

基于等效单自由度体系的结构滞回耗能估计

王 丰, 李 宏 男*

(大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要: 提出了研究单自由度体系和多自由度体系在地震作用下耗能关系的重要意义;建立了结构的等效单自由度体系能量方程,得出与原多自由度体系滞回耗能及变形能关系公式,据此提出了基于等效单自由度体系的多自由度结构体系总滞回耗能估计方法. 分别对质量为均匀分布,楼层剪切强度和剪切刚度为均匀及不均匀分布的 8 幢 5 层剪切型多自由度体系和其等效单自由度体系输入典型地震动,计算滞回耗能及变形能,并将计算结果进行比较分析. 结果表明,通过等效单自由度体系来估计剪切型多自由度体系的滞回耗能,是一种计算简便且较为准确的方法.

关键词: 多自由度体系; 等效单自由度体系; 滞回耗能; 变形能; 往复 Pushover 分析

中图分类号: TU311.3 **文献标识码:** A

0 引 言

结构抗震设计,就是要满足地震作用下对结构的刚度、承载力、稳定和耗能的需求,并使结构具备所需要的能力. 事实上,结构在地震中的运动反应是一个耗散地震输入能量的过程^[1]. 用能量概念来分析结构的地震反应,最早由 Housner 提出^[2]. 最初的能量方法用于研究单自由度体系(SDOFS)在地震作用下的极限设计^[2],其后有研究者用能量谱来研究结构物的弹塑性位移反应,提出了各种各样的能量谱,如总输入能量谱^[3]、滞回耗能谱^[4]、等效速度谱及吸收能量谱^[5]、瞬时输入能量谱^[6]等,并且建立了可应用于实际工程的设计能量谱^[7]. 文献[8]研究了基于能量概念的弹塑性最大位移反应. 文献[9-10]对瞬时输入能量及与弹塑性最大位移反应关系进行了研究. 综合上述研究成果发现,用能量概念来分析结构地震反应的研究工作主要集中在单自由度体系的研究. 尽管已有学者将能量方法的研究扩展到多自由度体系(MDOFS)^[3-11],但研究数量仍然很少,许多问题尚需探讨. 研究 MDOFS 与其等效单自由度体系(ESDOFS)能量耗散的联系,并通过以往 SDOFS 能量研究成果来分析研究 MDOFS,是一种简便有效的方法. 本文分析比较 MDOFS 及

其 ESDOFS 的滞回耗能及变形耗能,提出基于 ESDOFS 估计 MDOFS 总滞回耗能的方法.

1 等效单自由度体系 (ESDOFS)

根据结构动力学原理, MDOFS 在地面运动下的微分方程可以表示为

$$\ddot{Mu}(t) + \dot{Cu}(t) + f(u(t)) = -\ddot{Mu}_g(t) \tag{1}$$

式中: M 和 C 分别为体系的质量矩阵、瑞利阻尼矩阵; $f(u(t))$ 为弹塑性恢复力列向量,也可以表示为 $f(u(t)) = \tilde{K}(t)u(t)$, 其中 $\tilde{K}(t)$ 为随时间变化的弹塑性割线刚度矩阵; $u(t)$ 为楼层位移列向量; $u_g(t)$ 为地面运动加速度时程; I 为单位列向量.

根据等效单自由度体系假定^[12], MDOFS 的地震反应以第 i 振型为主,且振型形状保持不变. 那么结构楼层位移向量 $u(t)$ 可由广义位移 $x_{\bar{u}}(t)$ 和第 i 振型向量 Φ_i 近似表示为

$$u(t) = x_{\bar{u}}(t)\Phi_i \tag{2}$$

其中 Φ_i 为归一化振型,即顶层振型值 $H_n = 1$, 那么 $x_{\bar{u}}(t)$ 为结构顶层位移. 将式(2)代入式(1),并左乘以 Φ_i^T ,有

$$\begin{aligned} \Phi_i^T M \ddot{\Phi}_i x_{\bar{u}}(t) + \Phi_i^T C \dot{\Phi}_i x_{\bar{u}}(t) + \Phi_i^T \tilde{K}(t) \Phi_i x_{\bar{u}}(t) \\ = -\Phi_i^T M \ddot{u}_g(t) \end{aligned} \tag{3}$$

