

基于不完备模态测试信息的结构损伤识别方法研究

袁颖^{1,2}, 林皋^{*1}, 周爱红³, 周海辉²

(1. 大连理工大学 土木水利学院, 辽宁 大连 116024;
2. 石家庄经济学院 勘查技术学院, 河北 石家庄 050031;
3. 北京交通大学 土建学院, 北京 100044)

摘要: 测试信息不完备、测量噪声等因素是制约结构损伤识别方法应用的主要难点. 为此首先采用部分测点的实测模态振型数据和未测点的有限元模型模态振型数据构造出完整的模态振型. 其次, 建立了一种适合梁系和杆系结构的基于不完备测试信息的损伤识别方程, 并采用 Levenberg-Marquardt 非线性最小二乘算法进行了方程的求解. 由于采用的是标量损伤模型, 该方法可以同时进行结构的损伤定位和定量研究. 最后, 用一个平面桁架模型进行了数值模拟, 重点考查了实测自由度数、模态数、测试噪声对损伤识别结果的影响. 研究表明, 在测试数据不完备及一定噪声水平条件下, 该方法仍有较好的损伤识别能力.

关键词: 不完备测试数据; 损伤识别; Levenberg-Marquardt 法; 测量噪声
中图分类号: TU312.13 **文献标识码:** A

0 引言

当前, 土木工程结构的损伤识别和健康监测技术一直是国内外研究的热点问题. 虽然针对不同的工程结构, 已经发展了许多有效的损伤识别方法^[1~3], 但是如何利用不完备、含有噪声的实际模态测试信息得到满足一定精度要求的损伤识别结果仍然是目前结构损伤识别研究中的难点.

以往基于有限元模型的结构损伤识别方法在解决这个问题时, 多是采用模型缩聚或是模态振型扩展的方法^[4~5]. 模型缩聚或是模态振型扩展技术从一定程度上解决了不完整模态数据的问题. 但是, 模型缩聚或模态扩展以后, 往往会破坏原始结构的连续性或引入额外误差, 导致用于损伤定位的标识量的物理意义丧失, 进而影响到识别的效果.

本文基于不完备且存在数据误差的模态测试信息开展适用于典型结构的损伤识别方法研究. 模态测试信息的不完备通常表现为测试模态的不完整和测试自由度的不完整. 造成这种不完备主要有两方面的原因: 第一, 在实际的振动测试中,

由于模态分析仪器的带通宽度限制, 只能提取到部分低阶模态信息, 许多高阶模态数据无法通过观测得到; 第二, 由于受各种条件的限制, 观测仪器一般只能布置在结构有限的自由度上, 造成实际观测自由度数通常小于有限元分析模型的自由度数, 这样经过模态分析得到的观测模态振型也就只包含了对应于观测自由度的模态振型分量.

本文在前人^[6]工作的基础上开展针对杆系结构的损伤识别研究. 在有限元模型和不完整实测模态数据的基础上, 建立适用于杆系结构的非线性损伤控制方程; 并采用非线性最小二乘算法进行桁架结构损伤识别的数值模拟研究. 重点考查实测自由度数量、模态数量、数据噪声对损伤识别结果的影响.

1 基本理论

1.1 特征方程及损伤方程的建立
结构损伤前后的特征方程为

$$K_0 \phi_{ui} - \lambda_{ui} M_0 \phi_{ui} = 0$$
$$K_d \phi_{di} - \lambda_{di} M_d \phi_{di} = 0$$

(1)
(2)

收稿日期: 2006-04-06; 修回日期: 2007-07-13.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(重点项目 50139010).
作者简介: 袁颖(1976-), 男, 博士生; 林皋*(1929-), 男, 教授, 博士生导师, 中国科学院院士.

©1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

式中: K 和 M 分别表示结构的整体刚度矩阵和质量矩阵; λ 和 ϕ 分别表示结构的特征值和特征向量; 下标 u 和 d 分别表示结构无损伤和有损伤两种状态; i 表示第 i 阶模态.

