

基于共变谱的 CZT多源时延估计新方法

郭莹, 邱天爽*, 张艳丽

(大连理工大学 电子与信息工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 针对现实环境中经常出现的强脉冲、非高斯噪声,以 T 稳定分布作为噪声模型,研究了被动系统中的多源时延估计问题. 同时考虑到 T 稳定分布噪声会降低基于二阶统计量的传统方法的性能,依据分数低阶统计量理论并引入线性调频 Z 变换(CZT),提出了一种脉冲噪声环境条件下的多源时延估计新方法,仿真表明该方法可有效解决脉冲噪声环境中多源时延估计的高精度问题,其性能优于常用的共变法.

关键词: T 稳定分布; CZT; 分数低阶统计量; 时延估计
中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A

0 引言

时延估计是在诸如雷达、声纳、生物医学工程和通信等领域得到广泛关注和应用的,多源问题是时延估计中经常遇到的问题之一. 在被动系统中,接收器可能会接收到由多个目标源发射的信号,这些经过不同信道到达的信号互相叠加,会产生多个时延,多源时延估计的目标就是从叠加的信号中确定这些时延,继而确定各目标源的距离和方位等. Hou等^[1]首次提出将时延估计问题转化为谐波信号的频率估计问题,在此基础上又产生了众多类似估计方法,无论是文献[2-3]还是[1-4]的方法,都可以归结为在时延域进行谱分析进而确定多源时延. 本文将FFT谱计算中的一个重要子类——线性调频Z变换(CZT)算法引入多源时延估计问题中,以期得到高分辨率的多源时延估计. 同时注意到文献[1~4]提出的方法都假设背景噪声服从高斯分布,这主要是因为高斯噪声模型是一个简单适用的模型,便于分析计算. 但是近年的研究和实测表明,实际信道中存在的大量人为电磁脉冲干扰、自然背景噪声等均表现为非高斯分布^[5],它们的存在会使传统基于二阶统计量的算法性能退化甚至失效,所以人们已开始致力于研究脉冲噪声条件下的时延估计方法^[5-6]. 本文将 T 稳定分布作为噪声模型,结合分数低阶统计量理论和 CZT,提出脉冲噪声环境下多源时延估计的新方法,并讨论其

在 T 稳定分布噪声下对多源时延的高分辨率估计性能.

1 基本原理

1.1 T 稳定分布过程

T 稳定分布是最适合描述现实环境噪声的模型之一. 不仅是因为高斯分布是其特例之一,更重要的是因为这种分布满足广义中心极限定理,具有稳定性^[5]. T 稳定分布与高斯分布的主要区别是 T 稳定分布某些时刻的样本值远远地高出其均值,具有非常显著的脉冲特性,且其统计密度函数具有较厚的拖尾. 它的概率密度函数没有统一的封闭表达式,一般用其特征函数进行描述^[7]:

$$h(t) = \begin{cases} \exp\left\{jat - V|t|^U \left[1 + jU \operatorname{sgn}(t) \tan\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]\right\}; & \text{当 } T \neq 1 \\ \exp\left\{jat - V|t|^U \left[1 + jU \operatorname{sgn}(t) \frac{2}{\pi} \log|t|\right]\right\}; & \text{当 } T = 1 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $T \in (0, 2]$,是特征指数,控制着随机过程的脉冲程度, T 愈小脉冲性愈强,称 $0 < T < 2$ 的情况为分数低阶 T 稳定分布(FLOA分布); $U \in [-1, 1]$,是对称系数, $U = 0$ 表示对称分布, $U = 0, T = 2$ 为高斯分布; $V > 0$,是分散系数,类似于高斯分布的方差; $a \in \mathbf{R}$,为位置参数,表示稳定分布的均值或中值. 当 $U = 0, a = 0$ 时称为 $S^T S$ (symmetry T -stable distribution), $S^T S$ 具有许多与高斯分布

收稿日期: 2006-03-12 修回日期: 2007-05-20.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60372081; 30570475; 30170259); 教育部高等院校博士学科点专项科研基金资助项目(20050141025).