收稿日期: 2005-07-10; 修回日期: 2006-12-21.
基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目 (50025823).
作者简介: 王 丰 (1976-), 男, 博士生, E-mail: win_0803@163.com; 李宏男* (1957-), 男, 博士, 教育部长江学者奖励计划特聘教授, 博士生导师, E-mail: hnlh@dlut.edu.cn.
©1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

取 $q_i(t) = x_u(t) / \Gamma_i$, 其中 $\Gamma_i = \Phi_i^T \mathbf{M} \mathbf{I} \Phi_i$ 为振型参与系数, 可以得到

$$\Phi_i^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}_i(t) + \Phi_i^T \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}_i(t) + \Phi_i^T \mathbf{K}(t) \Phi_i \mathbf{q}_i(t) = - \Phi_i^T \mathbf{M} \ddot{u}_g(t)$$
 (4a)

上式可简写为

$$\mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}^* \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}^*(t) \mathbf{q}(t) = - \mathbf{M}^* \ddot{u}_g(t)$$
 (4b)

式中: $\mathbf{M}^* = \Phi_i^T \mathbf{M} \mathbf{I} \mathbf{C}^* = \Phi_i^T \mathbf{C} \Phi_i \Gamma_i$ 和 $\mathbf{K}^*(t) = \Phi_i^T \mathbf{K}(t) \Phi_i \Gamma_i$, 分别为 ESDOFS 的等效质量、等效阻尼和等效割线刚度。

从以上推导可以看出, 将 MDOFS 等效为 ESDOFS, 实质上是使用一定振型 i 所对应的 Γ_i 来进行力和位移的转换。以前面提到的假定为前提, ESDOFS 的割线刚度 $\mathbf{K}^*(t)$ 与 MDOFS 的整体割线刚度存在着联系^[13], 其中 MDOFS 的整体割线刚度表示为在整个弹塑性过程中基底剪力与顶层位移关系对应的瞬时刚度, 分析中为了方便简化为双线性力-位移关系形式。以往的很多弹塑性静力分析方法^[12~14]就是根据这一性质得到的等效单自由度体系能力曲线, 本文也通过此性质来建立 MDOFS 和 ESDOFS 的滞回耗能关系。

2 能量关系分析

对式 (4b) 右乘 $d\mathbf{q}(t)$, 并在时域积分, 得到 ESDOFS 的能量方程:

$$\int \mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{q}}(t) \mathbf{q}(t) dt + \int \mathbf{C}^* \dot{\mathbf{q}}(t) \mathbf{q}(t) dt + \int \mathbf{K}^*(t) \mathbf{q}(t) \mathbf{q}(t) dt = - \int \mathbf{M}^* \ddot{u}_g(t) \mathbf{q}(t) dt$$
 (5a)

上式可以简写为

$$E_k^*(t) + E_d^*(t) + E_r^*(t) = E_i^*(t)$$
 (5b)

式中: $E_k^*(t)$ 、 $E_d^*(t)$ 、 $E_r^*(t)$ 和 $E_i^*(t)$ 分别为 ESDOFS 的动能时程、阻尼耗能时程、变形能时程和地震输入能时程。其中, 变形能由弹性能、塑性能和滞回耗能组成, 表示为

$$E_r^*(t) = \int \tilde{\mathbf{K}}^*(t) \mathbf{q}(t) \mathbf{q}(t) dt = \frac{1}{\Gamma_i^2} \int_0^t \mathbf{K}^*(t) x_u(t) x_u(t) dt$$
 (6)

将 $\tilde{\mathbf{K}}^*(t) = \Phi_i^T \mathbf{K}(t) \Phi_i \Gamma_i$ 代入式 (6), 可以得到

$$E_r^*(t) = \frac{1}{\Gamma_i^2} \int_0^t \Phi_i^T \mathbf{K}(t) \Phi_i \Gamma_i x_u(t) x_u(t) dt = \frac{1}{\Gamma_i} E_r(t)$$
 (7)