一般认为结构损伤仅仅导致结构刚度发生变化, 而质量不发生改变, 即

$$K_d = K_u - \Delta K \tag{3}$$

$$M_d = M_u \tag{4}$$

将式 (3)、(4) 代入式 (2), 得到损伤结构的特征方程

$$[K_u - \lambda_{di} M_u] \phi_{di} - \Delta K \phi_{di} = 0 \tag{5}$$

结构损伤引起刚度的局部变化, 建立损伤模型时通常认为是在结构单元水平上刚度发生折减, 因而采用的是标量损伤模型

$$\Delta K = \sum_{j=1}^{n_e} T_j K_j \tag{6}$$

n_e 表示结构的单元总数; K_j 表示第 j 单元的扩阶刚度矩阵; $T_j \in [0, 1]$, 表示第 j 单元的单元损伤系数, 在本文中是待识别参数的一部分. 在后文中将看到, 由于单元损伤系数 T_j 是定义在单元水平上的损伤待识别参数, 其值大小不仅反映了单元的损伤程度, 而且也直接指示了损伤单元的位置.

1.2 损伤结构不完整模态重构

首先, 为了判断一个实测得到的不完整模态与哪一个有限元模型计算模态属于同一阶模态振型, 利用模态置信准则 (MAC), 将实测模态与有限元模型模态进行匹配程度对比, 即

$$MAC(\phi_u^m, \phi_d^m) = \frac{|\phi_u^{mT} \phi_d^m|^2}{|\phi_u^{mT} \phi_u^m| |\phi_d^{mT} \phi_d^m|} \tag{7}$$

式中: ϕ_u^m 为损伤前有限元模型对应于实测自由度上的扩阶模态向量, ϕ_d^m 为损伤后实测自由度扩阶模态向量. 假设结构的自由度总数为 N , 实测自由度总数为 N_m , 则 ϕ_u^m 和 ϕ_d^m 都是 $N \times 1$ 的列向量, 但是只在 N_m 个实测自由度上有值, 其他未测自由度上值为 0. 置信因子 MAC 接近 1.0 时, 认为实测模态是可信的, 否则实测模态数据不能采用.

然后, 利用模态比例因子 Z 及实测模态向量 ϕ_d^m 求出基于有限元模型的损伤结构实测修正向量

$$\phi_d^{pf} = Z \phi_d^m \tag{8}$$

式中

$$Z = \frac{\phi_u^{mT} \phi_d^m}{\phi_d^{mT} \phi_d^m} \tag{9}$$

实测损伤结构的模态特征向量是不完整的. 因此, 需要补充未测自由度模态向量

$$\phi_d^{unm} = \phi_{ui}^{unm} + \Delta \phi_{di} \tag{10}$$

其中 $\Delta \phi_{di}$ 可以通过如下方式构造^[7]:

$$\Delta \phi_{di} = \sum_{k=1}^{N_{unmi}} U_{ik} \phi_{ik}^{unm} \tag{11}$$

这里, N_{unmi} 为损伤结构第 i 阶模态向量未测自由度总数, $N_{unmi} = N - N_m$, U_{ik} 为模态参与因子. 综合式 (8) 和 (10), 损伤结构第 i 阶完整模态向量可表示为

$$\phi_{di} = \phi_{di}^{pf} + \phi_{di}^{unm} \tag{12}$$

1.3 损伤结构控制方程的建立

将式 (6)、(12) 代入特征方程 (5), 可推导出损伤结构的控制方程:

$$-\sum_{j=1}^{n_e} \sum_{k=1}^{N_{unmi}} d_{jk}^u U_{ik} T_j - \sum_{j=1}^{n_e} a_{ji}^{K_a} T_j + \sum_{k=1}^{N_{unmi}} a_k^{Mu} U_{ik} + a_i^{Ma} = 0 \tag{13}$$

其中

$$d_{jk}^u = K_j \phi_{di}^a \tag{14}$$

$$a_{ji}^{K_a} = K_j \phi_{di}^a \tag{15}$$

$$a_k^{Mu} = [K - \lambda_{di} M] \phi_i^a \tag{16}$$

$$a_i^{Ma} = [K - \lambda_{di} M] \phi_{di}^a \tag{17}$$

$$\phi_i^a = \phi_{di}^m + \phi_{ui}^{unm} \tag{18}$$

从式 (13) 可以看出, 损伤结构控制方程是非线性方程, 待识别参数包括单元损伤系数 T_j 及模态参与系数 U_{ik} .

