第47卷第3期
2007年5月

大连理工大学学报
Journal of Dalian University of Technology

Vol. 47, No. 3
May 2007

文章编号: 1000-8608(2007)03-0368-04

基于模糊折中规划的稳健多目标优化设计

许焕卫*[1], 黄洪钟[2], 张 旭[1]

(1. 大连理工大学 精密与特种加工教育部重点实验室, 辽宁 大连 116024;
2. 电子科技大学 机械电子工程学院, 四川 成都 610054)

摘要: 针对稳健设计目标函数与波动之间的冲突及协调问题,提出了一种基于模糊折中规划的稳健设计多目标优化方法. 该方法在考虑工程稳健设计中大量存在的模糊因素的前提下,建立目标函数以及波动的隶属度函数,利用模糊偏好分配每个目标的权重从而均衡目标函数值和波动之间的平衡. 该方法将决策者的偏好充分体现到决策过程中,从而得到决策者所期望的折中解. 从实例结果可以看出,模糊折中规划适合于求解稳健优化设计问题.

关键词: 模糊折中规划; 稳健设计; 多目标优化

中图分类号: TH122 **文献标识码:** A

0 引 言

近年来,稳健设计在机械优化设计领域越来越受到人们的重视. 稳健设计的基本思想就是在设计变量或设计参数波动的情况下如何保持质量最优. 由于在科学与工程实践中很多设计问题都涉及带有约束条件的多个目标的同时优化,稳健设计不可避免地要涉及到多目标优化问题. 许多学者已提出了多种方法来求解稳健设计的多目标优化问题[1-4]. 文献[1]采用的线性加权方法已经被证明不能有效地产生全部 Pareto 解集[5]. 文献[2]利用功效函数方法,但是功效函数有时很难用清楚的数学公式表示. 文献[3]采用的物理规划属于交互式优化方法,优化的成功与否很大程度上依赖决策者的主观判断. 文献[4]提出的遗传算法只要求被优化的函数值是可计算的,不要求它具有连续性及可微性,是一种较好的优化算法,但是其求解过程复杂,有时需要针对不同的优化问题建立特定的算法模型. 文献[6]提出利用折中规划的方法解决稳健设计中的多目标问题,能够处理不同目标函数之间的相对重要性问题,然而在实际的工程优化设计中存在着大量的模糊因素,不考虑这些客观存在的模糊因素的优化设计方法是不全面的. 为此,本文在文献[6]的基础上引入模糊技术来求解稳健设计多目标优化数学模型.

1 基于模糊折中规划的稳健设计双目标优化数学模型

1.1 稳健设计的双目标模型

Taguchi首先提出了基于质量损失函数的稳健设计. 对于不同的质量特性(望目特性、望小特性、望大特性),质量损失函数可以表述为不同的形式. 以望目特性为例,其质量损失函数为[7]

$$E[(L(Y,T)] = K[\sigma^2 + (\mu - T)^2] \quad (1)$$

式中: K 为质量损失系数, T、σ 分别为质量特性的期望值和均方差, μ 为质量特性的目标值. 它们的关系可以用图1来阐述. 从图中看出稳健设计可以分为两个方面的优化[7]: 一方面为如何使目标值(μ)尽可能地达到期望值(T); 另一方面为如何最小化不确定因素所引起的波动(σ),从而最终达到减少产品质量损失的目的.

一般的多目标优化问题可表述如下:

$$\begin{aligned} &\min f_i(x);\ i = 1,2,\cdots,N \\ &\text{s.t. } g_j(x) \leqslant 0;\ j = 1,2,\cdots,J \\ &\qquad x_l \leqslant x \leqslant x_u \end{aligned} \quad (2)$$

收稿日期: 2005-06-22; 修回日期: 2007-03-09.
基金项目: 教育部优秀青年教师资助计划资助项目(1766); 高等学校全国优秀博士学位论文作者专项基金资助项目(200232); 太原重型机械集团有限公司资助课题(200501).
作者简介: 许焕卫*(1974-), 男, 博士生.
?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

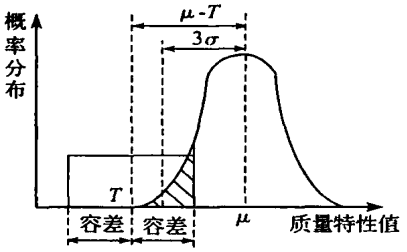

图 1　稳健设计质量分布图

Fig. 1　Quality distribution in robust design

依前所述,稳健设计可表述为如下的多目标优化问题[6]:

$$\min\ [\mu_i, \sigma_i];\ i = 1, 2, \cdots, N$$

$$\text{s.t.}\ g_j(x) + k_j \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial g_j}{\partial x_i} \right| \Delta x_i \leqslant 0;\ j = 1, 2, \cdots, J$$

$$x_l + \Delta x \leqslant x \leqslant x_u - \Delta x \tag{3}$$

式中: $\mu_i = f_i(x)$, σ_i 的公式可以按统计学或者 Taylor公式展开得到, Δx_i 为第 i 个设计变量的容差. 对问题 (3),从文献 [8 9]中可知,大多数情况下波动的减小是以增大目标值对期望值的偏离为代价的. 因此,在稳健设计中,如何有效地控制目标值和波动之间的平衡是至关重要的.