作者简介: 郭莹(1975-),女,博士生; 邱天爽*(1954-),男,博士,教授,博士生导师.

相同的性质, 比如 $S^T S$ 的概率密度函数也是平滑的、单峰的、钟形的及关于某值对称等。故本文将环境噪声假设为 FLOA- $S^T S$ 。

Γ 稳定分布过程的另一个重要性质是: 当 $0 < \Gamma < 2$ 时, 该分布不具有 Γ 及以上各阶统计量, 正是这个原因使得传统的基于高斯噪声假设 (以二阶统计量为基础) 的许多算法失效。分数低阶统计量 (FLOM) 理论是研究 Γ 稳定分布的有力工具, 可以借助其进行脉冲噪声环境下各种算法的研究。FLOM 理论中, 稳定分布过程共变函数的表达式为^[8]

$$[x(t), x(s)]_{\Gamma} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(t-s)k} H(k) dk \quad (2)$$

其中 $H(k)$ 是 $x(t)$ 的一种称为谱测度的非负函数, 当 $\Gamma = 2$ 时, 谱测度 $H(k)$ 对应高斯过程的功率谱, 当 $0 < \Gamma < 2$ 时, 它并不表示 $x(t)$ 的功率谱, 但是仍起着与功率谱类似的作用。所以, 由式 (2) 可看到, 稳定分布过程的自共变函数和二阶过程的自相关函数有着同样的意义, 与谱测度构成一对傅里叶变换对。在实际应用中, 式 (2) 常表达为^[5]

$$\Gamma_{xx}(f) = [x(t), x(t+f)]_{\Gamma} = \frac{E[x(t)x(t+f)^{(p-1)}]}{E[|x(t+f)|^p]} V_x \quad (3)$$

其中 $(\cdot)^{(p)} \triangleq |\cdot|^{p-2}(\cdot)^*$, “ \triangleq ” 表示定义, V_x 是 $x(t)$ 的分散系数。

$p = 2$ 时, 自共变函数变为自相关函数, 所以自共变函数是对二阶过程自相关函数的广义化, 对自共变函数式 (3) 进行傅里叶变换得到一种分数阶谱——共变谱:

$$C_{xx}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{xx}(f) e^{-jkf} df \quad (4)$$

功率谱密度函数是共变谱在 $p = 2$ 时的特例, 共变谱是功率谱密度函数的广义化。

1.2 CZT 的基本原理

CZT^[9] 是为了克服 FFT 谱的某些局限而产生的一种计算信号频谱的方法, 是一种有效的频谱细化方法, 它可以准确地分辨出信号中多个单频信号的频率。DFT 可以计算有限长度 $x(n)$ ($0 \leq n \leq N-1$) 的连续谱 $X(e^{jk})$ 在 $[0, \pi]$ 上的 N 点均匀取样值 (频率采样间隔为 π/N)。而应用 CZT 则可以计算得到连续谱 $X(e^{jk})$ 在任意一段频率范围 (k_1, k_2) 上任意频率采样间隔的均匀取样值。

设序列 $x(n)$ 的长度为 N , 则其 CZT 的定义式为

$$X(z_k) = \text{CZT}[x(n)] = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) z_k^{-n}; \quad (5)$$

$$0 \leq k \leq M-1$$

式中: $z_k = A_0 W_0^{-k} e^{j(\theta_0 + k\theta_b)}$ 。 A_0 和 W_0 为实数, A_0 决定谱分析起始点的幅度, W_0 决定分析路径的盘旋趋势; θ_b 表示 2 个相邻分析点之间的夹角, 表征频率分辨率, 可以取任意值; θ_0 表示起始弧度; 细化的区域由 θ_0 , θ_b 和 M 决定, 所选弧度的范围为 $[\theta_0, \theta_0 + (M-1)\theta_b]$ 。