2 Levenberg-Marquardt 最小二乘法

假设实际测试中只能获得结构的前 N_L 阶模态信息, 为了求解待识别参数 T_j 及 U_{ik} , 可以将非线性损伤结构控制方程表达成广义非线性方程系统形式:

$$f_i(x) = 0 \tag{19}$$

$$x = (T_j \ U_{ik})^T \tag{20}$$

$$i = 1 \sim N_L, j = 1 \sim n_e, k = 1 \sim N_{unmi}.$$

基于方程 (19), 构造非线性最小二乘问题如下:

$$\min f(x) = \frac{1}{2} \|F(x)\|_2^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_L} f_i^T(x) f_i(x) \tag{21}$$

其中 $F(x) = (f_1(x) \ f_2(x) \ \cdots \ f_{N_L}(x))^T$.

对于方程 (21) 的求解, 现在常用的方法有

Gauss-Newton 法、Levenberg-Marquardt 法和拟牛顿法。出于数值稳定性的考虑, 本文利用 Levenberg-Marquardt 非线性最小二乘算法对上述非线性结构控制方程中的损伤系数 Γ 及模态参与系数 U_k 进行求解。

Levenberg-Marquardt 法是信赖域方法的一种, 其模型为^[8]

$$\begin{aligned} \min & \|F(x_i) + J(x_i)(x - x_i)\|_2 \\ \text{s. t. } & \|x - x_i\|_2 \leq h_i \end{aligned} \tag{22}$$

其中 $J(x)$ 是 $F(x)$ 的 Jacobi 矩阵,

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_{N_L}}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_{N_L}}{\partial x_n} \end{bmatrix} \tag{23}$$

这个模型的解可以由解方程组

$$(J^T(x_i)J(x_i) + \alpha_i I)d_i = -J^T(x_i)F(x_i)$$

$$\tag{24}$$

来表征。从而

$$x_{i+1} = x_i - (J^T(x_i)J(x_i) + \alpha_i I)^{-1}J^T(x_i)F(x_i)$$

$$\tag{25}$$

如果 $\| (J^T(x_i)J(x_i))^{-1}J^T(x_i)F(x_i) \| \leq h_i$, 则 $\alpha_i = 0$; 否则 $\alpha_i > 0$ 。由于 $(J^T(x_i)J(x_i) + \alpha_i I)$ 正定, 式 (24) 产生的方向 d_i 是下降方向, 即保证 $F(x_i + d_i) < F(x_i)$ 成立, 达到全局收敛。

3 数值模拟

3.1 计算模型及基本假定

本文采用一六跨桁架桥模型进行了数值模拟。桁架桥模型共有 14 个节点, 31 个单元, 如图 1 所示。结构的自由度数为 25, 每个单元的弹性模量 $E = 2.1 \times 10^{11}$ Pa, 密度 $d = 7\,800$ kg/m³, 横截面面积 $A = 6.45 \times 10^{-4}$ m², 每跨的长度 $l = 0.5$ m, 每个节点只考虑竖向的平动自由度。

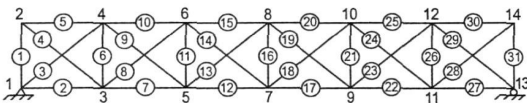


图 1 六跨桁架桥模型

Fig. 1 Six-bay plane truss bridge model

为使问题简化, 假定桁架结构完好状态下建立的有限元模型是精确的, 即结构有限元模型已经过实验模态参数的动力修正, 可以模拟实际结构的动力特性。假定采用质量归一化模态, 模态

