文章编号: 1000-8608(2007)04-0563-04

混凝土抗拉疲劳剩余强度损伤模型

孟宪宏^{1,2}, 宋玉普^{*1}

(1.大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室,辽宁 大连 116024;2.沈阳建筑大学 土木工程学院,辽宁 沈阳 110168)

摘要: 基于连续体损伤力学理论,建立了各向异性混凝土抗拉疲劳剩余强度衰减模型.模型 中采用了基于应变能量释放率空间的边界面模型,通过极限断裂面的不断移动模拟疲劳过程 中损伤阈值的不断变化.提出了在高周疲劳过程中损伤模量表达式中的 D为一与剩余强度 有关的变量的观点,并给出了函数表达式.结合已完成的混凝土疲劳抗拉剩余强度试验,确 定了模型的参数,并验证了模型的有效性.

关键词: 混凝土; 疲劳; 剩余强度; 损伤; 边界面 中图分类号: TU375 文献标识码: A

0 引 言

随着混凝土结构应用的拓展,许多结构或构件经常处于重复性的较高应力水平下,结构的疲劳破坏已是不可回避的问题.结构的疲劳破坏主要是因为混凝土内部损伤而导致其强度下降,所以了解疲劳过程中混凝土剩余强度的衰减规律显得尤为重要.

边界面模型最早由 Dafalias等^[1]提出,并用 干金属材料的循环加载,该模型认为应力空间中 存在着一个无形的与损伤水平相一致的包络面、 所有可能的应力点都包含在此包络面内,这一包 络面被称为边界面. Dafalias^[2]又进一步在他的 模型中定义了极限断裂面、加载面和边界面的概 念,只有加载面超过极限断裂面时才有损伤发 生. 损伤的增长率是加载面上一点与其在边界面 上的投影点间距离的函数. Suaris等^[3]利用连续 体损伤力学理论建立了预测单调和循环荷载混凝 土损伤发展的模型,模型中将弹性势能表示成主 应力和损伤柔度张量的函数.模型中的极限损伤 断裂面、加载面和边界面都用应变能量释放率向 量 R表示. Al-Gadhib等^[4]在 Suaris模型的基础 上,建立了各向异性弹性损伤模型,用于预测混凝 土承受单调荷载与疲劳荷载时的应变变化与疲劳 寿命,该模型在建立本构关系时利用了损伤因子 张量 M. Baluch等^[5]利用损伤力学概念建立了混 凝土抗压疲劳剩余强度预测模型,并作了少量试验验证了模型的精度.但由于其试验内容中试件较少,最大应力水平较高,疲劳寿命较短等,模型的有效性没有得到充分的验证.

鉴于目前国内外对混凝土疲劳剩余强度模型 研究较少,试验数据缺乏等原因,本文利用连续体 损伤力学的概念,建立混凝土抗拉本构模型,利用 模型编制计算机程序,绘出不同最大应力水平下 混凝土疲劳剩余抗拉强度的衰减曲线.为了验证 模型的精度,进行 99个变截面棱柱体试件的疲劳 抗拉剩余强度试验,并利用试验结果与理论模型 相对比,分析理论模型的有效性及不足.

1 建立模型

1.1 损伤因子张量及有效柔度矩阵

由复合材料损伤力学^[6]可知,对于各向异性 损伤的情况,有效应力。可以表示为

$$\overline{\sigma} = \boldsymbol{M}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma} \tag{1}$$

式中: σ 为表观应力; [•] 为张量双点积; M(k) 为损 伤因子张量, 它是一个四阶张量.研究者们建议 了很多 M(k) 的表达形式,并将其应用到金属的 损伤分析中. Khan等^[7] 最初将损伤因子张量的 概念用于分析混凝土的损伤, Khan模型同时考虑 了混凝土拉压两种损伤,本文在 Khan模型的基 础上进行简化, 去掉了与抗压有关的参数得到了 用于抗拉疲劳的损伤因子张量,形式为

收稿日期: 2005-12-05; 修回日期: 2007-05-28.

作者简介: 孟宪宏(1978-), 男, 博士生; 宋玉普*(1944-), 男, 教授, 博士生导师.

^{?1994-2015} China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\boldsymbol{M}(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{1 - \mathbf{T}\mathbf{k}_{1}} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{1 - \mathbf{T}\mathbf{k}_{2}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{1 - \mathbf{T}\mathbf{k}_{3}} \end{pmatrix}$$
(2)

式中: k_i (*i* = 1, 2, 3)为主损伤分量; ^T为由试验确 定的常数.

