

应力比对脆性材料断裂影响及应变断裂准则验证

李维红^{*1}, 陈雄¹, 王怀亮², 宋玉普²

(1.大连大学 建筑工程学院, 辽宁 大连 116622;

2.大连理工大学 土木水利学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 应用材料破坏分析软件 MFPA^{2D} (material failure process analysis), 模拟了平面应力下双向应力比不断变化条件下脆性材料的不同破坏失稳过程, 并以玻璃为例, 重点研究了其在复杂应力状态下不同双向应力比对脆性材料裂纹扩展和断裂的影响. 研究表明, 裂纹失稳扩展时的应力强度因子值随着双向应力比的升高而升高. 该结果证明双向应力确实对脆性材料的断裂韧性有影响. 理论分析得出的应变失效准则与数值模拟研究结果及试验结果的比较研究表明, 应变失效准则作为脆性材料在双向应力下的断裂准则是可行的.

关键词: 脆性材料; 应力比; 数值模拟; 应变断裂准则

中图分类号: TU501 **文献标识码:** A

0 引言

双向应力是否影响固体的断裂行为至今尚未有统一的结论. 一般的断裂力学教科书^[1,2]都认为模型 I 裂纹的发展只跟垂直于裂纹面的应力有关, 而与平行于裂纹的应力无关. 这种结果主要基于 Griffith^[3]早期的研究和假设, 它具有应用上的简便性. 然而这种似乎是断裂力学里的基本概念问题却常常在理论上和实践上受到质疑. Swedlow^[4]早在 20 世纪 60 年代就提出平行应力不是增强便是削弱一个含裂纹构件的断裂强度. Liebowitz 等证明了平行应力对裂纹尖端的局部能量密度和应力应变场的影响^[5]. 由于他们没有最后给出平行应力与断裂的解析关系, 没能引起人们太多的注意. 70 年代初 Kibler 等^[6]进行的含裂纹平板 (有机玻璃和金属) 的双向拉伸试验表明, 平行于裂纹面的拉应力 (平行应力) 对试件有增强作用, 即临界应力强度因子 K_{IC} 随着平行应力的增大而增强. 这种试验结果后来被 Hilton 解释为双向应力对塑性强度因子的作用^[7]. 包亦望采用热力学方法, 对玻璃和陶瓷材料进行的双向拉伸试验得到平行于裂纹的拉应力使含裂纹构件的断裂韧性提高, 压应力则相反的结果^[8]. 作者

通过数值试验也得到类似结果. 但由于脆性材料的拉伸试验和裂纹预制等问题在实施上有相当难度, 对脆性材料在不同双向应力状态下断裂和失效规律的研究很困难, 在目前来说, 甚至是不可能的.

随着计算机的发展, 有限元、边界元等数值算法在材料破坏分析方面的应用越来越广. 本文应用东北大学岩石破裂与失稳研究中心开发的 MFPA^{2D} (material failure process analysis) 软件, 以玻璃为例, 模拟平面应力下双向应力比不断变化条件下脆性材料的不同破坏失稳过程. 由于玻璃构件大多是在双向或多向应力状态下工作的, 双向应力的断裂研究不仅对完善断裂力学理论有意义, 而且对玻璃的实际应用也有现实意义. 同时, 虽然国内外的许多学者对玻璃在双向应力下的断裂和失效进行了大量的理论及试验研究, 但是到目前为止, 还未见运用数值试验进行玻璃在复杂应力状态下裂纹扩展和断裂研究及模拟玻璃在双向应力下的破坏过程方面的报道. 因此, 作者拟通过数值模拟方法, 为玻璃、陶瓷等脆性材料的断裂力学研究提供新方法和思路.

收稿日期: 2006-03-10; 修回日期: 2007-03-25.

基金项目: 建设部研究开发资助项目 (06-k7-15); 中国博士后科学基金资助项目 (20060400970).

作者简介: 李维红* (1971-), 女, 大连理工大学 2005 届博士, 副教授.

