资深教授学术论文专栏　　文章编号: 1000-8608(2007)04-0618-07

可变模糊集合理论
——兼论可拓学的数学与逻辑错误

陈守煜*

(大连理工大学 土木水利学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 在工程模糊集理论与文献的基础上,给出对立模糊集概念与定义,提出相对比例函数概念与定义,建立比较系统的可变模糊集理论体系,是对经典模糊集合静态理论的突破与发展,也是自然辩证法哲学原理数学化的基础. 分析论证了可拓学存在的数学与逻辑错误以及关联函数基本公式错误的两种形式,指出其不能应用于实际领域,尤其是工程领域.

关键词: 可变模糊集; 对立模糊集; 相对比例函数; 可拓学; 数学与逻辑错误
中图分类号: O159　　文献标识码: A

0 引　言

在工程模糊集理论[1]基础上,作者根据模糊概念的相对性与动态可变性,在文献[2,3]中建立了工程可变模糊集理论与模型,提出了模糊可变集合的概念与定义、相对差异函数的概念与模型,以及可变模型集、可变模型的参数集等概念. 对可变模糊集理论的自然辩证法哲学基础进行了详细论述,使经典模糊集合向着相对与动态可变模糊集的方向发展. 在短短两年的时间里,取得了丰硕的研究成果,其范围涉及水文水资源与防洪系统[4~12]、水环境[13]、水利水电工程[14,15]、岩土工程[16,17]、信息工程[18]、数学[19,20]等多个领域. 为进一步拓展文献[1~3]研究工作,本文给出对立模糊集概念与定义;提出相对比例函数的概念与定义,给出表示事物质变的两种状态,渐变式与突变式质变的判断准则与完整的数学描述,以期与文献[1~3]中建立的概念、定义与模型一起,形成可变模糊集理论比较完整的体系.

文献[21,22]总结了1983年以来可拓学(物元模型、物元分析)的主要成果[23~26]. 2003年至2006年文献[27~29]的相继发表,使得可拓学受到了科学与技术界相关科技人员的关注.

但根据作者的研究,可拓学的数学基础可拓集合存在数学与逻辑错误,关联函数基本公式存在两种错误形式,关联函数侧距公式同样存在错误,因而在实际领域,尤其在工程领域应用中出现了大范围的错误,本文将对此作专门的论述.

1 对立模糊集概念与定义

在文献[2,3]中,作者运用自然辩证法关于运动的矛盾性原理,提出描述事物动态变化的概念为: 事物 u 具有吸引性质 $\underset{\sim}{A}$ 的相对隶属度为 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u)$,具有 $\underset{\sim}{A}$ 的对立即排斥性质 $\underset{\sim}{A}^c$ 的相对隶属度为 $\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u)$, $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u)\in[0,1]$, $\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u)\in[0,1]$ 且 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u)+\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u)=1$. 当 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u)>\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u)$,事物 u 以表示吸引性质 $\underset{\sim}{A}$ 为主要特性,排斥性质 $\underset{\sim}{A}^c$ 为次要特性; 当 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u)<\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u)$ 时则相反. 当事物 u 从 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u)>\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u)$ 转化为 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u)<\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u)$ 或相反转化,必通过动态平衡界或渐变式质变界,即 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u)=\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u)$. 上述概念可用对立模糊集定义表述如下:

定义1 设论域 U 上的对立模糊概念(事物、现象),以 $\underset{\sim}{A}$ 与 $\underset{\sim}{A}^c$ 表示吸引与排斥性质,对 U 中的任意元素 u, $u\in U$,在参考连续统左极点[1,0]与右极点[0,1]的任一点上,吸引与排斥的相对隶属度分别为 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u)$、$\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u)$,且 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u)+\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u)=1$. 令

$$\underset{\sim}{A}=\{(u,\mu_{\underset{\sim}{A}}(u),\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u))\mid u\in U\} \qquad (1)$$

收稿日期: 2006-12-23; 修回日期: 2007-06-20.
基金项目: 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(9014102); 水利部科技创新项目(SCXC2005-01).
作者简介: 陈守煜* (1930-), 男, 教授, 博士生导师, E-mail: chensycc@yahoo.com.cn

满足

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(u) + \mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u) = 1,$$

$$0 \leqslant \mu_{\underset{\sim}{A}}(u) \leqslant 1, 0 \leqslant \mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u) \leqslant 1 \qquad (2)$$

$\underset{\sim}{A}$称为 U的对立模糊集. 左极点 P_l: $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u) = 1$, $\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u) = 0$;右极点 P_r: $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u) = 0$, $\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u) = 1$,如图 1所示. P_m 为参考连续统左极点 [1, 0]与右极点 [0, 1] 之间的渐变式质变点, 即 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u) = \mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u) = 0.5$.