从定义式 (5) 可知, CZT 计算得出的频谱 $X(z_k)$ ($0 \leq k \leq M-1$) 就是 $x(n)$ ($0 \leq n \leq N-1$) 的连续谱 $X(e^{jk})$ 在 $k = \theta_0 + k\theta_b$ ($0 \leq k \leq M-1$) 处的取样值。因此当 $\theta_b < \pi/N$ 即 CZT 的频率采样间隔小于 DFT 的频率采样间隔时, CZT 对连续谱 $X(e^{jk})$ 的取样就比 DFT 对 $X(e^{jk})$ 的取样更致密, 即 CZT 在频率区间 $[\theta_0, \theta_0 + (M-1)\theta_b]$ 中起到了细化 DFT 频谱的作用。

1.3 基于共变谱的 CZT 多源时延估计新算法

不考虑信道的散射效应, 并为便于讨论, 只考虑两个接收机和两个发射源的情况, 并且无幅度衰减, 则信号噪声模型为

$$x_1(t) = s_1(t) + \omega(t) + n_1(t) \quad (6)$$

$$x_2(t) = s_1(t - D_1) + \omega(t - D_2) + n_2(t) \quad (7)$$

式中: D_1, D_2 是时间延迟; $n_1(t), n_2(t)$ 为独立的 $S^T S$ 噪声; $s_1(t), s_2(t)$ 是感兴趣的信号, 本文假设它们是在带宽 f_B (Hz) 内具有平坦共变谱^[7]的信号, 即

$$C_{s_i s_i}(f) = \begin{cases} C; & |f| \leq f_B \\ 0; & |f| > f_B \end{cases} \quad (8)$$

文献 [1~4] 提出的时延估计方法都是对 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 首先作互相关, 但是当环境噪声是符合 $S^T S$ 分布的脉冲噪声时, $n_1(t), n_2(t)$ 的存在使得 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 不存在有限的二阶矩, 继而使传统的基于二阶统计量的算法失效。由分数低阶统计量理论知, $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的共变是存在的, 文献 [6] 提出了一系列抑制 $S^T S$ 脉冲噪声的韧性时延估计法, 其中就包括共变法。仿真及理论分析都表明这种方法在脉冲噪声条件下是有效的。求 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的共变, 同时考虑信号、噪声的独立性假设, 得

$$\Gamma_{x_2 x_1}(f) = [x_2(t), x_1(t+f)]_{\Gamma} = [s_1(t - D_1) + \omega(t - D_2) + n_2(t), s_1(t+f) + \omega(t+f) + n_1(t+f)]_{\Gamma} = [s_1(t - D_1), s_1(t+f)]_{\Gamma} + [s_2(t - D_2), s_2(t+f)]_{\Gamma} \quad (9)$$

对共变 $\Gamma_{x_2 x_1}(f)$ 作傅里叶变换, 得 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的共变谱

$$C_{x_2x_1}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{x_2x_1}(f) e^{-jkf} df = \int_{-\infty}^{\infty} \{ [s_1(t - D_1), s_1(t + f)] \Gamma + [s_2(t - D_2), s_2(t + f)] \Gamma \} e^{-jkf} df \quad (10)$$

设 $t'_1 = t - D_1, t'_2 = t - D_2, f_1 = f + D_1, f_2 = f + D_2$, 则上式变为

$$C_{x_2x_1}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \{ [s_1(t'_1), s_1(t'_1 + f_1)] \Gamma e^{jkD_1} \} e^{-jkf_1} df_1 + \int_{-\infty}^{\infty} \{ [s_2(t'_2), s_2(t'_2 + f_2)] \Gamma e^{jkD_2} \} e^{-jkf_2} df_2 = C_{s_1s_1}(k) e^{jkD_1} + C_{s_2s_2}(k) e^{jkD_2} \quad (11)$$

将式 (11) 离散化, 由前面的假设, 设 $C_{s_1s_1}(k)$ 和 $C_{s_2s_2}(k)$ 为常数 C , 同时考虑到实际难以做到信号和噪声间的严格统计独立而加上一噪声项 $w(k)$, 则式 (11) 变为

$$C_{x_2x_1}(k) = C e^{j2\pi\Delta f D_1} + C e^{j2\pi\Delta f D_2} + w(k) \quad (12)$$