观测数据用结构的有限元模型模拟获得, 损伤用弹性模量的折减来模拟。

对于桁架结构而言, 由于弦杆、腹杆和竖杆具有不同的模态应变能水平, 在损伤工况的设计时, 对这 3 种杆件各选择了一个进行研究。数值模拟时, 考虑了单一损伤和多损伤工况, 并且考虑了不同损伤程度的影响。损伤工况的设计如下: (1) 单元 14、16 和 17 发生 5% 的损伤, 即 $\Gamma_{14} = 0.05$, $\Gamma_{16} = 0.05$, $\Gamma_{17} = 0.05$; (2) 单元 14、16 和 17 分别发生 20%、30% 和 10% 的损伤, 即 $\Gamma_{14} = 0.20$, $\Gamma_{16} = 0.30$, $\Gamma_{17} = 0.10$ 。

3.2 计算结果与讨论

(1) 从图 2 3 可以看出, 在无噪声和模态测试数据完备的情况下, 无论是单一损伤工况还是多损伤工况, 最多只要用到前两阶模态数据, 就可以同时准确识别出损伤单元的损伤位置和损伤程度, 而且对轻微损伤 (单元损伤程度 5%) 也具有很好的探测能力。已经提出的节点型损伤识别方

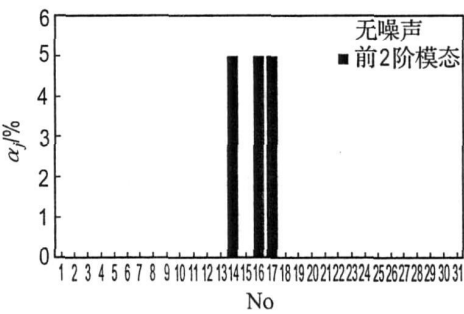


图 2 测点完备时, 单元 14、16 和 17 发生 5% 的损伤

Fig. 2 Damage in the 14th, 16th and 17th (5%) element with complete measurements

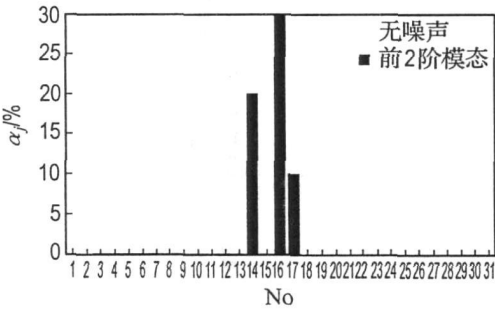


图 3 测点完备时, 单元 14、16 和 17 分别发生 20%、30% 和 10% 的损伤

Fig. 3 Damage in the 14th (20%), 16th (30%) and 17th (10%) element with complete measurements

法,比如柔度法、残余力向量法,在识别同一节点连接多个单元的情况时,往往表现出识别结果的模糊性,即无法准确确定连接到同一节点的无损单元和损伤单元。但是本文的方法不会出现这种情况,因为损伤识别的参数是单元的损伤系数,即定位是直接单元水平上进行的。

(2) 实际振动测试过程中,由于各种条件的限制,测试数据是不完备的,研究不完备测试信息下的损伤识别方法就有着现实意义。前文提到,测试信息的不完备主要表现为实测模态数的不完整和实测自由度数的不完整。但是由于本文的方法只用到前几阶低阶模态信息,这里仅考查实测自由度不完整情况下,本文方法的识别效果。图 4 给出了无噪声情况下,4 个测点(节点编号为 6 7 8 9)时工况 2 的损伤识别结果。在这里用到的测试数据包括前 2 阶模态频率数据和测试点的前 2 阶平动自由度模态振型数据。从图 4 可以看出,在测点信息不完备的情况下,虽然识别的结果与图 3 相同,但是需要用到 4 阶模态测试数据才能识别出准确的结果。这说明采用的模态数量对于损伤识别结果有着重要影响。产生这种现象的本质原因在于反问题的不适定性。在求解最小二乘问题时,会出现方程个数小于、等于或大于未知数个数 3 种情况,分别对应欠定、静定及超定状态。在 4 个测点的情况下,只有采用 4 阶模态,才能得到最为理想的损伤识别结果。这时方程的个数是 100 个,而待识别参数的个数是 99 个,对应着超定状态,否则会导致欠定状态的出现。当处于欠定状态时,最小二乘法不是总能得到符合要求的解。