式中: $E_r(t)$ 为 MDOFS 的整体变形能时程; x_u 、 $\dot{x}_u(t)$ 为 MDOFS 的顶层位移和速度, Γ_i 为振型参与系数。式 (7) 即为 ESDOFS 和 MDOFS 的变形耗能关系公式。地震结束后, 弹性能为零, 结构的

变形能转化为滞回耗能。于是在一次地震动结束后, 式 (7) 也可以表示为

$$E_h^* = \frac{1}{\Gamma_i} E_h$$
 (8)

式中 E_h^* 、 E_h 分别为经历一次地震动作用, ESDOFS 和 MDOFS 的总滞回耗能, 本文即运用此公式来建立基于 ESDOFS 的 MDOFS 总滞回耗能估计方法。

3 滞回耗能估计方法

能量设计方法是通过控制结构或构件的耗能能力, 以达到控制整个结构抗震性能的目的。实质上就是要使结构或构件的耗能能力大于地震作用下结构或构件的耗能需求, 即认为结构安全。本文旨在建立通过 ESDOFS 来估计 MDOFS 滞回耗能需求的方法, 具体步骤如下:

(1) 首先将 MDOFS 等效为 SDOFS (如图 1), 取归一化的第一振型 Φ_1 , 按第 2 章方法计算 ESDOFS 的等效质量 $\mathbf{M}^*$ 和等效阻尼 $\mathbf{C}^*$ 。

(2) ESDOFS 的滞回特性通过对 MDOFS 进行往复 Pushover^[15] 的方法来确定。根据第 2 章等效体系原理, 往复 Pushover 的侧向力分布采用第一振型分布模式。式 (9) 给出了侧向力分布计算公式, 其中 $\mathbf{F}_1$ 为第一振型模式的水平推覆力列向量; $\mathbf{M}$ 为质量矩阵; Φ_1 为第一振型。得到的结构 ESDOFS 滞回特性如图 2 所示。

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{M} \Phi_1$$
 (9)

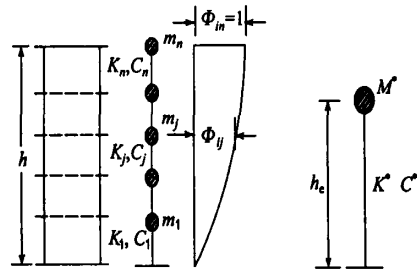


图 1 MDOFS 和 ESDOFS 模型简图

Fig. 1 Models of MDOFS and ESDOFS

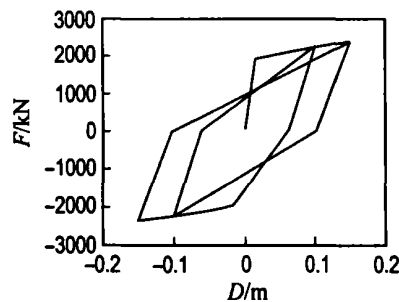


图 2 ESDOFS 滞回特性图

Fig. 2 Hysteretic characters of ESDOFS

(3) 对 ESDOFS 输入地震动时程, 计算滞回耗能 E_h^* . 如果设计能量谱^[6]成熟, 并在工程中得到运用, 那么通过设计滞回能量谱来确定 ESDOFS 的滞回耗能 E_h^* 更具有实际应用价值.

(4) 将求得的滞回耗能 E_h^* 代入式 (9) 计算出 MDOFS 的总滞回耗能 E_h .

4 算例分析

4.1 模型建立

为验证本文方法的准确性, 选择质量为均匀分布, 楼层屈服剪力系数 α_j 和剪切刚度为不均匀

分布的 MDOFS 为例进行比较分析. 分析中为了减小高阶振型影响, 选择模型层数为 5 层; 并选择概念简单的剪切型 MDOFS 模型为分析模型. 阻尼取瑞利阻尼, 阻尼比 $\gamma = 0.05$; 层间滞回模型取 Clough 双线性刚度退化模型, 屈服刚度系数取 0.024, 刚度退化系数取 0.4. α_j 为楼层屈服剪力 V_y 与楼层弹性反应剪力 V_e 之比, 即 $\alpha_j = V_y/V_e$, 各层屈服剪力系数 $\alpha_j = T_j \alpha_j$, 其中 $\alpha_j = 0.4$, T_j 为第 j 层屈服剪力比例参数; 各楼层初始剪切刚度 $K_j = U_j K$, 其中 $K = 4 \times 10^5$ kN/m, U_j 为第 j 层剪切刚度比例参数. 表 1 为本文算例参数.