根据 Lemaitre 应变等效假设原理,弹性损伤 本构方程可写成如下形式:

$$X = \bar{C} \cdot \sigma \tag{3}$$

式中:
X
为弹性应变; $ar{m{c}}$ 为有效柔度矩阵,且有

 $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} : \boldsymbol{C} : \boldsymbol{M}$ (4)

式中: M^{T} 为 M的转置; C为无损状态时的柔度矩阵, 其表达形式为

$$\boldsymbol{C} = \frac{1}{E_0} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix}$$
(5)

式中 Eo 为初始状态的弹性模量;v 为泊松比.

将式(2)(5)代入式(4)得

$$\bar{\boldsymbol{C}} = \begin{pmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} \\ \bar{C}_{21} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} \\ \bar{C}_{31} & \bar{C}_{32} & \bar{C}_{33} \end{pmatrix}$$
(6)

$$\vec{C}_{11} = \frac{1}{E_0 (1 - \mathbf{T} \mathbf{k}_1)^2}
\vec{C}_{22} = \frac{1}{E_0 (1 - \mathbf{T} \mathbf{k}_2)^2}
\vec{C}_{33} = \frac{1}{E_0 (1 - \mathbf{T} \mathbf{k}_3)^2}
\vec{C}_{12} = \vec{C}_{21} = \frac{-\nu}{E_0 (1 - \mathbf{T} \mathbf{k}_1) (1 - \mathbf{T} \mathbf{k}_2)}$$
(7)

$$\bar{C}_{13} = \bar{C}_{31} = \frac{-\nu}{E_0 (1 - \text{Tk}_1) (1 - \text{Tk}_3)}$$

$$\bar{C}_{23} = \bar{C}_{32} = \frac{-\nu}{E_0 (1 - \text{Tk}_2) (1 - \text{Tk}_3)}$$
1.2 计界面及提供演化 素程

1.2 边界面及损伤演化方程

类似于 Dafalias等^[1]在应力空间内建立的边 界面模型, Suaris等^[3]在能量释放率空间建立了 边界面模型,模型具体形式为

$$f = (R_i R_i)^{1/2} - R_c b = 0$$
 (8)

$$F = \left(\overline{R}_i \,\overline{R}_i\right)^{1/2} - R_t = 0 \tag{9}$$

$$f_0 = (R_i R_i)^{1/2} - R_0 = 0 \qquad (10)$$

式中: *f* 是加载面; *F* 是边界面; *f*₀ 是极限断裂面; *R*ⁱ 为损伤应变能释放率,具体形式为

$$\mathbf{R}_{i} = \mathrm{d}\frac{\mathbf{A}}{\partial \mathbf{k}_{i}}(\mathbf{e}_{i},\mathbf{k})$$
(11)

分量; k, 为损伤变量.

Ri为加载面上一点 Ri在边界面上的投影点,

$$R^i = bR^i \tag{12}$$

$$b = R_{t} / (R_{i}R_{i})^{1/2}$$
(13)

*R*¹ 为极限能量释放率,由混凝土单轴抗拉试验确 定;*R*⁰ 为极限断裂面的大小,对于疲劳加载 *R*⁰ 随 损伤的增大而增大.

根据文献 [5]的推导,由应力控制的损伤在 主轴方向上的增量为

$$d\mathbf{k}_{k} = \left[\frac{\frac{\partial f}{\partial R_{j}} \frac{\partial R_{j}}{\partial \mathbf{e}_{s}} d^{\mathbf{e}_{s}}}{H - \frac{\partial f}{\partial R_{n}} \frac{\partial R_{n}}{\partial \mathbf{k}_{m}} \frac{\partial f}{\partial R_{m}}}\right] \frac{\partial f}{\partial R_{k}} \qquad (14)$$

其中 H为损伤模量,它可以表示成加载面与边界 面间距离的函数,

$$H = \frac{DW}{\langle W_n - W \rangle}$$
(15)

式中:〈〉为克罗内克符号,即符号中小于零的数 取零;^W为标准化的加载面与边界面间距离,

W=
$$\frac{(R_i R_i)^{1/2} - (R_i R_i)^{1/2}}{(R_i R_i)^{1/2}} = 1 - \frac{1}{b}$$
 (16)

当加载面首次与极限断裂面相交时, W= W...