式中: Δf 为频域采样间隔, 由采样频率和 FFT 的长度决定; k 为离散频率变量. 不考虑 $C_{x_2x_1}(k)$ 的物理意义, 式 (12) 可以表示一个离散的复序列, k 等效为时间变量, Δf 等效为时域采样间隔, D_1, D_2 等效为复指数信号的频率, 这实际上是在时延域进行的频率估计, D_1, D_2 即为所要估计的频率. 所以对 $C_{x_2x_1}(k)$ 作离散傅里叶变换:

$$F_{x_2x_1}^{(c)}(k') = \sum_{k=0}^{N-1} C_{x_2x_1}(k) e^{-jk'n} = C e^{j(D_1 - k')(N-1)/2} \times$$

$$\text{sinc} \left[\frac{(k' - D_1)/N}{2} \right] \left| \text{sinc} \left[\frac{(k' - D_1)}{2} \right] \right| + C e^{j(D_2 - k')(N-1)/2} \text{sinc} \left[\frac{(k' - D_2)/N}{2} \right] \left| \text{sinc} \left[\frac{(k' - D_2)}{2} \right] \right| + \sum_{k=0}^{N-1} w(k) e^{-jk'n} \quad (13)$$

为与式 (11)、(12) 的 k 区别, 这里用 k' 代表频率. 由此, 信号的能量被集中到了 D_1 和 D_2 处了, 但是实际上作的是 FFT, 得到的是离散的频谱, 离散频谱各点与实际频率的对应关系为

$$f = m f_s / N \quad (14)$$

式中: f 表示实际频率 (这里, 本文欲知的是 D_1 和 D_2); f_s 表示采样频率 (这里对应的是 $1/\Delta f$). 由式 (14) 知, 只能得到 m 为整数的频率值, 当 D_1 和 D_2 很接近或它们不对应整数点时, 它们就会存在于 sinc 函数的同一个主瓣内, 从而难以分辨. 但是由前面 1.2 所述的 CZT 原理易知 CZT 是采用更小的间隔去采样时间序列的连续频谱, 即细化频谱, 故通过适当选择 2 个相邻分析点之间的夹角 h_0 起始弧度 θ_0 以及取样点数 M 来细化某一特定频段 ($[\theta_0, \theta_0 + (M-1)h_0]$) 的频谱, 就可以达到分辨出 D_1 和 D_2 的目的.

综上所述, 得出基于共变谱的 CZT 时延估计算法的具体方案如图 1 所示.

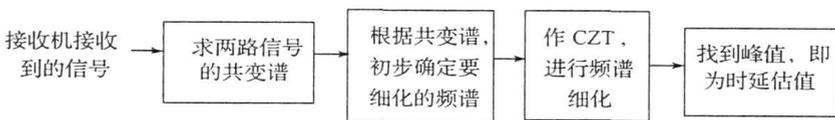


图 1 基于共变谱的 CZT 算法的时延估计方案

Fig. 1 Scheme of TDE method based on covariation spectrum combining with CZT

1.4 分辨率问题

式 (9) 表明, 带噪多源信号的共变函数为两个源信号的共变函数之和, 1.3 中本文假设 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 是在带宽 f_B (Hz) 内具有平坦共变谱的信号, 而共变谱是共变的傅里叶变换. 所以由式 (8), 共变可写为

$$\Gamma_{s_1s_1}(f) = \int_{-f_B/2}^{f_B/2} C e^{j2\pi f t} df = 2C f_B \frac{\text{sinc}(2\pi f_B f)}{2\pi f_B f} = A \text{sinc}(2\pi f_B f) \quad (15)$$

式中 A 为常数. 也就是说在这种假设下, $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 的共变函数是一个 sinc() 函数的形式. sinc() 函数的主瓣宽度 T 与信号的共变谱宽度

成反比, 即

$$T = 1/f_B \quad (16)$$

若两个时延 D_1 和 D_2 之差 $\Delta D = |D_2 - D_1| > T$, 则称文献 [6] 提出的共变法对多源时延 D_1 和 D_2 是可分辨的. 但是当 D_1 和 D_2 接近到一定程度, 两个共变函数的主瓣就会融合, 从而难以有效估计出时延值了. 本文提出的方法经仿真验证可以有效地改善基本共变方法的分辨能力.