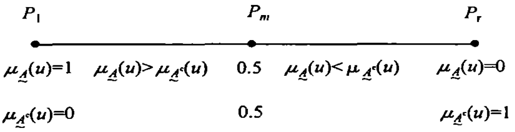

图 1　对立模糊集 $\underset{\sim}{A}$示意图

Fig. 1　Sketch map of opposite fuzzy sets $\underset{\sim}{A}$

2　相对比例函数定义

定义 2　设

$$E(u) = \mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u) / \mu_{\underset{\sim}{A}}(u) \qquad (3)$$

当 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u) > \mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u)$, $1 > E(u) \geqslant 0$;

当 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u) = \mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u)$, $E(u) = 1$;

当 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u) < \mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u)$, $\infty > E(u) > 1$.

$E(u)$称为 u对 $\underset{\sim}{A}$的相对比例度. 映射

$$E: U \to [0, \infty)$$

$$u \mapsto E(u) \in [0, \infty) \qquad (4)$$

称为 u对 $\underset{\sim}{A}$的相对比例函数. 如图 2所示.

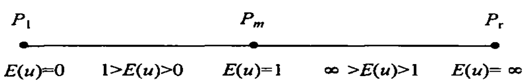

图 2　相对比例函数示意图

Fig. 2　Figure of relative proportion function

相对比例函数表示了参考连续统数轴上任一点 $\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u)$与 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u)$的相对比值,即对立双方或吸引与排斥性质程度的比例. $E(u) = 1$的 P_m点描述了吸引与排斥性质达到动态平衡即渐变式质变界. 由图 2可见,可以由 $1 > E(u) > 0$通过渐变式质变点 $E(u) = 1$变为 $\infty > E(u) > 1$,也可以向着相反方向变化. $E(u) = \infty$的 P_r点表示了吸引与排斥性质达到突变式质变界. 因此,相对比例函数完整地描述了自然辩证法关于质变的两种形式: 渐变 (非爆发式质变) 与突变 (爆发式质变).

定义 3　令

$$\underset{\sim}{V} = \{(u, U) | u \in U, E(u) = \mu_{\underset{\sim}{A}^c}(u) / \mu_{\underset{\sim}{A}}(u), E \in [0, \infty)\} \qquad (5)$$

$$A_+ = \{u | u \in U, 0 < E(u) < 1\} \qquad (6)$$

$$A_- = \{u | u \in U, 1 < E(u) < \infty\} \qquad (7)$$

$$A_0 = \{u | u \in U, E(u) = 1\} \qquad (8)$$

$$A_* = \{u | u \in U, E(u) = \infty\} \qquad (9)$$

$\underset{\sim}{V}$称为模糊可变集合. A_+、A_-、A_0、A_* 分别称为模糊可变集合 $\underset{\sim}{V}$的吸引 (为主) 域、排斥 (为主) 域、渐变式质变界和突变式质变界.

定义 4　设 C是 $\underset{\sim}{V}$的可变因子集,

$$C = \{C_A, C_B, C_C\} \qquad (10)$$

C_A 为可变模型集, C_B 为可变模型参数集, C_C 为除模型及其参数外的可变其他因子集. 令

$$A^- = C(A_+) = \{u | u \in U, 0 < E(u) < 1, 1 < E(C(u)) < \infty\} \qquad (11)$$

$$A^+ = C(A_-) = \{u | u \in U, \infty > E(u) > 1, 1 > E(C(u)) > 0\} \qquad (12)$$

统一称为模糊可变集合 $\underset{\sim}{V}$关于可变因子集 C的渐变式可变域. 式中 $E(C(u))$表示对 u作 C变换后的相对比例函数. 令

$$A^{(+)} = C(A_{(+)}) = \{u | u \in U, 1 > E(u) > 0, 1 > E(C(u)) > 0\} \qquad (13)$$

$$A^{(-)} = C(A_{(-)}) = \{u | u \in U, \infty > E(u) > 1, \infty > E(C(u)) > 1\} \qquad (14)$$

统一称为模糊可变集合 $\underset{\sim}{V}$关于可变因子集 C的量变域.

定义 1至 4是可变模糊集合的重要内容,据此可以得到可变模糊集量变与质变 (渐变式、突变式) 的判断准则如下:

(1) 变化前后相对比例函数 $E(u)$、$E(C(u))$均大于 1或均小于 1是为量变;

(2) 变化前后相对比例函数 $E(u)$、$E(C(u))$由小于 1变为大于 1或由大于 1变为小于 1是为渐变式质变;

(3) 变化后相对比例函数 $E(C(u)) = \infty$ 是为突变式质变.