表 1 算例参数 T_j 和 U_j 表
Tab. 1 Parameters T_j and U_j of the case study

楼层号	α_{yj}/α_y				K_j/K			
	均匀分布	底层薄弱	中层薄弱	顶层薄弱	均匀分布	底层薄弱	中层薄弱	顶层薄弱
1	1	0.7	1	1	1	0.5	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	0.7	1	1	1	0.5	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	1	1	0.7	1	1	1	0.5

4.2 计算结果及比较分析

首先将剪切型 MDOFS 等效为 ESDOFS, 确定 ESDOFS 的质量、阻尼和滞回特性, 采用时程分析法计算剪切型 MDOFS 和其 ESDOFS 的滞回耗能, MDOFS 取各层滞回耗能之和为总滞回耗能. 选取了 1940-05-19 的 El Centro 180 地震记录和 1992 年 Landers 地震中 Desert Hot Springs 台站的 0° 方向观测记录 (以下简称 Landers 地震动) 作为地震输入, 加速度峰值取 0.4g.

表 2 给出了主要的计算结果, 首先来分析屈服剪力系数 α_j 均匀和不均匀分布结果: (1) ESDOFS 能够较为准确地估计 MDOFS 的总滞回耗能, 平均相对误差约为 6.4%; (2) 底层薄弱估计误差相对较大, 平均相对误差约为 10.3%; (3) 相比之下, 均匀分布、中间层薄弱和顶层薄弱情况误差较小. 刚度均匀及不均匀分布结果表

明: (1) 对于刚度分布情况, ESDOFS 也能够较为准确地估计 MDOFS 的总滞回耗能, 平均相对误差为 8.8%; (2) 底层薄弱情况与顶层薄弱情况估计误差均较大, 平均相对误差分别为 11.6%、10.8%; (3) 中间层薄弱与均匀分布情况估计误差较小.

误差原因分析: (1) 等效单自由度体系 (ESDOFS) 中假设了结构位移反应仅受第一振型控制, 而尽管本文选择了较低楼层, 高阶振型的影响仍起到一定的作用; (2) 等效单自由度体系过程中, 假定 MDOFS 的振型形状不变^[12] 与实际情况存在着差异.

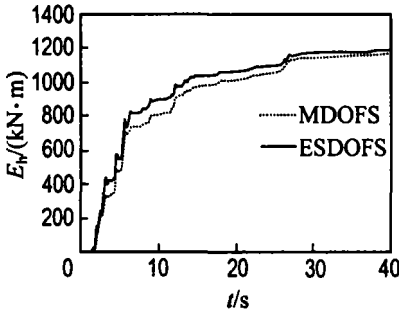
此外, 从表 2 中还可以看到输入 Landers 地震动的估计误差均较输入 El Centro 地震动大, 说明了本文建议的滞回耗能估计方法的准确性受不同地震动的影响而有所差别.

表 2 滞回耗能结果及比较
Tab. 2 Results and comparison of hysteretic energy

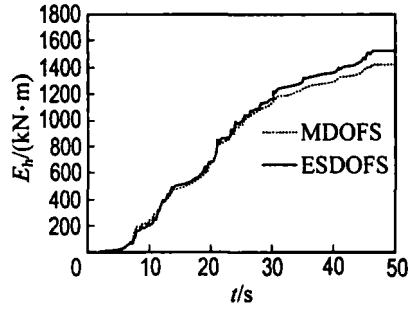
屈服剪力系数		El Centro			Landers		
分布和刚度分布		MDOFS	ESDOFS	相对误差 /%	MDOFS	ESDOFS	相对误差 /%
α_y 分布	均匀分布	1 163.3	1 219.2	4.8	1 423.4	1 506.2	5.8
	底层薄弱	967.3	1 049.0	8.4	1 217.4	1 365.1	12.1
	中层薄弱	1 166.7	1 188.2	1.8	1 421.5	1 524.8	7.3
	顶层薄弱	1 188.2	1 213.5	2.1	1 425.5	1 556.3	9.2
刚度分布	均匀分布	1 163.3	1 219.2	4.8	1 423.4	1 506.2	5.8
	底层薄弱	870.1	963.3	10.7	1 075.1	1 208.5	12.4
	中层薄弱	1 070.2	1 137.7	6.3	1 302.3	1 418.7	8.9
	顶层薄弱	1 178.8	1 295.2	9.9	1 418.3	1 584.8	11.7