1.2　目标函数的模糊折中规划

模糊折中规划是一种有效的解决多目标优化问题的方法. 该方法通过计算可行解集与理想解之间的距离,并用在可行解集中找到与理想解距离最近的解的方法来确定最终解,从而达到整体最优[10]. 这种方法的原理可以用图 2所示的双目标优化来说明. 图中, f_1、f_2 是要优化的目标值, A_1、A_2、A_3、A_4、A_5 为可行解, A_0 为理想解, L_i 为可行解 A_i 与理想解之间的距离. 当必须从 5个可行解中选一个作为最终解时,可以看出此时 A_3 与理想解的距离是最近的 (f_1、f_2 同等重要),按照模糊折中规划,就可以把 A_3 作为最终的优化解.

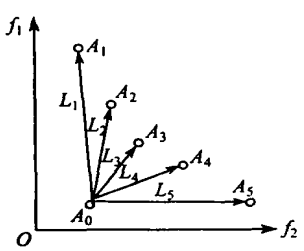

图 2　折中规划原理图

Fig. 2　Graphical illustration of compromise programming

定义 1　各目标单独在约束条件下以最小值为分量所构成的向量

$$\boldsymbol{Z}_l = (\mu_1^l\ \sigma_1^l\ \cdots\ \mu_N^l\ \sigma_N^l)$$

称为问题 (3) 的理想值向量. 各目标单独在约束条件下以最大值为分量所构成的向量

$$\boldsymbol{Z}_u = (\mu_1^u\ \sigma_1^u\ \cdots\ \mu_N^u\ \sigma_N^u)$$

称为问题 (3) 的反理想值向量.

由此可定义各个目标函数的隶属函数:

$$g_k(x) = \begin{cases} 1;\ Z_k(x) \leqslant Z_l \\ \dfrac{Z_u - Z_k(x)}{Z_u - Z_l};\ Z_l < Z_k(x) < Z_u \\ 0;\ Z_k(x) \geqslant Z_u \end{cases} \tag{4}$$

从而原多目标优化问题 (3) 可转化为模糊折中规划的单目标优化问题:

$$L = \max\left\{ \left[\sum_{i=1}^{N} \lambda_i^p g_i^p(x) \right]^{1/p} \right\} \tag{5}$$

式中

$$\sum_{i=1}^{N} \lambda_i = 1,\ \lambda_i \geqslant 0,\ 0 < p \leqslant \infty$$

参数 p 为距离指数. 在实际的工程问题中,决策者可以根据需要来选取不同的 p 值. 一般情况下, p 可取下列各值:

(1) $p = 1$. 目标函数的意义为所有单一目标函数的距离之和, 此时目标函数定义为 Manhattan距离,即

$$L = \max\left\{ \sum_{i=1}^{N} \lambda_i g_i(x) \right\} \tag{6}$$

(2) $1 < p < \infty$. 目标函数的意义为加权几何距离, 特别是当 $p = 2$时, 目标函数表示 Euclidean距离,即

$$L = \max\left\{ \sum_{i=1}^{N} \lambda_i^2 g_i^2(x) \right\}^{1/2} \tag{7}$$

(3) $p = \infty$. 目标函数定义为 Chebyshev 距离,其意义为最大加权距离,即

$$L = \max\{\min \lambda_i g_i(x)\} \tag{8}$$

λ_i 代表了第 i 个目标的重要程度. 当 $p = 1$和 2时通过选择 λ_i,决策者可以对不同的目标设置不同的重要性,从而充分体现出决策者的偏好. 如果目标函数较多,决策者难以清晰地判断目标函数的重要与否, λ_i 的选取可以利用模糊偏好的方法[11]获得. 其求解步骤如下:

(1) 确定各个目标函数之间的关系. 任意两个目标函数之间的关系可以简化为 6种规则.

(2) 根据设计者对目标函数的偏好需求求出偏好矩阵 $\boldsymbol{R}$.