1 数值模拟模型

1.1 脆性材料破坏过程分析程序 MFPA^{2D} 概述

本文所用 MFPA^{2D} 系统,是一个能模拟脆性材料逐渐破坏过程的数值模拟工具^[9-10].和其他已有的逐渐破坏模型 (progressive failure/fracture/damage model) 一样^[11],MFPA^{2D} 包括两个方面的功能: 应力分析和破坏分析. MFPA^{2D} 的应力分析采用有限元法进行,破坏分析则是根据一定的破坏准则来检查材料中是否有单元破坏,对破坏单元采用刚度特性退化 (处理分离) 和刚度重建 (处理接触) 的办法进行处理. 为了模拟试验机加载情况,采用位移加载方式. 对于每一步给定的位移增量,首先进行应力计算;然后根据破坏准则来检查模型中是否有破坏单元,如果没有,继续增加一个位移增量,进行下一步应力计算,如果有,则根据单元的拉或剪破坏状态进行刚度退化处理,然后重新进行当前步的应力计算. 重复上述过程,直到整个材料产生宏观破坏. 考虑到玻璃类脆性材料的抗拉强度远小于抗压强度,本文采用了修正后的库仑准则及包含拉伸截断^[12] 作为单元破坏的强度判据.

1.2 计算数学模型

1.2.1 模型说明 建立如下数值试验模型: 试件的几何尺寸如图 1 所示;计算范围为 30 mm×30 mm,共划分为 300×300=90 000 个等面积单元;裂纹预置在试样的中部,采用平面应力分析. 为了研究双向应力对玻璃断裂和失效的影响,除单向拉伸 ($\lambda = 0$) 外,在保持垂直于裂纹的应力不变的条件下,同时设计了双向应力比 λ ($\lambda = \sigma_1/\sigma_2$) 分别为 -1.0 -0.8 -0.5 -0.2 0.2 0.5 0.8 1.0 时的共 9 种不同受力状态模型.

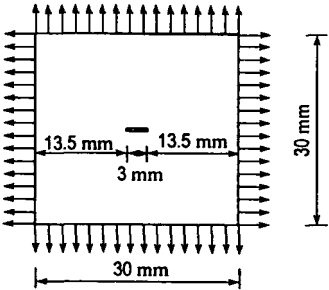


图 1 模拟试样的几何参数

Fig. 1 The geometry parameters of simulation specimens

1.2.2 力学参数说明 MFPA^{2D} 程序以某种分布形式对材料强度和弹性模量进行初始赋值. 本文采用韦布尔 (Weibull) 分布 $J_c(m, _)$ 来近似反映缺陷和晶粒等各微元强度等力学参数的不同. 韦布尔参量 m 是材料的结构参数,它反映了材料结构中缺陷分布不均匀程度,在量值上是该材料结构分形维数 D 的 2 倍. m 越大,表明材料的性质越均匀,一般认为 m 大于 20 即为均质材料. $_$ 为反映岩石材料平均性质的参数. 本模型中,玻璃力学参数如下: 弹性模量 $E = 73\ 000\ \text{MPa}$,抗压强度 $R_c = 800\ \text{MPa}$,泊松比 $\nu = 0.22$, $m = 7$. 为了与试验模型一致,这里的割缝为完全贯通的裂纹,在图 1 所示的各种受力状态下,该裂纹不会闭合,而将不断地扩展.

本文采用位移加载方式,模拟过程共计加载 100 步,每步加载量为 0.000 1 mm (本程序计算中规定压应力为正,拉应力为负). 单元破坏准则中的压拉强度比为 10,采用修正的莫尔-库仑判据作为单元破坏的准则,由此得到的模型材料可以用于模拟玻璃这种脆性材料的性质.

2 数值模拟结果与讨论

2.1 玻璃断裂及裂纹扩展过程的数值模拟

为分析不同双向应力比对玻璃断裂、失效及裂纹扩展过程的影响,共进行了 9 个方案的模拟,每个方案均进行了多次数值试验. 图 2 为模拟平面试样在不同双向应力比状态下的数值光弹图,通过该图可直观地了解玻璃在不同双向应力比状态下的应力分布情况 (因篇幅所限,只在图 2 中列出有代表性结果).

显然,裂纹尖端的应力分布在单向和双向应力状态下是不同的. 在等值双向拉伸 ($\lambda = 1$) 情况下,最大压应力的分布几乎相同,最大拉应力和剪应力的分布在 $\lambda = 1$ 和 $\lambda = 0$ 时是不同的. 应力集中和裂纹尖端附近局部应力分布的不同意味着玻璃在不同应力状态下的断裂阻力是不同的,即双向应力对脆性材料的断裂韧性有影响. 这一结论实际已被关于断裂韧性的试验所证实^[13-14].