3　可拓集合数学逻辑错误及其原因

文献 [25]关于可拓集合的定义表述为

"可拓集合则用取自 $(-\infty, \infty)$的实数来表示事物具有某种性质的程度,正数表示具有该性质的程度,负数表示不具有该性质的程度,零则表示既有该性质又不具有该性质,如一只脚在门内,一只脚在门外的人属于'门内的人'的集合的程

度为零. 设 U为论域,若对 U中任一元素 u, $u\in U$,都有一实数 $K(u)\in(-\infty,+\infty)$与之对应,则称 $\tilde{A}=\{(u,y)|u\in U,y=K(u)\in(-\infty,\infty)\}$为论域 U上的一个可拓集合,其中 $y=K(u)$为 $\tilde{A}$的关联函数, $K(u)$为 u关于 $\tilde{A}$的关联度. 称 $A=\{u|u\in U,K(u)\geqslant 0\}$为 $\tilde{A}$的正域. $\bar{A}=\{u|u\in U,K(u)\leqslant 0\}$为 $\tilde{A}$的负域. $J_0=\{u|u\in U,K(u)=0\}$为 $\tilde{A}$的零界,显然,若 $u\in J_0$,则 $u\in A$,同时, $u\in\bar{A}$. ”

可见可拓集合在数学定义中已经明确规定:关联函数 $K(u)$的“+ ”、“ - ”号作为定性之用,即 $K(u)$的“+ ”、“ - ”号分别表示具有与不具有性质 P,具有与不具有性质 P的程度用“+ ”、“ - ”号后面的数字表示,但是在可拓集合中却又把关联函数 $K(u)$前面的“+ ”、“ - ”号作为可拓集合运算之用,即带“+ ”、“ - ”号与其后面的关联函数值 $K(u)$一起参与了可拓集合运算. 在文献 [24]关于可拓集合的运算定义中给出“可拓集合之并与交的定义为: 若 $\tilde{A},\tilde{B}\in\mathfrak{L}(u)$,且 $\tilde{A}=\{(u,y)|u\in U,y=K_1(u)\}$, $\tilde{B}=\{(u,y)|u\in U,y=K_2(u)\}$,称 $\tilde{C}=\{(u,y)|u\in U,y=K_1(u)\vee K_2(u)\}$为 $\tilde{A}$与 $\tilde{B}$之并,记作 $\tilde{C}=\tilde{A}\cup\tilde{B}$;称 $\tilde{C}=\{(u,y)|u\in U,y=K_1(u)\wedge K_2(u)\}$为 $\tilde{A}$与 $\tilde{B}$之交,记作 $\tilde{C}=\tilde{A}\cap\tilde{B}$. ”

可拓集合定义中关联函数 $K(u)$的“+ ”、“ - ”号已作定性之用;但在可拓集合的并、交运算与关联函数的四则运算中 $K(u)$的“+ ”、“ - ”号却又作定量之用,出现了类似于 $a>b$, $b>c$, $c>a$不能允许的数学与逻辑上的错误. 可拓学论著 [21~29]充斥着这样的数学与逻辑错误. 文献 [28]中的综合关联函数定义: $K(J)=\bigwedge_{i=1}^{m}k_i(x_i)$, $K(J)=\bigvee_{i=1}^{m}k_i(x_i)$, $K(J_0)=\max\{K(J_i),J_i\in W(\text{论域}),i=1,2,\cdots,n\}$,是近期可拓学可拓集合并、交运算数学与逻辑错误的典型例子.

正是可拓集合的数学与逻辑错误,导致在可拓学及其应用领域出现了大范围的错误,可参阅有关期刊发表的可拓学文章. 数学与逻辑错误的主要表现形式为: 对带正、负号的关联函数进行可拓集合的并、交运算与关联函数的四则运算. 为节省篇幅,现列举两例说明如下:

例 **1** 用可拓学 (物元分析)方法预报江苏及其邻近地区年最大震级,该地区 1981~ 1988年各地震等级的关联度值列于表 1[30].

表 1 江苏及其邻近地区年最大震级 Ⅰ~ Ⅳ级的关联度值

Tab. 1 Dependent degree values of Ⅰ~ Ⅳ grades in Jiangsu Province and its neighbor region

年度	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
1981	- 0.29	- 0.40	- 0.33	- 0.31
1982	- 0.09	- 0.07	- 0.18	- 0.26
1983	0.19	- 0.09	- 0.17	- 0.38
1984	- 0.27	- 0.18	- 0.22	- 0.16
1985	- 0.41	- 0.35	- 0.36	- 0.38
1986	- 0.27	- 0.29	- 0.24	- 0.54
1987	- 0.32	- 0.19	- 0.18	- 0.22
1988	- 0.22	- 0.30	- 0.24	- 0.46