2 仿真分析

实验的数据模型如式 (6) 和 (7) 所示.

首先, 由于一个特征指数为 1 的稳定分布不

存在 \mathbb{T} 阶及以上各阶统计量, 即 $E\{|X|^p\} = \infty, p \geq \mathbb{T}$, 二阶统计量下用方差定义的信噪比 (R_{sn}) 也不再适用. 本文使用了“广义信噪比” (R_{gsn} , generalized signal noise ratio) 的概念^[5], 即

$$R_{gsn} = 10 \log \frac{E\{|s(t)|^2\}}{V} \quad (17)$$

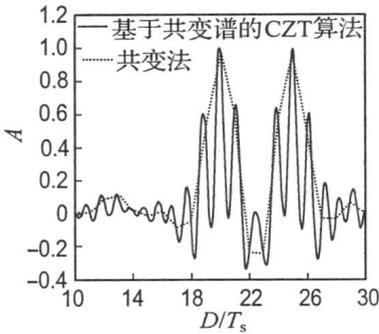
式中: $s(t)$ 代表信号; $V(V > 0)$ 表示 $S^T S$ 噪声的分散系数 (相当于高斯过程的方差).

实验中, 采样频率为 $f_s = 1024$ Hz, \mathbb{T} 稳定分布的特征指数为 $\mathbb{T} = 1.5$, 广义信噪比 $R_{gsn} = 15$ dB. 满足信号共变谱为平坦谱的两种情况带宽分别为 $f_{B1} = 600$ Hz, $f_{B2} = 400$ Hz, 所以 $1/f_{B1} =$

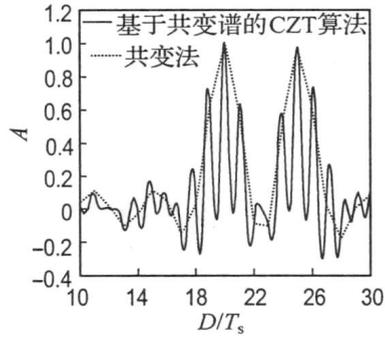
$1/600 = 1.67$ ms, $1/f_{B2} = 1/400 = 2.5$ ms. 在运用 CZT 算法时, 分析频段的起始归一化频率选为 $f_0 = 0.2$, 取样点数 $M = 50000$, $h_0 = 0.08$, 并设 $A_0 = 1, W_0 = 1$.

算例 1 设时延真值分别为 $D_1 = 20T_s, D_2 = 25T_s$.

因为 $\Delta D = |D_2 - D_1| = 4.9$ ms, 同时大于 $1/f_{B1}$ 和 $1/f_{B2}$, 所以两种情况下共变法都是可分辨的. 从实验结果图 2 中看到, 文献 [6] 提出的共变法 (图 2 中虚线所示) 和本文基于共变谱的 CZT 算法均可以很好地分辨.



(a) 共变谱宽为 600 Hz



(b) 共变谱宽为 400 Hz

图 2 $D_1 = 20T_s, D_2 = 25T_s$ 不同共变谱宽条件下本文算法和共变法的时延估计

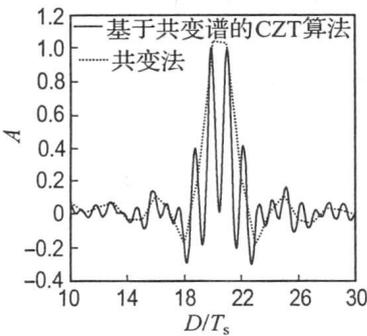
Fig. 2 Comparison of TDE between the proposed method and covariation method under different covariation spectrum width condition, the true time delay are $D_1 = 20T_s, D_2 = 25T_s$

算例 2 设时延真值分别为 $D_1 = 20T_s, D_2 = 21T_s$.