D 是一个和强度有关的常数,对于单调加载 和低周反复加载的情况,可以认为 D 为一个常 数.但在高周疲劳情况下,疲劳荷载的最大应力 水平较低,在材料破坏时其剩余强度衰减较多,所 以 D 应被看做随剩余强度变化的变量.从本文和 文献 [8]的试验数据中可以看出,D 和剩余强度 之间存在近似的指数关系,故作者提出了如下形 式的 D 随剩余强度变化的关系式:

$$D = T - U \frac{e_{t} - e_{r}}{e_{t} - e_{max}}$$
 (17)

式中: ^q是初始抗拉强度; ^e, 是剩余强度; ^e_{max}是疲 劳最大应力. 当 ^e, = ^e, 即没有损伤发生时, *D*等 于 T,所以 T是与初始强度有关的系数,对于本文 试验结果取 T= 1. 2× 10⁻³; 当 ^e, = ^e_{max}, 即发生 疲劳破坏时, *D*等于 T- U,所以 U是与初始强度 和疲劳最大应力都有关的系数,本文的试验为包 括两种最大应力水平的疲劳剩余强度试验,最大 应力水平分别为初始强度的 0.85和 0.75倍, 对 应的 U值取为 0.25× 10⁻³和 0.34× 10⁻³. 参数 T U是根据试验结果并结合一定的数值试验结果 求出不同强度下混凝土的 *D*值,按照式(17)回归 得出的.由于文献 [8]与本文试验的混凝土强度 及试件尺寸均相同,本文也参考了文献 [8]的试

式中: d为材料质量密度;A为弹性余能; e,为应力 验结果 式(17)充分考虑了剩余强度衰减对损伤. ?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.chki.nd

第 47卷

模量的影响 ,使计算过程中损伤的增加趋于缓和 , 很好地模拟了高周疲劳过程中混凝土内部损伤缓 慢发展的特点 .

2 模型的建立与参数的确定

对于单轴拉伸的情况,应力矢量为

将式 (18) 代入式 (11), 由于在单轴拉伸时, $k_2 = k_3 = 0.100$ k₁ = k₁得

$$R_{1} = \frac{\text{Te}^{2}}{E_{0}(1 - \text{Tk})^{3}}$$
(19)

$$R_2 = R_3 = 0$$
 (20)

加载面方程为

$$f = R_1 - R_1 / b = 0 \tag{21}$$

将式(19),(21)代入式(14),得

$$d\mathbf{k}_{t} = \frac{\frac{21^{e}}{E_{0} (1 - T\mathbf{k}_{t})^{3}} d^{e}}{H - \frac{61^{2} e}{E_{0} (1 - T\mathbf{k}_{t})^{4}}}$$
(22)

弹性损伤本构方程 (3) 可以表示成增量形式:

$$dX = \overline{C}_{ij} d^{e_j} + e_j \frac{\partial \overline{C}_{il}}{\partial k_k} dk_k$$
(23)

将式(7),(22)代入式(23),得

$$dX = \left[\frac{1}{E^{0}(1 - Tk_{t})^{2}} + \frac{\frac{4I^{2}e^{2}}{E^{2}_{0}(1 - Tk_{t})^{6}}}{H - \frac{6I^{2}e}{E_{0}(1 - Tk_{t})^{4}}}\right] d^{e}$$
(24)

以上模型用于疲劳加载与单调加载时情况是不同的,损伤的阈值是随着疲劳次数的增加而变化的. 对于单调加载,损伤阈值是由极限断裂面 $f_0 = 0$ 的大小确定的.而在疲劳过程中, R_0 是随着疲劳次数的增加而变化的.Baluch等^[5]认为 R_0 是积累损伤值的函数,并且其关系符和椭圆形式的关系曲线

$$R^{0} = R^{i}_{0} + \left\{ \left(R^{b}_{0} - R^{i}_{0} \right)^{2} \left[1 - \frac{\left(k - k_{b} \right)^{2}}{\left(k_{i} - k_{b} \right)^{2}} \right\}^{1/2}$$
(25)

式中: R_{b} 和 k_{i} 分别是初始时极限断裂面的大小和 相应的损伤, R_{b} 和 k_{b} 分别是极限断裂面的极限大 小和相应损伤. 根据本文试验结果和文献 [8]的 研究结果,本文取 R_{b}^{i} = 0.58× 10⁻⁵ M Pa, R_{b}^{b} = 1.56× 10⁻⁵ M Pa, k_{i} = 0.05, k_{b} = 0.85.