由表 1可见, 1981年江苏及其邻近地区的年最大震级 Ⅰ~ Ⅳ的关联度都是负值,根据可拓集合的定义, 1981年该地区不具有 Ⅰ至 Ⅳ级最大地震等级,其不具有的程度分别为 0.29、0.40、0.33、0.31,但可拓集合运算定义却预报了 1981年该地区的年最大震级为 Ⅰ级,出现了 1981年该地区在不具有 Ⅰ至 Ⅳ级最大地震等级的情况下,通过可拓集合关联度大小的比较,即应用了可拓集合的并运算,却得到了 1981年该地区具有 Ⅰ级最大地震的预报结果. 这种具有数学逻辑错误的可拓学地震预报结果,怎么能够在实际地震预报中应用呢! 因为它将涉及到广大人民生命与财产的安全.

例 **2** 用可拓学评定某水电站坝区坝址边坡 9段硐深岩体质量, 5个评定指标的关联函数值列于表 2[31].

以硐深第 6段为例作一简要说明. 应用可拓集合并运算定义,该段对 Ⅱ级的关联度 (- 0.127)最大,故评定硐深第 6段属于 Ⅱ级.

事实上,由表 2的数据可知,硐深第 6段 Ⅰ至 Ⅴ级的关联度均为负值,根据可拓集合定义关联函数 $K(u)$为负,在定性上已不具有性质 P,因而硐深第 6段不具有 Ⅰ至 Ⅴ级的性质,其不具有的程度分别为 0.402、0.127、0.142、0.341、0.154. 但可拓集合并运算定义中却又把“负”号作为定量之用,即带负号进行 $K(u)$数值取大运算,出现了硐深第 6段在不具有 Ⅰ至 Ⅴ级性质的关联度大小比较中,却得到了硐深第 6段具有 Ⅱ级性质的评定结果. 显然,这种在数学与逻辑上的错误评定结果,是由于可拓集合在数学与逻辑上存在错误所致. 水电站坝址边坡岩体质量评定,涉及工程安危,这种存在数学与逻辑错误的可拓学岩体质量评定方法,不能在实际工程中应用. 下面再举一个在三峡等工程应用中有关可拓集合关联函数四则运算的错误公式[32].

$$\bar{K}_j(N)=\frac{k_j(N)-\min_j(k_j(N))}{\max_j(k_j(N))-\min_j(k_j(N))}$$

式中 $k_j(N)$ 表示待评对象 N 关于级别 j 的关联函数.

表 2　岩体质量评定

Tab. 2　Evaluation results of engineering of rock masses

硐深 /m	I	II	III	IV	V
(1) 0~ 8	-0.761	-0.522	0.097	0.144	-0.050
(2) 8~ 28	-0.682	-0.567	0.212	0.056	-0.230
(3) 28~ 31	-0.803	-0.612	-0.142	0.032	-0.212
(4) 31~ 42	-0.723	-0.483	0.032	0.234	-0.007
(5) 42~ 70	-0.713	-0.425	0.023	-0.054	-0.152
(6) 70~ 105	-0.402	-0.127	-0.142	-0.341	-0.154
(7) 105~ 124	-0.352	-0.243	-0.268	-0.265	-0.437
(8) 124~ 134	-0.625	-0.113	-0.147	-0.237	-0.435
(9) 134~ 144	-0.525	-0.437	-0.364	-0.426	-0.547

由例 1、2可以看出, $k_j(N)$ 很多是“-”, (甚至全部都是“-”), “-”号说明待评对象 N 不具有级别 j 的性质, 但通过上面可拓集合关联函数四则运算公式计算后, 得到的对象 N 级别 j 关联函数 $\bar{K}_j(N)$ 恒为“+”, 换言之, 经过可拓集合关联函数四则运算, 把带负号的关联函数或不具有级别 j 性质的 $k_j(N)$, 都变为具有级别 j 的关联函数 $\bar{K}_j(N)$ 值. 这是数学错误, 更是逻辑学错误. 因此关联函数四则运算公式不能用于三峡等工程.

类似的数学与逻辑错误, 在可拓学及其工程应用领域中不胜枚举, 给科学、技术与工程领域造成负面影响.