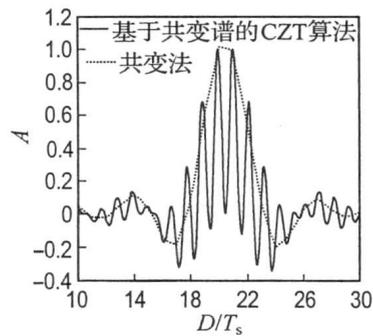
因为 $\Delta D = |D_2 - D_1| = 0.98$ ms, 同时小于 $1/f_{B1}$ 和 $1/f_{B2}$, 因此在这种情况下共变法是不可分辨的. 从实验结果 (图 3) 中可以看到, 文献 [6] 提出的共变法 (图中虚线所示) 的确对这两个相

隔很近的时延值是不可分辨的, 但是本文基于共变谱的 CZT 算法 (图中实线所示) 却可以很好地分辨, 而且分辨率很高.

上述实验表明, 本文提出的基于共变谱的 CZT 算法是一种具有高分辨率的时延估计方法.



(a) 共变谱宽为 600 Hz



(b) 共变谱宽为 400 Hz

图 3 $D_1 = 20T_s, D_2 = 21T_s$ 不同共变谱宽条件下本文算法和共变法的时延估计

Fig. 3 Comparison of TDE between the proposed method and covariation method under different covariation spectrum width condition, the true time delay are $D_1 = 20T_s, D_2 = 21T_s$

3 结 语

本文研究了在环境噪声服从 T 稳定分布情况下的高分辨率多源时延估计算法,依据“时间延迟估计问题可转化为复值正弦信号频率估计问题”的思想,提出了一种利用线性调频 Z 变换并结合分数低阶统计量理论进行时延估计的新方法.仿真表明该方法具有分辨率较高、灵活性强的特点,同时因为功率谱是共变谱的一个特例,当环境噪声是高斯分布时,可以直接对功率谱进行 CZT 变换,以实现高分辨率的时延估计.

参考文献:

[1] HOU Z Q, WU Z D. A new method for high resolution estimation of time delay [J]. **IEEE Int Conf of ICASSP on Acous, Speech, and Signal**, 1982, 7(5): 420-423

[2] 邱天爽,王宏禹.一种基于最大熵谱估计的高分辨率时间延迟估计方法[J].*电子与信息学报*,1997, 19(2): 269-273

[3] 王宏禹,邱天爽.自适应噪声抵消与时间延迟估计[M].大连:大连理工大学出版社,1999

[4] GE F, SHEN D, PENG Y, *et al.* Super-resolution time delay estimation in multipath environments [J]. **IEEE Conf on Wireless Commun and Networking**, 2004, 2(3): 1121-1126

[5] NIKIAS C L, SHAO M. **Signal Processing with Alpha-Stable Distributions and Applications** [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1995

[6] MAX, NIKIAS C L. Joint estimation of time delay and frequency delay in impulsive noise using fractional lower order statistics [J]. **IEEE Trans Signal Process**, 1996, 44(11): 2669-2687

[7] 查代奉,邱天爽.基于分数低阶谱的频域广义白化滤波方案[J].*通信学报*,2005, 26(5): 24-30

[8] CAMBANIS S, MILLER G. Linear problem in p -order and stables processes [J]. **SIAM Appl**, 1981, 41(3): 43-69

[9] 李天响,葛临东.两种快速细化分析方法的研究[J].*系统工程与电子技术*,2004, 26(9): 1192-1194

A novel multi-source time delay estimation method based on CZT and covariation spectrum

GUO Ying, QIU Tian-shuang*, ZHANG Yan-ti

(School of Electr. and Inf. Eng., Dalian Univ. of Technol., Dalian 116024, China)

Abstract Since there exists non-Gaussian impulsive noise in real environment, T -stable distribution is taken as the noise model. And under this assumption, the problem of multi-source time delay estimation in passive systems is studied. Considering the effect of T -stable distributed noises for the classical second order statistics, combining fractional lower order statistics theory and chirp Z transformation (CZT), a novel multi-source time delay estimation method in impulsive noise environment is proposed. Simulations show that the proposed method is a high resolution method suited for T -stable distributed noises condition and its performance is better than that of the common method named covariation method.

Key words T -stable distribution; CZT; fractional lower order statistics; time delay estimation