3 模型的验证

为了验证模型的有效性,本文对 99个变截面 的增加,混凝土的塑性变形逐渐增加,而弹性损伤 棱柱体试件进行了静载强度和疲劳剩余强度的试 2994-2015 China Academic Journal Electronic Public Public Altor And State Control Academic Journal Electronic Public Public Altor And State Control Academic Journal Electronic Public Public Altor And State Control Academic Journal Electronic Public Public Altor And State Control Academic Journal Electronic Public Public Altor Academic Journal Electronic Public Academic Journal Electronic Public Altor Academic Journal Electronic Public Academic Journal Electronic Academic Journal Electronic Public Academic Academic Journal Electronic Public Academic Academic Journal Ele



Fig. 1 Specimen size

本文试验测定了两种最大应力水平下 (*S*1, max = 0.75, 0.85; *S*1, max = ^emax /*f*1)的混凝土疲劳剩 余强度的变化.试验的具体结果作者将著文另述.

参数 T控制着受拉损伤的增长速率, R_i 为材 料破坏时的极限应变能释放率,根据文献 [8]和 本文试验结果,取 T= 0.15, R_i = 2.83× 10⁻⁵ M Pa. 利用以上本构模型和已确定的模型参数, 作者利用 FORTRAN90计算软件编制了程序,并 将计算结果和试验结果进行对比.

图 2中的试验曲线是根据作者的试验结果, 按照作者采用的模型回归得到. 从图 2所示的对 比结果可以看出,在疲劳的初始阶段该损伤模型 可以较好地反映出混凝土疲劳剩余强度的衰减过 程,随着疲劳次数的增加,理论计算曲线逐渐偏离 试验曲线,理论计算结果的剩余强度衰减较快,疲 劳寿命较低.产生以上现象是因为随着疲劳次数 的增加,混凝土的塑性变形逐渐增加,而弹性损伤



Fig. 2 Comparisons of the residual strength between tests and calculation at different $S_{1,max}$

4 结 论

本文基于连续体损伤力学理论,并结合边界 面的概念,建立了混凝土剩余强度衰减模型.提 出了损伤模量表达式中的 D并不是一个常数,而 是与剩余强度有关的一个变量.对于单调加载和 低周疲劳加载,D可以近似为一常数.通过 99个 变截面棱柱体试件的疲劳剩余强度试验数据,验 证了模型的有效性.本文的研究为解决混凝土疲 劳剩余强度的预测问题提供了理论基础和有效方 法.

参考文献:

- DAFALIAS Y F, POPOV E P. Cyclic loading for material with a vanishing elastic region [J]. Nuclear Eng Des, 1977, 41(2): 283-302
- [2] DAFALIAS Y F. Bounding surface plasticity I mathematical foundation and hypo-plasticity [J]. J Eng Mech, 1986, 112(9): 966-987

- [3] SUARIS W, OUYANG C, FERNANDO V.
 Damage model for cyclic loading of concrete [J]. J
 Eng Mech, 1990, 116(5): 1020–1035
- [4] AL-GADHIB A H, BALUCH M H, SHAALAN A, et al. Damage model for monotonic and fatigue response of high strength concrete [J]. Int J Damage Mech, 2000, 9(1): 57-78
- [5] BALUCH M H, AL-GADHIB A H, KHAN A R, et al. CDM model for residual strength of concrete under cyclic compression [J]. Cem and Concr Compos, 2002, 25(12): 503-512.
- [6] 杨光松.损伤力学与复合材料损伤 [M].北京:国防 工业出版社,1995
- [7] KHAN A R, AL-GADHIB A H, BALUCH M H. An elasto-damage constitutive model for high strength concrete [C]// Proceeding of the EURO-C 1998 Conference on Computational Modeling of Concrete Structure. Austria [s n], 1998 133-142
- [8]吕培印,李庆斌,张立翔. 混凝土拉-压疲劳损伤模型 及其验证[J]. 工程力学,2004,21(3): 162-167

Damage model for residual strength of concrete under tension fatigue loading

MENG Xian hong^{1,2}, SONG Yu-pu^{* 1}

(1.State Key Lab. of Coastal and Offshore Eng., Dalian Univ. of Technol., Dalian 116024, China;
2. School of Civil Eng., Shenyang Jianzhu Univ., Shenyang 110168, China)

2. School of Civil Eng., Shenyang Jianzhu Univ., Shenyang 110108, China)

Abstract Based on the continuum damage mechanics, an anisotropic elasto-damage model for predicting the residual strength of concrete under tension fatigue loading is presented. The model utilizes the concept of multiple bounding surfaces, with a varying size limit fracture surface defining fatigue loading. *D* in the damage modulus expression is not a constant under high cycles. It is a variable which depends on the residual strength. The calculation parameters of the model are given according to the fatigue test results acquired. Comparison of the residual strength results indicates a good agreement between the theoretical model and the experimental data.

Key words concrete; fatigue; residual strength; damage; bounding surface

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net