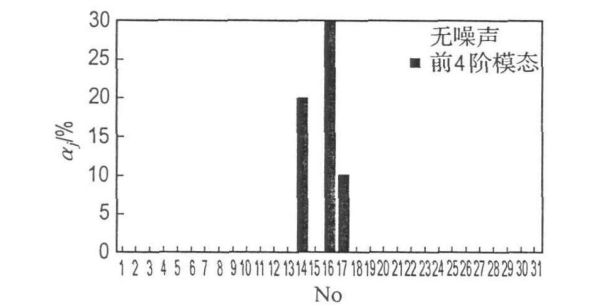


图 4 测点数为 4,模态数为 4 时,单元 14 16 和 17 分别发生 20%、30% 和 10% 的损伤

Fig. 4 Damage in the 14th (20%), 16th (30%) and 17th (10%) element with four measurement points and the first four modes

(3) 从图 4 还可以看出,尽管增加测试模态数后,在测试信息不完备的情况下,仍然可以很好

地验证本文方法的有效性,但是,一个明显的问题在于:数值模拟时,测点的选择是确定性的,即测点的选择包括了损伤单元的节点。因此,从一定意义上讲,损伤单元的测试自由度信息是完整的。而对于实际工程结构的损伤识别是个反问题,无法事先获得结构的损伤状态信息,因此测点的选择是不确定的。本文数值模拟结果表明,如果仅包括损伤单元节点的部分测试信息,即使增加测点数,那么识别结果也会出现很大的误差。图 5 给出了前 4 阶测试模态下,测点数为 9 个(节点编号为 3 4 5 6 7 9 10 11 12),但是不包括第 16 个损伤单元的节点 8 的测试信息的损伤识别结果。从图 5 可以看出,损伤单元 16 没有被识别出来,而与损伤单元相连的无损单元却出现明显峰值,比如 11 和 21 单元。这种现象说明,当观测自由度分布不能覆盖到所有损伤单元时,观测数据不能包含所有结构特征信息,即使增加测点数,也不能精确识别出结构所有的损伤单元。因此,观测自由度的选择是对结构损伤进行准确识别的前提,也是现有识别方法面临的共同难题和很有意义的研究课题之一。

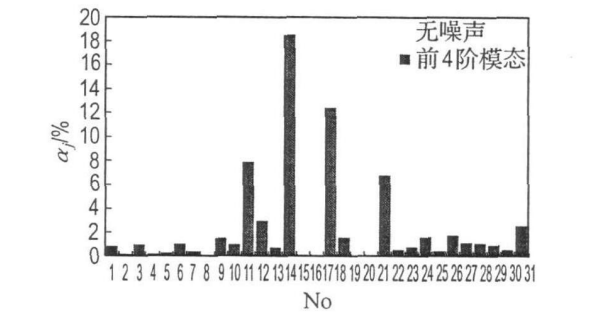


图 5 测点数为 9,模态数为 4 时,单元 14 16 和 17 分别发生 20%、30% 和 10% 的损伤

Fig. 5 Damage in the 14th (20%), 16th (30%) and 17th (10%) element with nine measurement points and the first four modes

(4) 数值模拟结果表明,尽管增加非损伤单元对应的测点数并不能提高损伤单元的可辨识性,但是当模态数增加至 10 阶时,却能够识别出损伤单元的位置和损伤的程度,这说明高阶模态似乎更有利于损伤定位,如图 6 所示。然而,在实际振动测试中,高阶模态的获取是困难的和不准确的,因此通过增加模态数来增强识别效果在实际应用中有很大困难。另外,由于存在测点选择的问题,似乎本文的方法没有什么实际意义。其实不然,从图 4 可以看到,实际只要获得损伤单元

相应节点上的完整自由度信息,就可以通过本文的方法,准确进行损伤识别.也就是说,虽然无法事先获取损伤单元的测试信息,但是可以对所关心的重要部位有重点地确定测点,并对其进行损伤识别,这显然是合理可行的.这也说明,只要确定所关心部位的测点信息,而不需要对整个结构的所有测点进行测试,就能够确定所关心的部位是否发生了损伤.因此从这个意义上讲,本文的方法具有较好的应用前景.