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

(3) 根据偏好矩阵利用下列公式求得权重系数 λ_i,

$$\lambda_i = \frac{S_1(a, \boldsymbol{R})}{\sum_{c_j \in \mathbf{C}} S_1(a, \boldsymbol{R})} \tag{9}$$

2 实例分析

设计如图 3所示受到集中载荷的双杆结构[6]. 设计变量为杆的横截面公称直径 x_1、高度 x_2. 设计目标为每个杆受到的压力最小. $g_1(x)$、$g_2(x)$ 分别为体积约束、变形约束. 载荷 F_r 为 150 000 N,壁厚 t为 2.5 mm,跨度 b为 750 mm,弹性模量 E为 210 000 MPa.

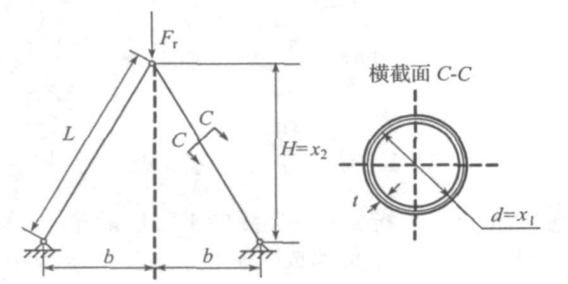

图 3 双杆支架结构

Fig. 3 The two-bar structure

此双杆结构的一般优化数学模型为

目标函数: $f(x) = \dfrac{F_r}{2\pi t x_1 x_2}\sqrt{b^2 + x_2^2}$

约束条件: $g_1(x) = \dfrac{2\pi t x_1 \sqrt{b^2 + x_2^2}}{700\ 000} - 1.0 \leqslant 0$

$$g_2(x) = \frac{\dfrac{F_r}{2\pi t x_1 x_2}\sqrt{b^2 + x_2^2}}{\dfrac{1}{8}\pi^2 E \dfrac{t^2 + x_1^2}{b^2 + x_2^2}} - 1.0 \leqslant 0$$

$$1.0 \leqslant x_1 \leqslant 100.0\ (\mathrm{mm})$$

$$10.0 \leqslant x_2 \leqslant 1\ 000.0\ (\mathrm{mm})$$

首先根据式 (3) 把原优化问题转化为稳健设计多目标模型. 可控因素的变差 $\Delta x_1 = 1.0$, $\Delta x_2 = 5.0$, $k_i = 1.0$,并且 e_{x_i} 取值 $\frac{\Delta x_i}{3}$. 首先求出各个目标函数在约束下的理想值和反理想值,利用式 (4) 建立隶属函数;最后用式 (6)、(7)、(8) 把上述优化模型转化为模糊折中规划的形式. 为更好地观察目标函数及其波动之间的关系,这里首先直接给出了权重的取值. 最终的优化问题的数学模型利用 Matlab6.0优化工具箱进行求解,得到的最终优化结果如表 1和 2所示.

表 1 模糊折中规划方法优化后的设计变量

Tab. 1 Results of variables based on the fuzzy compromise programming

权重 (λ_1, λ_2)	优化结果 (x_1, x_2)		
	$p = 1$	$p = 2$	$p = \infty$
(0.1, 0.9)	(45.26, 599.38)	(45.28, 599.01)	
(0.2, 0.8)	(44.60, 621.63)	(44.64, 620.12)	
(0.3, 0.7)	(44.00, 641.58)	(44.00, 641.51)	
(0.4, 0.6)	(43.47, 659.63)	(43.47, 659.60)	
(0.5, 0.5)	(42.99, 676.04)	(42.99, 676.07)	(42.99, 676.05)
(0.6, 0.4)	(42.55, 691.08)	(42.55, 691.14)	
(0.7, 0.3)	(42.15, 704.94)	(42.15, 705.03)	
(0.8, 0.2)	(41.78, 717.80)	(41.78, 717.91)	
(0.9, 0.1)	(41.44, 729.81)	(41.49, 728.04)	

表 2 模糊折中规划方法优化后的设计结果

Tab. 2 Results of objective values based on the fuzzy compromise programming

权重 (λ_1, λ_2)	优化结果 $(_, e)$		
	$p = 1$	$p = 2$	$p = \infty$
(0.1, 0.9)	(337.89, 2.553 2)	(337.93, 2.553 1)	(331.75, 2.611 5)
(0.2, 0.8)	(335.51, 2.563 6)	(335.67, 2.562 7)	
(0.3, 0.7)	(333.82, 2.577 7)	(333.82, 2.577 6)	
(0.4, 0.6)	(332.61, 2.593 9)	(332.61, 2.593 9)	
(0.5, 0.5)	(331.75, 2.611 5)	(331.75, 2.611 5)	
(0.6, 0.4)	(331.15, 2.629 7)	(331.15, 2.611 5)	
(0.7, 0.3)	(330.26, 2.648 2)	(330.75, 2.629 7)	
(0.8, 0.2)	(330.51, 2.666 7)	(330.51, 2.648 3)	
(0.9, 0.1)	(330.38, 2.685 2)	(330.51, 2.666 9)	
	Z_l = (330.34, 2.549); Z_u = (1 554.2, 33.3)		