可拓集合定义中“一只脚在门内, 一只脚在门外的人属于‘门内的人’的集合的程度为零.”在数学与逻辑学上也都有误. 设某人 (u) 以体质量为特征量 (也可用体积), 其体质量为 w kg. 他从“门内人”集合, 转化为“门外人”的集合要有一个过程. 当他跨向门槛, $w/2$在门内, 另 $w/2$在门外 (不妨近似地认为: 一只脚在门内, 一只脚在门外), 此时他具有门内人、门外人集合的程度各占 $w/2$, 即处于动态平衡状态. 此种状态不是“属于‘门内的人’的集合的程度为零”, 而是属于“门内的人”集合的程度与“门外的人”集合的程度相等, 分别为 $(w/2)/w=0.5$. 因此, 不是可拓集合零界关联函数 $K(u)=0$, 而是作者在文献 [20]可变集合中提出的相对差异函数 $D(u)=\__A(u)-\__{A^c}(u)=0$ ($\__A(u)$、$\__{A^c}(u)$ 分别表示该人 (u) 对门内人、门外人集合的相对隶属度). “门内人”与“门外人”是对称概念, 认为属于“门内人”集合的程度为零, 也就是认为属于“门外人”集合的程度为零. 因此, “一只脚在门内, 一只脚在门外的人”在可拓集合关联函数 $K(u)=0$或可拓集合零界概念的定义下, 出现了这个“客观存在”的人“不存在”了的逻辑矛盾, 违背了形式逻辑中的一条基本规律—— 不矛盾律. 正如《辩证逻辑基本原理》一书中指出的“逻辑矛盾作为思维中的一种自相矛盾, 不是思维对客观对象的正确反映, 而是思维混乱的结果. 是思维过程中主观臆造的产物, 对正确思维起着阻碍作用”[33]. 可拓集合定义零界关联函数 $K(u)=0$, 违背了形式逻辑的不矛盾律, 因而在数学与逻辑学上都有误. 因此, 以关联函数 $K(u)=0$为基础的可拓集合定义是错误之源.

4　关联函数基本公式两种错误形式

作者在文献 [2]中已经对可拓学中的关联函数基本公式[21-27]

$$K(x)=\rho(x,X_0)/D(x,X_0,X) \tag{15}$$

的错误, 给出了严格的数学证明.

式中 $X_0=[a,b]$, $X=[c,d]$, $X\supset X_0$, 且无公共端点.

$$D(x,X_0,X)=\rho(x,X)-\rho(x,X_0),\ x\notin X_0 \tag{16}$$

$$\rho(x,X_0)=\left|x-(a+b)/2\right|-(b-a)/2 \tag{17}$$

$$\rho(x,X)=\left|x-(c+d)/2\right|-(d-c)/2 \tag{18}$$

为了进一步分析出现错误的原因, 本文指出关联函数基本公式 (15) 在一定条件下的两种错误表现形式.

式 (15) 错误原因在于当 $x\notin X_0$, 式 (15) 没有

考虑区间 $[a,b]$, $[c,d]$以及区间 $[c,d]$中点 $M_{cd}=\frac{c+d}{2}$ 与变量 x 之间的相对位置关系.

当 $x\notin X_0$,有 $x\in[c,a]$与 $x\in[b,d]$两种情况. 现在先分析第一种情况,即 $x\in[c,a]$或 x 的定义域在区间 $[c,a]$的情况.

点 x、M_{cd} 与区间 $[a,b]$、$[c,d]$的相对位置关系有多种,图 3为其中一种,即区间 $[a,b]$位于 $[c,d]$中点 M_{cd} 的右侧,且 M_{cd} 不在 $[a,b]$内.

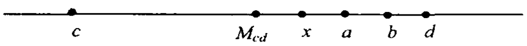

图 3 点 x、M_{cd}与区间 $[a,b]$、$[c,d]$ 相对位置关系图之一

Fig. 3 Location relationship between x, M_{cd} and intervals $[a,b]$, $[c,d]$ (i)

对 $x\notin X_0, x\in[c,a]$,如果 x出现在 M_{cd}的左侧,此时 $M_{ab}=\frac{a+b}{2}>x$, $M_{cd}=\frac{c+d}{2}>x$. 根据公式(17)、(18)有

$$d(x,X_0)=\left|\frac{a+b}{2}-x\right|-\frac{b-a}{2}=a-x \tag{19}$$

$$d(x,X)=\left|\frac{c+d}{2}-x\right|-\frac{d-c}{2}=c-x \tag{20}$$

代入关联函数基本公式(15)得到

$$K(x)=\frac{a-x}{c-x-(a-x)}=\frac{a-x}{c-a} \tag{21}$$

因此,当 $x\notin X_0, x\in[c,a]$,x 在 M_{cd} 的左侧,即 $x<M_{cd}$时,关联函数式(15)是正确的,这就是作者在文献[2]中指出式(15)有意义但具有约束条件的公式

$$K(x)=\frac{a-x}{c-a},x\notin X_0,x\in[c,a],x<\frac{c+d}{2} \tag{22}$$

但是当 $x\notin X_0, x\in[c,a]$,x在 M_{cd}的右侧,即 $x>M_{cd}$时,关联函数式(15)就错误了. 因为此时有 $M_{ab}>x$, $M_{cd}<x$,根据公式(17)、(18),对 $M_{ab}>x$,仍有 $d(x,X_0)=a-x$;但是当 $M_{cd}<x$, $d(x,X)$的表达式就发生了变化,即

