第47卷第6期 大连理工大学学报 Vol. 47, No. 6
2007年11月 Journal of Dalian University of Technology Nov. 2007

文章编号：1000-8608(2007)06-0880-05

基于非线性灰模型下贮油罐上水变形分析

伊晓东*， 周惠成

（大连理工大学 土木水利学院，辽宁 大连 116024）

摘要：大罐上水过程中的沉降变形具有规律性. 利用灰色系统理论，把离散的沉降观测数据按某种序列（或某一约束条件）排列，考虑到大罐充水过程变形形式，分别建立了基于线性和非线性关系下的一阶连续灰微分沉降模型；同时选择上水水位高和上水时间序列作为模型变量分别进行解算，显示了软基础下的大罐，上水速度与罐体沉降变化基本呈线性的特点，就此推导了以连续时间变量序列来拟合与预测大罐上水过程的沉降变形模型. 所提出的解算方法，可以方便大罐沉降变形的过程和规律分析，对指导同类上水试验工作具有一定意义.

关键词：上水试验；灰模型；软基础；变形预测

中图分类号：P208 **文献标识码**：A

1 建立在灰色理论下的非线性沉降模型

作为石油战略储备之用的大型贮油罐，在运营前要进行上水试验，而由此引起的罐基础沉降变形则具有明显的规律性，包括沉降变形周期短（仅发生在上水的1个月内）、沉降变形大（如在软基础的辽河油田沉降一般都能达到100 mm以上）、变形产生因素较明确、变形随水位上升变化显著等特点.

由于受罐体的设计结构和尺寸、基础、季节、上水的不连续性等影响，大罐的沉降过程可以认为是一个灰色过程，这一过程每一时刻的数值都可视为变形体内部状态的过去变化与外部所有因素共同作用的结果[1]. 而灰色系统理论认为，无论客观怎样复杂，但终究是相互关联的、有序的、有整体的功能，建立灰色预测模型目的是用数据生成这种特征规律，然后又用这种规律性对可能发生的沉降异常值时刻或大小进行预测.

目前对罐体的这种沉降分析仅是建立在传统的定量分析或用简单的沉降过程曲线进行事后评估水平. 本文引入灰色预测模型于试验中，以便指导同类工程施工及验收.

1.1 大罐的沉降灰色预测模型

由于大罐的沉降受罐的自重和罐的容积以及上水高度等因素影响，其变化速率为非线性的，考虑到上水水位高度是影响大罐沉降变化的主要因素，建立的灰色预测模型GM(1,1)应是一个单变量或双变量一阶非线性动态灰微分模型.

对于单变量一阶非线性动态灰微分模型表现形式为[2]

$$\frac{\mathrm{d}x^{(1)}}{\mathrm{d}t} = ax^{(1)} - b(x^{(1)})^2 \tag{1}$$

式中：x 为罐沉降序列变量，上标为序列状态数；a、b 为待辨识的模型灰参数；t 为不同水位段间隔序列（周期 k）对应的停滞时刻. 若 $x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \cdots, x^{(1)}(n))$ 与 $x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \cdots, x^{(0)}(n))$ 满足如下关系：

$$x^{(1)}(k) = \sum_{k=1}^{n} x^{(0)}(k) \tag{2}$$

称 $x^{(1)}$ 是原始离散数列 $x^{(0)}$ 的一次累加生成数列.

求解式(1)微分模型，有上水水位高度 H 响应沉降函数：

$$\hat{x}^{(1)}(t) = \left[x^{(1)}(1) - \frac{b}{a}\right]\mathrm{e}^{-a(H-1)} + \frac{b}{a} \tag{3}$$

式(3)的参数列 $[a, b]$ 可用非线性最小二乘

收稿日期：2006-03-15； 修回日期：2007-10-15.
作者简介：伊晓东*(1965-)，男，博士生，副教授；周惠成(1958-)，男，教授，博士生导师.

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

法解得[3].