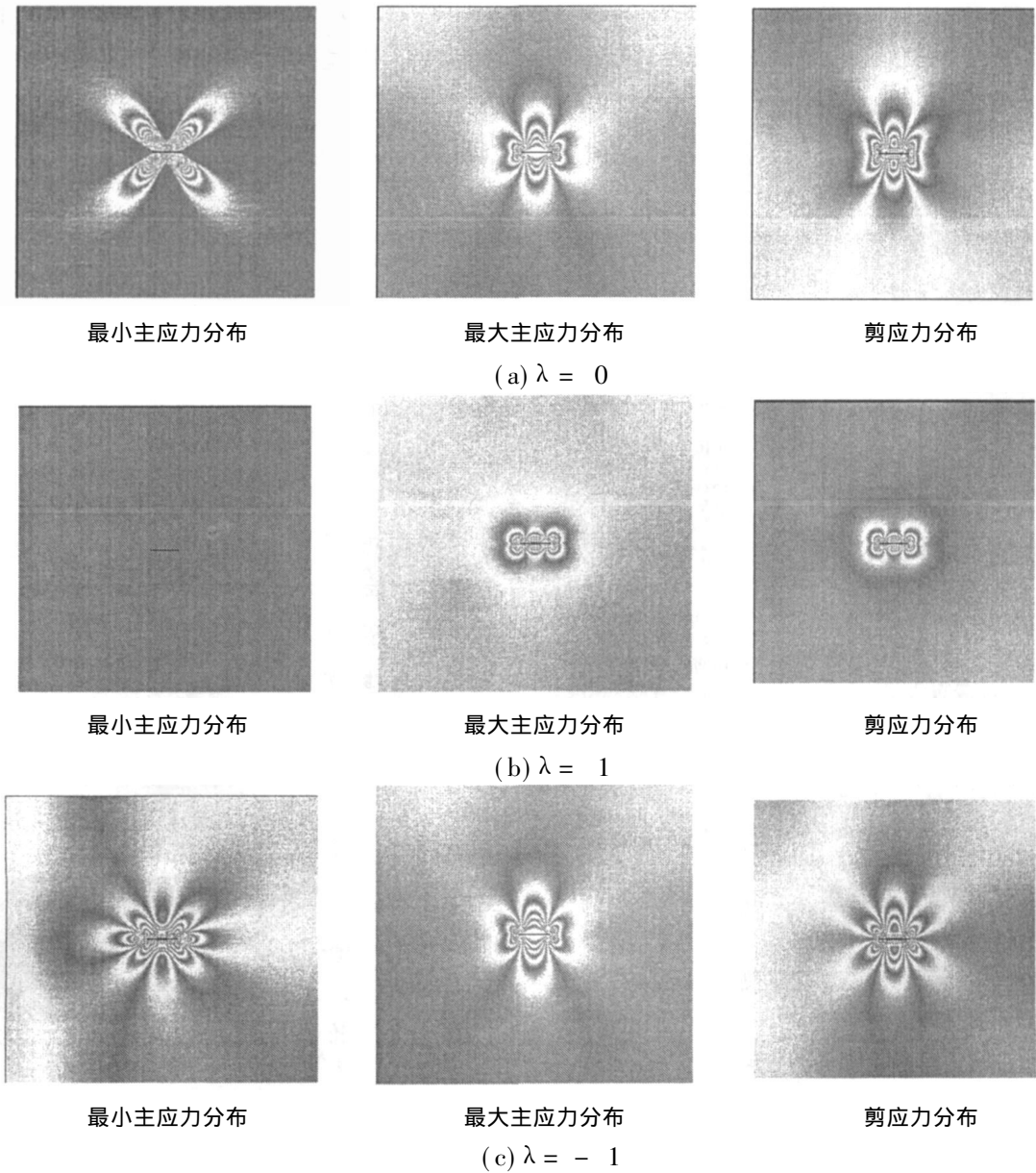


图 2 数值试样在不同应力状态下的数值光弹图

Fig. 2 The numerical photoelastic fringe while numerical specimen under different stress state

2.2 玻璃材料在不同 λ 下的应力强度因子值

由 MFPA^{2D}程序计算得到玻璃在不同双向应力比状态下裂纹起始、扩展和失稳断裂时的各参数值。根据算得的垂直于裂纹方向应力 σ_y ，用公式 $K_I = \sigma_y \sqrt{\pi a}$ 便可算出在不同受力状态下任意时刻的应力强度因子。图 3 为根据计算结果绘得的玻璃材料在不同双向应力比状态下裂纹失稳扩展时的应力强度因子对比图。