$$d(x,X)=\left|x-\frac{c+d}{2}\right|-\frac{d-c}{2}=x-d \tag{23}$$

显然确定区间 $[c,a]$或定义域 $[c,a]$的关联函数 $K(x)$仅与 c有关而与 d无关. 但此时却把 c消去留下了 d,d出现在公式(15)中,即

$$K(x)=\frac{a-x}{x-d-(a-x)}=\frac{a-x}{2x-a-d}$$

$$x\notin X_0,x\in[c,a],x>\frac{c+d}{2} \tag{24}$$

显然关联函数公式(15)就出现了错误.

式(24)是关联函数公式(15)第一种错误形式. 即作者在文献[2]中指出的当出现约束条件 $x\notin X_0, x\in[c,a], x>\frac{c+d}{2}$时,关联函数公式(15)有误.

为了进一步分析关联函数公式(15)错误的原因,下面列举文献[24]、文献[25]中出现上述错误的两个实例.

例 3 文献[24]中 269~271页与文献[25]中 221~222页分别以"人类化石分析的物元模型"与"对人类化石的识别"为题名列举了一个相同的实例,该例应用公式(15)计算指标 1(颅盖高指数)的关联函数值,根据文献[24 25]中提供的指标 1的有关数据,知

$X_0=[a,b]=[51,59]$, $X=[c,d]=[35,59]$, $x=50$

这种情况属于区间 $[a,b]$位于 $[c,d]$的中点 M_{cd}的右侧,且 M_{cd}不在 $[a,b]$内. 文献[24 25]将这些数据分别代入 $d(x,X_0)$、$d(x,X)$与关联函数式(15)得到 $K(x)=-\frac{1}{10}$(见文献[24]第 271页、文献[25]第 222页).

文献[24 25]的计算过程等价于将这些数据直接代入错误公式(24), $K(x)=\frac{a-x}{2x-a-d}=\frac{51-50}{2\times 50-51-59}=-\frac{1}{10}$,因此该例指标 1(颅盖高指数)的关联函数值 $K(x)=-\frac{1}{10}$有误.

例 4 文献[24]中 273~275页与文献[25]中 223~224页列举了一个相同的实例——宇航高压容器强度性能的评定. 根据文献[24 25]提供的有关数据,已知优级评价指标 3(断裂韧度)的 $X_0=[a,b]=[120,125]$, $X=[c,d]=[95,125]$, $x=113$. 属于区间 $[a,b]$位于 $[c,d]$的中点 M_{cd}的右侧,且 M_{cd}不在 $[a,b]$内. 文献[24 25]将这些数据分别代入 $d(x,X_0)$、$d(x,X)$与关联函数式(15),计算得到优级评价指标 3的关联函数值 $K(x)=-0.3684$(见文献[24]第 274页、文献[25]第 224页).

本文将这些数据代入错误公式(24),得

$$K(x)=\frac{a-x}{2x-a-d}=\frac{120-113}{2\times 113-120-125}=-\frac{7}{19}=-0.3684$$

因此该例优级评价指标 3的关联函数值 $K(x)=-0.3684$有误.

类似地可以证明第 2种情况: 区间 $[a,b]$位于 $[c,d]$的中点 M_{cd}的左侧,且 M_{cd}不在 $[a,b]$内(如图 4所示),关联函数基本公式(15)有误.

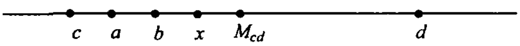

图 4　点 x、M_{cd}与区间 $[a,b]$、$[c,d]$相对位置关系图之二

Fig. 4　Location relationship between x, M_{cd} and intervals $[a,b]$, $[c,d]$ (ii)

类似地,可以得到关联函数基本公式(15)的第 2种错误形式为

$$K(x)=\frac{x-b}{b+c-2x},$$

$$x\notin X_0,x\in[b,d],x<\frac{c+d}{2}\qquad(25)$$

5　侧距关联函数公式错误的证明

文献 [25]的侧距关联函数公式

$$K(x)=\mathrm{d}(x,x_0,X)/D(x,X_0,X)\qquad(26)$$

同样是错误的. 式中 $\mathrm{d}(x,x_0,X)$为侧距,x_0为最优点.

文献 [28]关于多评价特征的量值最优点 x_0不在 $X_{0i}=[a_i,b_i]$中点的侧距关联函数公式

$$K_i(x_i)=\mathrm{d}(x_i,x_{0i},X_i)/D(x_i,X_{0i},X_i);$$
$$i=1,2,\cdots,m\qquad(27)$$

也是错误的.