反之，对式(2)作累减可生成还原时间序列：

$$\hat{x}^{(0)}(t+1)=(x^{(1)}(t+1)-x^{(1)}(t)) \quad (4)$$

实际计算时取 $x^{(1)}(1)=x^{(0)}(1)$，式(3)、(4)即为大罐上水沉降试验灰色预测模型.

从大罐上水的实践经验看，如果不是均匀上水而是阶段性地上水，即水位升到某个高度后，会停滞几个小时甚至几天，但大罐仍会继续下沉，这时称其为时间滞后下沉，如果用上面的数学模型难免会有估算误差. 同样，在大罐上满水后进行的稳压(大罐的正负压)试验阶段，大罐实际也在下沉，这些下沉的特点是：在大罐土建基础较好的情况下，沉降会不断趋于稳定，它是水位高度 H(成正比)和滞后时间 t(成反比)的函数，用数学模型表达为

$$\Delta h(t)=H\times(\mathrm{e}^{-a_1\times t}-1) \quad (5)$$

实际上上式为一均匀收敛的级数表达式，其中

$$\mathrm{e}^{-a_1\times t}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{t^n}{n!}(-a_1)^n \quad (6)$$

满足条件 $t=t_0=0$ 时 $\Delta h(t)=0$，a_1 为拟合常数.

这样大罐的沉降模型就应加上滞后时间沉降改正，即

$$x(H,t)=x(H,t_0)+\Delta h(t) \quad (7)$$

具体地对一阶非线性动灰微分模型有

$$x(H,t)=\frac{a/b}{1+\left(\frac{a}{bx^{(0)}(1)}-1\right)\mathrm{e}^{-aH}}-\frac{a/b}{1+\left(\frac{a}{bx^{(0)}(1)}-1\right)\mathrm{e}^{-a(H-1)}}+H(\mathrm{e}^{-a_1\times t}-1) \quad (8)$$

1.2　灰色模型成果检验

GM 模型建立之后，其预测效果和精度能否满足要求，有必要对其进行检验，本文采用后验差检验. 对应的检验参数为

(1) 后验差比值

$$C=s_2/s_1 \quad (9)$$

(2) 小误差概率

$$P=P\{|\varepsilon^{(0)}(t)-\bar{\varepsilon}|<0.674\,5s_1\} \quad (10)$$

式中：$s_2=\frac{1}{N-1}\sum_{t=1}^{N}(\varepsilon^{(0)}(t)-\bar{\varepsilon})^2$，为拟合残差绝对值序列方差；$s_1=\frac{1}{N-1}\sum_{t=1}^{N}(x^{(0)}(t)-\bar{x})^2$，为原始沉降观测序列方差.

用 C 与 P 值来综合评定预测模型的精度等级的具体指标见文献[2].

一般来说，C 值越小越好，即 s_2 较 s_1 小得多，表明原始序列离散性大，而预测的误差离散性小，预测值的精度高. P 越大越好，即小误差概率大，它反映了预测模型拟合的精度高.

1.3　沉降数据灰色模型组及预测灰平面的可靠性分析

以灰色模型为基础建立的沉降分析模型得出的成果是否可靠和准确，可借助灰平面条件分析判断[2].

设 $x^{(0)}(i)$ 为大罐上水时第 i 周期与相邻 $i-1$ 周期的原始沉降序列. 现从 $x^{(0)}$ 中取出不同长度的包含原点在内的子序列 k：

$$x_{k-1}^{(0)}=(x^{(0)}(k),x^{(0)}(k+1),\cdots,x^{(0)}(N)) \quad (11)$$

一般要求 $1\leqslant k\leqslant N-3$，其中 $k=1$ 时为累积沉降量原始序列.

由式(11)构成的 $N-3$ 个子序列 $x_{k-1}^{(0)}$，建立 GM(1,1) 模型群，并得到一组灰参数 $\hat{\boldsymbol{a}}_i=(a_i\quad b_i)^{\mathrm{T}}$，进一步响应求得一组预测值 $\hat{x}_i^{(1)}(t+k_1)$，其中 $k_1>1$.