从以上分析可知,本文建议的基于 ESDOFS 的 MDOFS 总滞回耗能估计方法是一种概念简单、使用方便且具有较好精度的能量需求计算方法.

滞回耗能是累计耗能,在时程过程中变形能近似等于滞回耗能,当地震结束后,弹性能为零,变形能等于滞回耗能,所以可通过结构变形耗能时程来反映滞回耗能发展变化趋势.图 3 4 给出了 El Centro 和 Landers 地震动作用下,屈服剪力系数中层薄弱情况和剪切刚度中层薄弱情况的 MDOFS 与其 ESDOFS 变形耗能时程比较图,其他的强度及刚度分布情况与图 3 4 两组图相似.



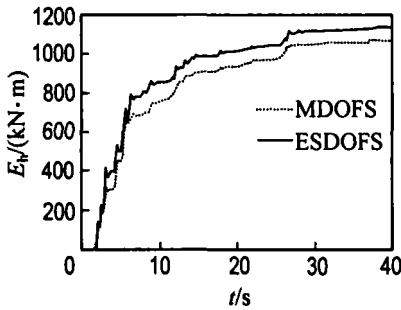
(a) El Centro



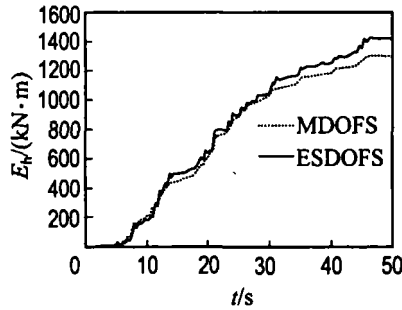
(b) Landers

图 3 屈服剪力系数中层薄弱情况的变形能时程比较

Fig. 3 Comparison of deformation energy history of the weak condition of yield shear ratio of mid storey



(a) El Centro



(b) Landers

图 4 刚度中层薄弱情况的变形能时程比较

Fig. 4 Comparison of deformation energy history of the weak condition of rigidity of middle storey

5 结 论

(1) 本文提出的基于 ESDOFS 的 MDOFS 总滞回耗能估计方法是一种概念简单、使用方便并具有一定准确性的方法.

(2) 因为本文方法属近似估计方法,所以存在一定误差.但由于估计结果均大于实际结果,并且误差控制在一定范围之内,符合工程设计中安全可靠的理念.

(3) 在实际工程运用中,对误差较大的分布情况,如屈服剪力系数分布不均匀的底层薄弱情

况,刚度分布不均匀的底层薄弱和顶层薄弱情况,其平均相对误差均超过 10%,需经过适当修正后使用;其他分布情况,因为误差较小,可根据具体情况直接使用.

从图中可以看出,ESDOFS 与 MDOFS 的变形耗能时程无论在趋势上还是在数值上都符合很好.ESDOFS 和 MDOFS 的变形能误差在开始阶段较小,当结构耗散了一定的滞回耗能后误差开始明显增加.对于 El Centro 地震动,其地震能量主要集中在 6 s 以前,在这一时间段内变形耗能迅速增加,结构消耗了主要的滞回能,过 6 s 后变形耗能增加缓慢,此后较明显的误差出现;而对于 Landers 地震动,由于其能量沿时程的分布较均匀,变形耗能增量也很均匀,与 El Centro 的情况相似,在结构消耗了大量的滞回能后估计误差明显出现并增加.

况,刚度分布不均匀的底层薄弱和顶层薄弱情况,其平均相对误差均超过 10%,需经过适当修正后使用;其他分布情况,因为误差较小,可根据具体情况直接使用.