文献 [34]给出同类侧距公式

$$K^*(x)=\frac{\mathrm{d}(x,x_0,\overset{*}{X_0})}{D(x,\overset{*}{X_0},X^*)}\qquad(28)$$

也同样有误. 现一起证明如下:

文献 [2]与文中第 4章已经证明了关联函数基本公式(15)的错误,以及错误的两种表现形式. 在此基础上,下面证明侧距关联函数公式(26)、(27)、(28)的错误. 侧距关联函数公式(26)、(27)、(28)同样忽略了区间 $[a,b]$, $[c,d]$以及 $[c,d]$中点 M_{cd}与 x的多种相对位置关系. 由于已经证明了关联函数基本公式(15)没有考虑 $[a,b]$、$[c,d]$、M_{cd}与 x的多种相对位置关系的错误及其两种错误表现形式,本文根据文献 [25]中当 $x\notin X_0$时,有 $\mathrm{d}(x,x_0,X_0)=\mathrm{d}(x,X_0)$(见文献 [25]第 173页),于是

$$K(x)=\frac{\mathrm{d}(x,x_0,X_0)}{D(x,X_0,X)}=\frac{\mathrm{d}(x,X_0)}{D(x,X_0,X)}$$

$$K_i(x_i)=\frac{\mathrm{d}(x_i,x_{0i},X_{0i})}{D(x_i,X_{0i},X_i)}=\frac{\mathrm{d}(x_i,X_{0i})}{D(x_i,X_{0i},X_i)}$$

$$K^*(x)=\frac{\mathrm{d}(x,x_0,\overset{*}{X_0})}{D(x,\overset{*}{X_0},X^*)}=\frac{\mathrm{d}(x,\overset{*}{X_0})}{D(x,\overset{*}{X_0},X^*)}$$

上面三式与关联函数基本公式(15)类同,由于已经证明了公式(15)的错误,可见侧距关联函数公式(26)、(27)、(28)同样存在遗漏重要约束条件的错误.

6　结　语

作者在文献 [1～3]研究的基础上,给出对立模糊集概念与定义,提出相对比例函数的概念与定义,给出以相对比例函数表示的模糊可变集合定义,后者更完整地描述了系统质变的两种状态: 渐变式质变与突变式质变. 这些研究成果与文献 [1～3]成果一起,形成一个比较完整的可变模糊集理论体系,是对经典模糊集合静态理论的突破与发展,应用这些理论,能够以数学符号语言表达自然辩证法的三大基本规律: 对立统一规律、质量互变规律与否定之否定规律等哲学内容. 由此可望架起一座沟通哲学与数学两大学科之间联系的桥梁,具有重要的理论与实际意义. 可变模糊集理论、模型与方法,不仅应用于水文水资源、水环境与防洪系统[4～13]、水利水电工程[14～15],而且可用于其他领域[16～20],尤其是工程技术领域.

在文献 [2、3]基础上,分析论证了可拓学中存在的数学错误与逻辑学错误,指出了关联函数基本公式错误的两种表现形式,证明了侧距关联函数公式的错误,这些不同类型的错误使得可拓学、可拓逻辑以及可拓工程方法等以可拓集合为基础的内容,失去了科学的数学与逻辑学基础. 同时,导致可拓学及其应用领域出现了大范围的错误. 指出可拓学的这些错误,可以有利于尽快消除(尤其在工程领域)由错误所产生的负面影响.

参考文献:

[1] 陈守煜. 工程模糊集理论与应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1998

[2] 陈守煜. 工程可变模糊集理论与模型 —— 模糊水文水资源学数学基础 [J]. 大连理工大学学报, 2005, **45**(2): 308-312

(CHEN Shou-yu. Theory and model of engineering variable fuzzy set— Mathematical basis for fuzzy hydrology and water resources [J]. **J Dalian Univ Technol**, 2005, **45**(2): 308-312)

[3] 陈守煜. 可变模糊集理论的哲学基础 [J]. 大连理工大学学报(社会科学版), 2005, **26**(1): 53-57

[4] 陈守煜. 水资源与防洪系统可变模糊集理论与方法 [M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2005