从表 1和 2可以看出,目标函数及其波动是一个此消彼涨的关系. 以 $p = 1$为例,当目标函数达到最优时 (330.38)其波动达到 2.685 2;当波动最小时 (2.553 2) 目标函数的值为 337.89. 因此在目标函数与波动之间有必要进行协调以满足设计者的需要. 当利用模糊偏好求解时,设目标值 $_$ 与波动 e的关系为 $_ \propto e$,最终求得的权重 $\lambda_1 = 0.35$, $\lambda_2 = 0.65$. 最终解为 $p = 1$ 时, $\boldsymbol{X} = (44.23\quad 650.18)$, $(_, e) = (333.22, 2.585\ 6)$; $p = 2$ 时, $\boldsymbol{X} = (44.24\quad 649.98)$, $(_, e) = (333.20, 2.587\ 1)$. 可以看出当决策者认为减小波动比较重要时相应求出解的波动也较小. 从数据结果可以看出本文提出的基于模糊折中规划的稳健多目标优化方法能够根据决策者对目标的偏好在不同的目标函数之间进行权衡,使优化结果满足多个目标函数的需要.

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

3 结　论

本文根据稳健设计中的多目标需求,提出了一种基于模糊折中规划的稳健设计多目标优化方法. 它不仅能够处理不同目标函数之间的相对重要性问题,而且能最大程度地优化全局目标. 实例结果表明,模糊折中规划可以让决策者灵活地在多个目标之间进行权衡,是求解稳健设计多目标优化问题的有效方法,适合于实际工程应用.

参考文献:

[1] SUNDARESAN S, ISHII K, HOUSER D R. A robust optimization procedure with variations on design variables and constraints [J]. **Adv in Des Autom**, 1993, **69**(1): 379-386

[2] HAZELRIGG G A. **Systems Engineering and Approach to Information-Based Design** [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1996

[3] CHEN W, SAHAI A, MESSAC A, *et al*. Exploration of the effectiveness of physical programming in robust design [J]. **ASME J Mech Des**, 2000, **122**(2): 155-163

[4] FOROURAGHI B. A genetic algorithm for multiobjective robust design [J]. **Appl Intell**, 2000, **12**: 151-161

[5] DAS I, DENNIS J E. A closer look at drawbacks of minimizing weighted sums of objectives for Pareto set generation in multicriteria optimization problems [J]. **Struct Optim**, 1997, **14**: 63-69

[6] CHEN W, WIECEK M M, ZHANG J. Quality utility-a compromise programming approach to robust design [J]. **ASME J Mech Des**, 1999, **121**(2): 179-187

[7] CHEN W, ALLEN J K, MISTREE F, *et al*. A procedure for robust design: minimizing variations caused by noise factors and control factors [J]. **ASME J Mech Des**, 1996, **118**(4): 478-485

[8] CHEN W, ALLEN J K, MISTREE F. System configuration: concurrent subsystem embodiment and system syntheses [J]. **ASME J Mech Des**, 1996, **118**(2): 165-170

[9] CHEN W, ALLEN J K, MISTREE F. The robust concept exploration method for enhancing concurrent systems design [J]. **Concurrent Eng: Res and Appl**, 1997, **5**(3): 203-217

[10] LI Lu-shu, LAI K K. A fuzzy approach to the multiobjective transportation problem [J]. **Comput & Oper Res**, 2000, **27**: 43-57

[11] 关志华, 寇纪淞, 李敏强. 基于模糊偏好的多目标进化优化算法 [J]. 天津大学学报, 2002, **35**(3): 275-280

A fuzzy compromise programming approach to robust multi-objective optimization design

XU Huan-wei*[1], HUANG Hong-zhong[2], ZHANG Xu[1]

(1. Key Lab. for Precis. & Non-tradit. Mach. Technol. of Minist. of Edu., Dalian Univ. of Technol., Dalian 116024, China;
2. School of Mechatronics Eng., Univ. of Electr. Sci. and Technol. of China, Chengdu 610054, China)

Abstract In view of conflictive and collaborative relationship between objective and variation function, a fuzzy compromise programming approach to determine the optimal solution of robust design is proposed. The proposed approach sets up membership functions of objective and variation, uses fuzzy preferences method to allot weights to different objectives by considering the fuzzy factors which exist in engineering optimization problems. The proposed approach can give a global evaluation for conflicting objectives by taking into account the decision-maker's preference. Example results show that the proposed approach is efficient to robust design.

Key words fuzzy compromise programming; robust design; multi-objective optimization

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net