~ 110 μ m,表现出几何非线性特征. 用最小二乘法比较非线性模型和圆弧挠曲线模型与实验数据的接近程度. 表 1 列出了最小二乘法得到的残差平方和值. 可见,非线性模型的残差平方和明显小于圆弧模型的残差平方和. 因此,结合实验数据辨识出的 q 和 K_1

值,非线性模型的数值解较好地预测了 27 mm 24 mm 长 PI 基 GMF 和 24 mm 21 mm 长 Cu 基 GMF 的挠曲线. 而基于圆弧假设由端部挠度确定的 GMF 双层膜悬臂梁挠曲线明显与实验数据存在较大误差,如图 3 4 和表 1 所示. 因此,比较圆弧挠曲线模型,所提出的非线性挠曲线数值模型更具合理性.

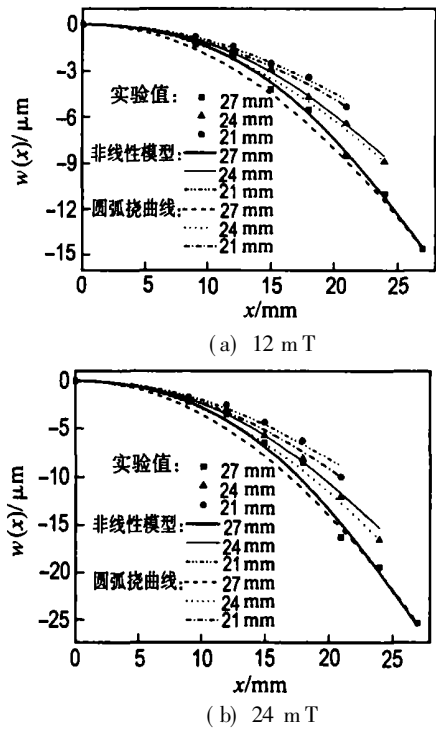


图 4 不同磁场强度下 TbDy Fe-Cu-Sm Fe 悬臂梁挠曲线数据及数值近似模型曲线

Fig. 4 Flexure line data and numerical model curves of TbDyFe-Cu-SmFe cantilever under different magnetic field intensity

表 1 非线性模型、圆弧模型与实验数据接近程度的比较 (E-12)

Tab. 1 Proximity comparison of nonlinear model, circular arc model with experimental data (E-12)						
PI 基 GMF	非线性模型 30 mm	圆弧模型 30 mm	非线性模型 27 mm	圆弧模型 27 mm	非线性模型 24 mm	圆弧模型 24 mm
$B = 12\text{ mT}$	14. 4	18. 9	8. 83	14. 1	10. 6	27. 8
$B = 24\text{ mT}$	101	224	13. 1	53. 2	33. 7	50. 1
Cu 基 GMF	非线性模型 27 mm	圆弧模型 27 mm	非线性模型 24 mm	圆弧模型 24 mm	非线性模型 21 mm	圆弧模型 21 mm
$B = 12\text{ mT}$	0. 433	2. 19	0. 195	0. 802	0. 260	0. 425
$B = 24\text{ mT}$	6. 77	13. 7	2. 11	4. 03	1. 69	2. 56

3 结 论

悬臂梁式 GMF 双层膜 (TbDy Fe-PI-Sm Fe 和 TbDy Fe-Cu-Sm Fe) 的端部挠度 (24 m T 的磁场下) 分别达到约其厚度的 2 倍和 0. 5 倍,表现出了明显的几何非线性变形特征. 本文将磁致伸缩效

应等效为 GMF 上的体积力 (磁致伸缩力) 的作用,采用几何非线性弹性理论,建立了 GMF 双层膜在磁场作用下的挠曲线模型. 基于泰勒级数法的模型数值解和圆弧模型分别与实验数据的比较结果表明:非线性挠曲线模型比文献 [4~ 8] 中的圆弧挠曲线模型具有更高的可信度.