若记预测值的全体为 X，即

$$X=\{|\hat{x}_i^{(1)}(t+k_1)|\} \quad (i=0,1,2,\cdots,N-4) \quad (12)$$

称 X 为预测灰色模块. 若用 $\overline{X}=\max|\hat{x}_i^{(1)}(t+k)|$ 与 $\underline{X}=\min|\hat{x}_i^{(1)}(t+k)|$ 分别表示灰色预测模块 X 的上界与下界，则有

$$S(X)=\overline{X}-\underline{X} \quad (13)$$

称 $S(X)$ 为目标未来发展(沉降)的可能平面即灰平面，灰平面呈一喇叭形展开，表明未来时刻越远，预测值的开区间越大. 显然 $S(X)$ 越小，模型预测精度越高.

灰平面在灰色预测中有相当重要的作用，可用来估计未来预测值的可信程度. 一般来说，取灰平面上界或下界都是不可信的. 只有灰平面的均线才是信赖度较高的. 为此本文结合大罐沉降实际情况，从 GM(1,1) 模型群中，选择出预测模块接近灰平面均线的 GM(1,1) 模型作为大罐沉降的动态预测模型.

2　GM 模型用于储油罐上水沉降过程动态拟合试验

为了比较建立的 GM 模型的适用性(沉降速

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

度为线性及非线性条件下),结合作者在辽河油田特油2号站上水试验[4]中对其中9# 大罐的沉降试验数据进行了拟合和预测.

2.1 沉降速度按线性变化时的数学模型

为便于比较,分别按时间序列变量 t 和按水位高序列变量 H 建立一阶连续灰微分模型如式(14),其中上水时间已化为单位 d.

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = ax - b \tag{14}$$

则布设在罐体上各监测点灰模型评估成果(部分)如表1、表2所列.

表1 基于时间序列监测点灰模型评估成果

Tab.1 The result of monitoring points using gray model based on time series data

监测点号	模型 $\hat{x}^{(1)}(t) = \left[x^{(1)}(1) - \frac{b}{a}\right]\mathrm{e}^{-a(t-1)} + \frac{b}{a}$				模型检验		预测最终沉降/mm
	a	b	拟合点数	$y_t^{(0)}(1) - \frac{b}{a}$	C	P	
101	−0.03	−2.73	15	−83.42	0.47	0.85	72.54
102	−0.03	−2.85	15	−90.26	0.39	0.88	78.49
106	−0.03	−2.57	15	−76.14	0.39	0.84	66.21
107	−0.03	−2.59	15	−77.94	0.43	0.84	67.78
111	−0.03	−2.29	15	−85.47	0.50	0.69	74.32
112	−0.03	−2.34	15	−74.15	0.48	0.71	64.48

表2 基于水位高序列监测点灰模型评估成果

Tab.2 The result of monitoring points using gray model based on water level series data

监测点号	模型 $\hat{x}^{(1)}(t) = \left[x^{(1)}(1) - \frac{b}{a}\right]\mathrm{e}^{-a(H-1)} + \frac{b}{a}$				模型检验		检验指标判断
	a	b	拟合点数	$y_t^{(0)}(1) - \frac{b}{a}$	C	P	
101	−0.01	−4.22	15	−33.15	0.23	0.75	合格
102	−0.03	−2.85	15	−90.26	0.20	0.74	合格
106	−0.03	−2.57	15	−76.14	0.20	0.72	合格
107	−0.03	−2.59	15	−77.94	0.21	0.72	合格
111	−0.03	−2.29	15	−85.47	0.25	0.64	勉强
112	−0.03	−2.34	15	−74.15	0.24	0.65	勉强

根据上述各表 C、P 的判断结果可以看出,用连续时间建立的一阶灰微分方程,拟合点的精度与按水位高序列变量 H 建立的一阶连续灰微分模型相当,这进一步说明上水速度与沉降基本呈线性变化,水位相同情况,时间越短,沉降速度越快. 同样,时间相同情况,水位变化越快,沉降速度越快,因此各大罐的拟合与预测模型,自变量以连续时间变量 t 序列求解,获得的各罐沉降变形结果(包括预测结果)与实际沉降的差值如表3,其中 e_1 为本大罐监测点最大沉降点拟合差,e_2 为本大罐监测点最小沉降点拟合差,e_3 为本大罐监测点平均沉降点拟合差.