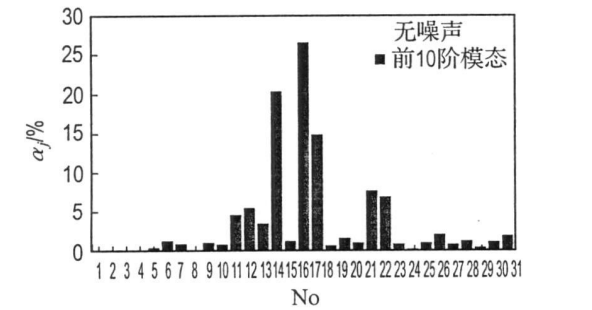


图 6 测点数为 9,模态数为 10 时,单元 14 16 和 17 分别发生 20%、30% 和 10% 的损伤

Fig. 6 Damage in the 14th (20%), 16th (30%) and 17th (10%) element with nine measurement points and the first ten modes

(5) 从上面的分析可以看出,无噪声时,即使在测试信息不完备的情况下,采用本文的方法进行损伤识别,也能取得很好的效果.但是,在实际振动测试过程中,噪声对测试数据的精度有重要影响,并直接影响到损伤识别结果.因此,抗噪声能力也就成为衡量一种损伤识别方法有效性的重要方面.为了研究本文方法的抗噪声能力,仍取工况 2 进行数值模拟.假定测点信息是确定的,或者说在无噪声的情况下,所有损伤单元都是可以识别的.噪声添加方式如下^[5]:

$$Q_i = Q_i + \frac{e}{100} \cdot Q_i \cdot Q_{\max,i} \cdot randn(-1, 1) \tag{26}$$

式中: Q_i 为相应的实测模态振型; Q_i 为第 i 阶计算模态; e 为观测噪声水平(如加 5% 的噪声,则 $e=5$); $Q_{\max,i}$ 为第 i 阶计算模态振型 Q_i 的绝对值最大的分量; $randn(-1, 1)$ 为具有高斯分布的随机数.图 7 和图 8 分别是模态振型分别添加 2% 和 10% 噪声时,采用 4 测点(测点布置同前)6 阶和 10 阶模态计算的损伤识别结果.可见,模态数增加,抗噪声能力也随之提高,但是本文方法在低阶

模态下的抗噪性能并不显著.

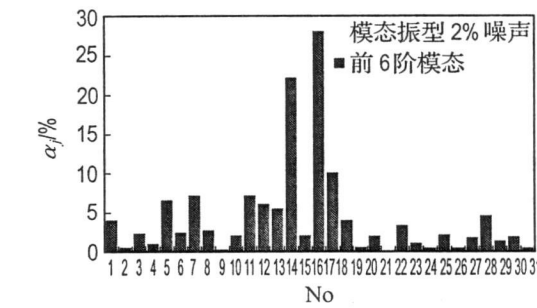


图 7 测点数为 4,模态数为 6,模态振型添加 2% 噪声时,单元 14 16 和 17 分别发生 20%、30% 和 10% 的损伤

Fig. 7 Damage in the 14th (20%), 16th (30%) and 17th (10%) element with four measurement points and the first six modes with 2% noise in mode shapes