由图 3 可看出，裂纹失稳扩展时的应力强度因子值随着双向应力比的升高而升高。该结果进一步证明，双向应力确实对脆性材料的断裂韧性

有影响，也进一步说明在复杂应力下的断裂评价不能简单地依靠应力强度因子准则。

平行应力对 I 型应力强度因子 K_I 没有贡献，但它却影响裂纹的扩展和断裂。基本原因有两个：(1) 裂纹尖端的应力场是一个级数形式，应力强度因子属于级数中的第一项（奇异项），后面的非奇异项往往被忽略了。而非奇异项对裂纹尖端的应力应变及应变能密度都有影响，并且受平行应力载荷的影响。(2) 由于泊松比的作用，平行应力对垂直于裂纹的应变有影响，从而对裂纹张开位移有影响，进而影响到裂纹的扩展。

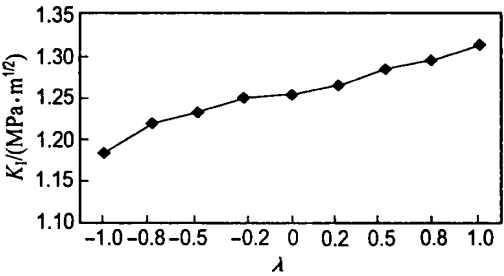


图 3 材料对应不同双向应力比 λ 状态下裂纹失稳扩展时的应力强度因子对比图

Fig. 3 The comparison of the stress intensity factors while numerical specimen fracture under different biaxial stress ratio λ

3 脆性材料的应变断裂准则

Bao等在研究中^[13]指出,作为对双向应力效应的解释和讨论,应变控制断裂是值得重视和说明的问题,并给出了脆性材料在双向拉伸下的断裂准则:

$$\frac{K_I}{K_{Ic}^*} [1 + \nu(1 - \lambda)] = 1 \tag{1}$$

其中 K_{Ic}^* 为 $\lambda = 1$ 时的临界应力强度因子; ν 为泊松比。

为进一步验证应变断裂准则作为脆性材料在双向应力下的断裂准则的可行性,本研究将数值模拟结果与运用应变准则公式的计算结果进行了比较,见图 4. 应变准则的公式计算结果就是运用式 (1),将 K_{Ic}^* 取为定值,将不同的 λ 值代入式 (1),即可得到所对应的 K_I 值。

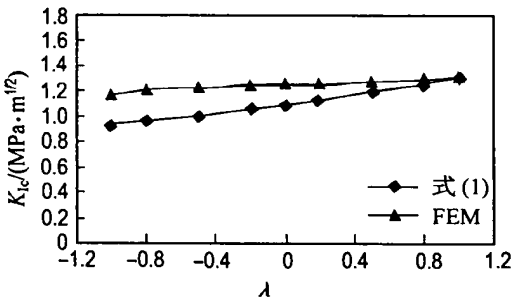


图 4 数值模拟研究结果与应变断裂准则的数值计算结果比较图

Fig. 4 The comparison figure of numerical simulation result and calculation result of strain criterion of fracture

图 4所示结果表明数值模拟结果与应变断裂准则从趋势上是一致的,即裂纹失稳扩展时的应力强度因子值随着双向应力比的升高而升高,这一趋势与相关的试验结果^[8]也是一致的. 因而,本研究进一步证明了在复杂应力下裂纹扩展是由应变控制的,也就是说,裂纹扩展阻力是应力比的函数。

因此,将理论分析得出的应变失效准则与数值模拟研究结果及试验结果比较研究,表明应变失效准则作为脆性材料在双向应力下的断裂准则是可行的。

实际上,断裂意味着裂纹两面的分离,而分离意味着距离的增加,即应变的增加. 从固体理论强度的基本假设来看^[15],只有当原子间距离增加到一个临界值时才发生断裂,而这种原子键增长,在宏观上则反映为应变的增加,因而断裂实质上由应变控制. 对于线弹性体,只有受到应力后才能产生应变. 因此可以说,应变是断裂的直接原因,应力是断裂的间接原因. 由于任何方向的应力均对裂纹尖端的应变场有影响,断裂不只是由垂直于裂纹的应力决定,或者说不只是由应力强度因子决定. 根据以上分析可以得出,只有当裂纹尖端的应变达到一个临界值时裂纹才能扩展. 这也正是应变准则控制脆性材料断裂的内因所在。