表3 大罐沉降变形拟合结果(包括预测结果)与实际沉降的差值

Tab.3 The difference of tank sinking deformation between fitting result (including prediction) and real sinking one mm

序号	t/d	H/m	e_1	e_2	e_3	备注
1	1.0	0.1	0	0	0	
2	2.0	0.2	2.27	2.27	1.95	
8	6.5	3.7	2.00	2.00	2.84	
12	8.5	8.7	−2.36	−2.36	−2.69	
16	10.5	12.0	−2.02	−2.02	−2.51	
21	14.0	16.1	0.31	0.31	0.40	
22	15.0	16.3	2.66	2.66	3.41	预测
23	16.0	16.5	3.01	1.09	2.78	预测
拟合精度			3.11	2.80	3.01	

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

2.2　单变量一阶非线性动态灰微分模型

为了进一步说明沉降速度是接近线性变化还是更接近非线性变化，本文假设本处大罐沉降速度为非线性，选取灰模型，采用式(1)非线性数学模型，按时间序列变量建立一阶非线性动态灰微分模型，并把其离散化，得沉降模拟方程解为

$$\hat{x}^{(1)}(t)=\frac{a/b}{1+\left(\frac{a}{bx^{(0)}(1)}-1\right)\mathrm{e}^{-a(t-1)}} \quad (15)$$

用式(15)对大罐的观测成果进行拟合解算(为比较方便，取大罐的平均沉降监测值，周期为 20 d)，表 4 列出后 10 个周期大罐的平均沉降监测值.

表 4　大罐平均沉降监测值观测成果拟合差

Tab. 4　The difference of fitting average sinking deformation of tank monitoring points　mm

T/d	拟合差	T/d	拟合差
11	−0.68	16	−1.68
12	−3.45	17	1.91
13	−2.46	18	1.50
14	−1.81	19	1.19
15	1.42	20	0.69

从 GM 模型拟合结果可看出，大罐沉降按 GM1(连续动态灰微分方程)求算，拟合精度高于按单变量一阶非线性动态灰微分模型拟合的结果，说明上水过程中，大罐沉降变化正常，基本为线性变化，没有异常突变. 图 1 反映了拟合沉降量残差变化.

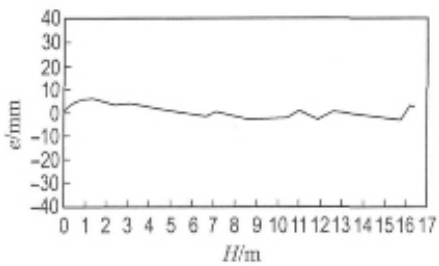

图 1　一阶灰微分模型拟合偏差

Fig. 1　The fitted error of tank sinking based on first order gray model

2.3　大罐未来沉降的可靠性即灰平面分析

取 3 段时间序列(周期为 d)，建立一组 GM(1,1)模型群如下. 为简便起见，大罐所取的起始分段时段一致，为简便对照，沉降序列取 9# 罐监测点的平均沉降点的拟合结果.

则每点对应生成下列 3 组沉降序列：

$$x_1^{(0)}=(x^{(0)}(2),x^{(0)}(3),\cdots,x^{(0)}(N))$$

$$x_2^{(0)}=(x^{(0)}(5),x^{(0)}(6),\cdots,x^{(0)}(N))$$

$$x_3^{(0)}=(x^{(0)}(10),x^{(0)}(11),\cdots,x^{(0)}(N))$$

按一阶连续灰微分模型式(8)分别求解，各个序列拟合偏差计算结果列于表 5.