[5] CHEN Shou-yu, GUO Yu. Variable fuzzy sets and its application in comprehensive risk evaluation for flood-control engineering system [J]. **Fuzzy Optim**

and Decis Making, 2006, **5**(2): 153-162
[6] 陈守煜,郭 瑜. 模糊可变集合及其在防洪工程体系综合风险评价中的应用 [J]. 水利水电科技进展, 2005, **25**(6): 4-8
[7] 陈守煜. 可变模糊集合方法及论可拓关联函数基本公式错误 [J]. 水电能源科学, 2005, **23**(5): 1-4
[8] 陈守煜,胡吉敏. 可变模糊评价法及在水资源承载能力评价中的应用 [J]. 水利学报, 2006, **37**(3): 264-271.
[9] 陈守煜,李 敏. 基于可变模糊集理论的水资源可再生能力评价模型 [J]. 水利学报, 2006, **37**(4): 431-435
[10] 陈守煜,胡吉敏. 地下水资源承载能力评价模糊可变模型与方法 [J]. 水资源保护, 2006, **22**(6): 1-5
[11] 陈守煜,李 敏. 可变模糊优选神经网络综合评价模型 [J]. 水电能源科学, 2006, **24**(6): 5-8
[12] 陈守煜. 可变模糊集模型及论可拓工程方法用于水资源系统的错误 [C]// 高丹盈,左其亭. 人水和谐理论与实践: 中国水论坛 No. 4论文集. 北京: 中国水利水电出版社, 2006 91-95
[13] 陈守煜,郭 瑜. 水质综合评价的模糊可变集合方法 [J]. 水资源保护, 2005, **21**(6): 19-22
[14] 陈守煜,郭 瑜. 电力负荷预测的模糊可变集合方法 [J]. 水电能源科学, 2005, **23**(5): 29-31
[15] 陈守煜,王子茹. 可变模糊优选理论及在水电站联合调度方案优选中的应用 [J]. 水电自动化与大坝监测, 2006, **30**(6): 16-20
[16] 陈守煜,郭 瑜. 模糊可变集合与模型及在岩爆分级预测中的应用 [J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(15): 4603-4609
[17] 陈守煜,韩晓军. 围岩稳定性评价的模糊可变集合工程方法 [J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(9): 1857-1861
[18] 陈守煜,胡吉敏. 可变模糊方法及其在工件识别中的应用 [J]. 系统工程与电子技术, 2006, **28**(9): 1325-1328
[19] 陈守煜. 模糊可变集合与可变模糊识别模型兼论可拓集合的数学逻辑错误 [C]// 数学及其应用. 北京: 原子能出版社, 2007
[20] 陈守煜. 模糊可变集合的拓展: 可变集合 —— 兼论可拓零界关联函数等于零的错误 [C]// 数学及其应用. 北京: 原子能出版社, 2007
[21] 蔡 文. 可拓论及其应用 [J]. 科学通报, 1999, **44**(7): 673-682
[22] CAI Wen. Extension theory and its application [J]. **Chin Sci Bull**, 1999, **44**(17): 1538-1548
[23] 蔡 文. 可拓集合和不相容问题 [J]. 科学探索, 1983(10): 83-97
[24] 蔡 文. 物元模型及其应用 [M]. 北京: 科学技术文献出版社, 1994
[25] 蔡 文,杨春燕,林伟初. 可拓工程方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1997
[26] 蔡 文. 可拓学概述 [J]. 系统工程理论与实践, 1998(1): 76-84
[27] 蔡 文,杨春燕,何 斌. 可拓逻辑初步 [M]. 北京: 科学出版社, 2003
[28] 杨春燕. 多评价特征基元可拓集研究 [J]. 数学的实践与认识, 2005, **35**(9): 203-208
[29] 杨春燕. 可拓学的重要科学问题及其关键点 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2006, **38**(7): 1087-1090
[30] 冯利华. 物元分析在地震预报中的应用试验 [J]. 地震学报, 1998, **20**(6): 635-639
[31] 原国红,陈剑平,马 琳. 可拓评判方法在岩体质量分类中的应用 [J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(9): 1539-1544
[32] 苏怀志,吴中如,戴会超,等. 三峡永久船闸高陡边坡整体稳定性的多因素综合评价 [J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(1): 23-32
[33] 彭漪涟. 辩证逻辑基本原理 [M]. 上海: 华东师范大学出版社, 1999
[34] 陈 薇. 基于关联函数评价应注意的问题 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2006, **38**(7): 1143-1145

Variable fuzzy sets theory
—— And on mathematical mistakes and logic errors in extenics theory

CHEN Shou-yu*
(School of Civil and Hydraul. Eng., Dalian Univ. of Technol., Dalian 116024, China)

Abstract Based on engineering fuzzy sets theory and related references, the definition of opposite fuzzy sets, the concept and the definition of relative proportion function are presented and the theory system of variable fuzzy sets is constructed, which is the development of static concept of classical fuzzy sets, and is also the basis for the mathematization of philosophical principles of dialectics of nature. By analyzing the mathematical mistakes, logic errors and mistakes of basic formula of dependent in extenics theory, it is pointed out that all of them can not be used in practical fields, especially in engineering.

Key words variable fuzzy sets; opposite fuzzy sets; relative proportion function; extenics theory; mathematical mistake and logic error