参考文献:

- [1] 谢海涛, 斯永敏, 杨德明, 等. 超磁致伸缩薄膜材料及其应用 [J]. 中国有色金属学报, 2000, 10(增 1): 266-270
- [2] QUANDT E, SEEMANN K. Fabrication of giant magnetostrictive thin film actuators [C] // **Micro Electro Mechanical Systems**. Amsterdam: IEEE, 1995: 273-277
- [3] HONDA T, ARAI K I, YAMAGUCHI M. Fabrication of magnetostrictive actuators using rare-earth (Tb, Sm)-Fe thin films [J]. **J Appl Phys**, 1994, 76(10): 6994-6999
- [4] DU TREMOLET DE LACHEISSERIE E, PEUZIN J C. Magnetostriction and internal stresses in thin films: the cantilever method revisited [J]. **J Magn and Magn Mater**, 1994, 136: 189-196
- [5] GUERRERO V H, WETHERHOLD R C. Strain and stress calculation in bulk magnetostrictive materials and thin films [J]. **J Magn and Magn Mater**, 2004, 271: 190-206
- [6] GUERRERO V H, WETHERHOLD R C. Magnetostrictive bending of cantilever beams and plates [J]. **J Appl Phys**, 2003, 94(10): 6659-6666
- [7] ZHANG W X, PENG B, JIANG H C, *et al*. Influence of film thickness on deformation of a free magnetostrictive film-substrate system [J]. **J Magn and Magn Mater**, 2002, 247: 111-116
- [8] VOLTAIRAS P A, FO TIADIS D I, MASSALAS C V. Magnetization reversal in thin ferromagnetic films under mechanical stress [J]. **Int J Eng Sci**, 2000, 38: 903-919
- [9] QUANDT E, LUDWIG A. Giant magnetostrictive multilayers [J]. **J Appl Phys**, 1999, 85(8): 6232-6237
- [10] DU TREMOLET DE LACHEISSERIE E. **Magnetostriction Theory and Applications of Magneto-Elasticity** [M]. Florida: CRC, 1993: 53-55
- [11] SKUMAR J, GANESAN N, SWARNAMANI S, *et al*. Active control of simply supported plates with a magnetostrictive layer [J]. **Smart Mater and Struct**, 2004, 13(3): 487-492
- [12] 刘正兴, 孙雁, 王国庆. 计算固体力学 [M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2000
- [13] 李卓球, 董文堂. 非线性弹性理论基础 [M]. 北京: 科学出版社, 2004: 111-113
- [14] SCHATZ F, HIRSCHER M, SCHNELL M, *et al*. Magnetic anisotropy and giant magnetostriction of amorphous TbDyFe films [J]. **J Appl Phys**, 1994, 76(9): 5380-5382
- [15] 王福吉. 正负超磁致伸缩复合薄膜静态特性及控制关键技术 [D]. 大连: 大连理工大学, 2005

A geometrical nonlinear deformation model and its experimental study of bimorph giant magnetostrictive thin film

LIU Wei, ZHANG Yong-shun, JIA Zhen-yuan*, WANG Fu-ji, GUO Dong-ming

(Key Lab. for Precis. and Non-tradit. Mach. Technol. of Minist. of Edu.,
Dalian Univ. of Technol., Dalian 116024, China)

Abstract The geometrical nonlinearity of giant magnetostrictive thin films (GMF) is detected under the magnetostriction effect. Thus, it is inaccurate to employ the geometrical linear elastic theory to describe the strain, the stress and the constitutive law of GMF. So with combining the nonlinear elastic theory, a nonlinear deformation model of bimorph GMF is established, based on the assumption that the magnetostriction effect is equivalent to the effect of body force loaded on GMF. With the Taylor series method, the numerical solution is deduced. Thereafter, experiments on cantilever-bimorph TbDyFe-Polyimide (PI)-SmFe and TbDyFe-Cu-SmFe are conducted respectively, to verify the proposed model. Results indicate that the nonlinear flexure line model is in good conformity with the experimental data.

Key words giant magnetostrictive thin film; bimorph; geometrical nonlinearity; Green strain