表 5　基于 GM(1,1)模型群序列拟合偏差计算结果

Tab. 5　The difference of series data fitting based on GM(1,1) models group　mm

周期序列	H/m	$\hat{x}_1^{(0)}$	$\hat{x}_2^{(0)}+x^{(1)}(5)$	$\hat{x}_3^{(0)}+x^{(1)}(10)$	备注
1	0.1	0			
6	2.5	3.84	9.18		
11	7.2	0.29	−0.37	−3.21	
20	15.9	−3.19	4.47	−2.65	
21	16.1	0.40	4.55	7.26	
22	16.3	3.41	9.89	7.32	预测
23	16.5	2.78	14.89	8.18	预测
拟合精度		2.46	4.84	5.31	

把由 3 组不同周期段的沉降序列按一阶连续灰微分模型求解的结果叠合在同一图形中，得到大罐在一定周期的拟合及预测灰平面见图 2.

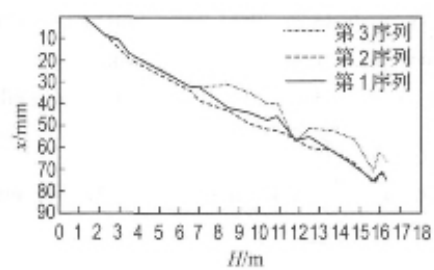

图 2　沉降拟合曲线组成的预测灰平面

Fig. 2　Gray plane composed by sedimentation fitting curves

从图 2 可以看出，3 个序列形成的灰平面呈喇叭形，其中第 2 序列在下界，第 3 序列在上界，而第 1 序列曲线则在其间，因此从灰色理论分析可以看出，第 1 序列建立的拟合函数，其拟合变形过程和预测的沉降量应更精确和可靠，这从前面

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

灰模型求解的成果表可以看出.

3 结 论

利用一阶连续灰微分模型进行上水过程中罐体沉降的动态拟合,能取得较好的拟合精度,用连续时间建立的一阶灰微分方程,拟合点的精度与按水位高序列变量 H 建立的一阶连续灰微分模型基本相当.

选取3个序列形成的灰平面形成喇叭形进行罐体沉降预测,证明本次试验中的其他3个贮油大罐与9# 罐的沉降规律基本一致. 若取时段长的序列,预测效果应更好.

参考文献:

[1] 陈永奇,吴子安,吴中如. 变形监测与预报[M]. 北京:测绘出版社,1998

[2] 刘祖强. 非线性灰色模型在滑坡观测数据处理中的应用[J]. 水利水电测量,1990(3):15-18

[3] TEUNISSEN P J. Non-linear least squares modern [J]. **Manuscripta Geodatica**,1990(15): 137-150

[4] 大连理工大学测绘信息技术研发中心. 特油2# 站贮油罐扩建工程上水试验技术报告[R]. 大连:大连理工大学,2002

Analysis of oil tank water-pressure deformation based on non-linear gray model

YI Xiao-dong*, ZHOU Hui-cheng

(School of Civil and Hydraul. Eng., Dalian Univ. of Technol., Dalian 116024, China)

Abstract: Tank affusion sinking deformation takes on some orderliness. By the gray theory, changing the discrete sinking observation data into a sequence with some regulations (or defined condition), considering the deformation mode in the process of tank affusion, sinking gray model based on the first-order continuous gray differential equation with linear and non-linear relationship respectively was set up. Both the water height in tank and the time order of affusion were chosen as variables. The calculation result shows that the relationship of the speed of affusion and the tank sinking quantity is linear when tank is located on the soft terrene. Thus, sinking gray model was deduced to fit or predict tank sinking deformation with continuous time sequence as variable of oil tank affusion. This method is easy to simulate and predict the sinking process and is significant to such tank affusion test.

Key words: affusion test; gray model; soft terrene; deformation prediction

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net