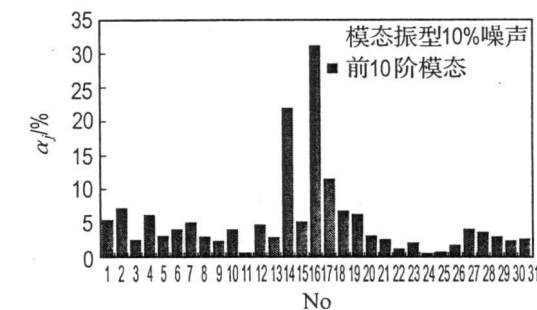


图 8 测点数为 4,模态数为 10,模态振型添加 10% 噪声时,单元 14 16 和 17 分别发生 20%、30% 和 10% 的损伤

Fig. 8 Damage in the 14th (20%), 16th (30%) and 17th (10%) element with four measurement points and the first ten modes with 10% noise in mode shapes

4 结 论

- (1) 在无噪声和模态测试数据完备的情况下,只要用到低阶模态数据,就可以同时准确识别出损伤单元的损伤位置和损伤程度.
- (2) 当测试信息不完备时,测点的选择和模态数量对结构损伤识别结果有重要影响.获得的损伤单元观测自由度信息越丰富,识别结果越好.如果考虑到实测数据太过庞大,可以开展对重点部位和分区域的损伤识别.
- (3) 有噪声情况下,选取的模态数量对于损伤识别结果有显著影响.模态数量越完备,抗噪性越强.

(4) 本文的方法由于是基于有限元模型的, 建立一个能反映实际结构动力特性的有限元模型是其识别成功的基础. 另外, 识别时用到了模态频率和模态振型数据, 因此, 要求所需模态频率和模态振型可以测量, 而梁系和杆系结构的测点相对而言易于布置, 因此, 本文的方法特别适用于杆系和梁系结构.

参考文献:

[1] 李国强, 李 杰. 工程结构动力检测理论与应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2002

[2] SALAWU O S. Detection of structural damage through changes in frequency: a review [J]. **Eng Struct**, 1997, **19**(9): 718-723

[3] 马宏伟, 杨桂通. 结构损伤探测的基本方法和研究进展 [J]. **力学进展**, 1999, **29**(4): 513-527

[4] GUYAN R J. Reduction of stiffness and mass matrices [J]. **AIAA J**, 1965, **3**: 380

[5] 张德文, 魏卓旋. 模型修正与破损诊断 [M]. 北京: 科学出版社, 1999

[6] BICANIC N, CHEN H P. Damage identification in framed structures using natural frequencies [J]. **Int J for Numer Methods in Eng**, 1997, **40**: 4451-4468

[7] CHEN H P, BICANIC N. Assessment of damage in continuum structures based on incomplete modal information [J]. **Comput & Struct**, 1999, **74**: 559-570

[8] 袁亚湘, 孙文瑜. 最优化理论与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2001

Study of damage identification based on incomplete modal measurements

YUAN Ying^{1,2}, LIN Gao^{* 1}, ZHOU Ai hong³, ZHOU Hai hui²

(1.School of Civil and Hydraul. Eng., Dalian Univ. of Technol., Dalian 116024, China ;
2.College of Prospecting Techniques, Shijiazhuang Univ. of Econ., Shijiazhuang 050031, China ;
3.School of Civil Eng. and Archit., Beijing Jiaotong Univ., Beijing 100044, China)

Abstract Some factors, such as incomplete measurements, measurement noise, are main difficulties confronted in damage identification method for application. Firstly, based on the work performed by the earlier researchers, the complete mode shapes are formulated using both the measured mode shapes on partial measurement points and the remaining unmeasured ones of the finite element model. Secondly, a damage identification procedure applicable to the beam and member structures using incomplete modal measurements is presented. The localization and quantification of the structural damage can be determined simultaneously due to the scalar damage model adopted. Finally, a numerical simulation of a planar truss is carried out with the Levenberg-Marquardt nonlinear least squares procedure, in which the effects of the measured number of degrees of freedom, the number of modes and measurement noise on the structural damage identification are investigated in detail. Experimental results indicate that the procedure presented shows good performance even in the case of incomplete measurements and limited noise.

Key words incomplete measurements; damage identification; Levenberg-Marquardt procedure; measurement noise