(4) 本文方法适用于第一振型起控制作用的结构,对于高阶振型影响明显的结构来说,建议采用 Chopra 的 Modal 分析思路^[16],即首先选取影响结构反应较大的前几阶振型,对每一阶振型采用本文方法计算,最后通过一定的组合方法对基于各振型结果进行组合.

参考文献:

- [1] 李宏男, 赵衍刚. 日本新 县中越大地震震害调查及分析 [J]. 自然灾害学报, 2005, 14(1): 165-174
- [2] HOUSNER G W. Limit design of structures to resist earthquake [C] // **Proceeding of the First World Conference on Earthquake Engineering**. Berkeley: [s n], 1956 5-1-5-11
- [3] 秋山 宏. **Earthquake-resistant Limit-state Design for Building** [M]. Tokyo: University of Tokyo Press, 1985
- [4] MCKEVITT W E. Hysteretic energy spectra in seismic design [C] // **Proceeding of the Seventh World Conference on Earthquake Engineering Structural Aspects**. Istanbul [s n], 1980 487-494
- [5] CHOU Chung-che, UANG Chia-ming. Establishing absorbed energy spectra-an attenuation approach [J]. **Earthquake Eng and Struct Dyn**, 2000, 29: 1441-1455
- [6] 胡冗冗, 王亚勇. 地震动瞬时输入能量谱探讨 [J]. 工程抗震, 2004(1): 9-13
- [7] DECANINI L D, MOLLAIOI F. An energy-based methodology for the assessment of seismic demand [J]. **Soil Dyn and Earthquake Eng**, 2001, 21: 113-137
- [8] YE L P, OTANI S. Maximum seismic displacement of inelastic systems based on energy concept [J]. **Earthquake Eng and Struct Dyn**, 1999(6): 1483-1499
- [9] YUTAKA Hagiwara. Momentary energy absorption and effective loading cycles of structures during earthquakes [C] // **Proceedings of 12st WCEE**. Auckland [s n], 2000
- [10] 胡冗冗, 王亚勇. 地震动瞬时能量与结构最大位移反应关系研究 [J]. 建筑结构学报, 2000, 21(1): 71-76
- [11] 经 杰, 叶列平, 钱稼茹. 基于能量概念的剪切型多自由度体系弹塑性地震位移反应分析 [J]. 工程力学, 2003, 20(3): 31-37
- [12] FREEMAN S A. Prediction of response of concrete buildings to severe earthquake motion [R] // Publication SP-55, 589-605. Detroit: American Concrete Inst, 1978
- [13] 潘 龙. 基于推倒分析方法的桥梁结构地震损伤分析与性能设计 [D]. 上海: 同济大学, 2001
- [14] CHOPRA A K, GOEL R K. Capacity-demand-diagram methods for estimating seismic deformation of inelastic structures: SDF systems [C] // **PEER 1999/02**. Berkeley: University of California, 1999
- [15] 叶献国, 种 迅, 李康宁, 等. Pushover方法与循环往复加载分析的研究 [J]. 合肥工业大学学报, 2001, 24(6): 1019-1024
- [16] CHOPRA A K, GOEL R K. A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands or buildings [J]. **Earthquake Eng and Struct Dyn**, 2002, 31(3): 561-581

Estimation of hysteretic energy of structures based on equivalent SDOF systems

WANG Feng, LI Hongnan*

(State Key Lab. of Coastal and Offshore Eng., Dalian Univ. of Technol., Dalian 116024, China)

Abstract The important meanings of researching into the relationship of seismic energies of single-degree of freedom (SDOF) systems and multi-degree of freedom (MDOF) systems are presented. The relation formula of hysteretic energy and deformation energy of MDOF structures as well as the equivalent SDOF systems based on the energy equation is developed. The procedure of estimating hysteretic energy of MDOF structures under severe earthquake motions based on equivalent SDOF systems is proposed. With the analysis of eight examples of uniform and nonuniform shearing lumped mass MDOF structures, it is shown that the procedure to get hysteretic energy demand of MDOF structures employing the method based on equivalent SDOF systems is a simple, effective and exact method.

Key words MDOF system; equivalent SDOF systems; hysteretic energy; deformation energy; reversal Pushover analysis