4 结 论

(1) 成功地运用 MFPA^{2D} 数值试验方法完成了脆性材料在双向应力比不断变化条件下不同破坏失稳过程的数值模拟,对不同断裂参数进行了数值计算。

(2) 计算结果表明,玻璃材料裂纹失稳扩展时的应力强度因子值随着双向应力比的升高而升高. 这一结果验证了双向应力确实对脆性材料的断裂韧性有影响,进一步说明在复杂应力下的断裂评价不能简单地依靠应力强度因子准则。

(3) 通过有限元模拟结果和应变断裂准则数值计算结果的比较,得到趋势相一致的结果,验证了应变断裂准则作为脆性材料在双向应力下断裂准则的可行性。

参考文献:

- [1] ANDERSON T L. **Fracture Mechanics 2nd ed** [M]. USA CRC Press, 1995
- [2] BROEK D. **Elementary Engineering Fracture Mechanics 4th revised ed** [M]. USA Kluwer Academic Publisher, 1986
- [3] GRIFFITH A A. The phenomena of rupture and flow in solid [J]. **Philos Trans Roy Soc, Series A**, 1921, **221**: 163-171
- [4] SWEDLOW J L. On Griffith's theory of fracture [J]. **Int J Fract Mech**, 1965, **1**: 210-216
- [5] LIEBOWITZ H, LEE J D, EFITIS J. Biaxial load effects in fracture mechanics [J]. **Eng Fract Mech**, 1978, **10**: 315-320
- [6] KIBLER J J, ROBERTS R. The effects of biaxial stresses on fatigue and fracture [J]. **J Eng for Ind**, 1970, **92**: 727-734
- [7] HILTON P D. Plastic intensity factor for cracked plates subjected to biaxial loading [J]. **Aluminio**, 1973, **9**(2): 149-156
- [8] 包亦望. 脆性材料在双向应力下的断裂试验与理论分析 [J]. **力学学报**, 1998, **30**(6): 682-689
- [9] 唐春安, 朱万成, 李连崇, 等. 材料破坏过程中应力分布的数值光弹图 [J]. **力学与实践**, 2002, **24**(5): 47-50
- [10] TANG C A. Numerical simulation of rock failure and associated seismicity [J]. **Int J Rock Mech Min Sci**, 1997, **34**: 249-262
- [11] 崔维成. 复合材料结构破坏过程的计算机模拟 [J]. **复合材料学报**, 1996, **13**(4): 102-111
- [12] BRADY B H G, BROWN E T. **Rock Mechanics for Underground Mining 2nd ed** [M]. London Chapman & Hall, 1993: 106-108
- [13] BAO Yi-wang, STEINBRECH R W. Strain criterion of fracture in brittle materials [J]. **J Mater Sci Lett**, 1997, **16**(18): 1533-1540
- [14] SHUKLA A, ANAND S. Fracture Mechanics 17th Volume [S] // UNDERWOOD J H, *et al.* ASTM STP 905. Philadelphia ASTM, 1986: 697-714
- [15] KANNINEN M F, POPELAR C H. **Advanced Fracture Mechanics** [M]. Oxford Oxford University Press, 1985

Influence of stress ratio on fracture behavior of brittle materials and testification of strain criterion of fracture

LI Wei hong^{* 1}, CHEN Xiong¹, WANG Huai liang², SONG Yu pu²

(1.Civil and Archit. Eng. College, Dalian Univ., Dalian 116622, China;

2.School of Civil and Hydraul. Eng., Dalian Univ. of Technol., Dalian 116024, China)

Abstract The fracture behavior of brittle materials under different stress ratios has been investigated by means of numerical simulation method with software MFPA^{2D} (material failure process analysis) in plane stress state. The stress ratio's influence on the crack propagation and fracture of brittle materials is further studied by glass's simulation under different biaxial stress states. The results show that the critical stress intensity factor under biaxial stress increases with the increase of biaxial stress ratio. The simulation results actually reveal that the biaxial stresses have strong influence on the fracture toughness properties of brittle materials. Furthermore, the strain criterion is feasible to the brittle materials under complex stress state by the theoretical and numerical comparative analyses.

Key words brittle materials; stress ratio; numerical simulation; strain criterion of fracture