

# 优劣方案及规格化公式选取对模糊优选模型评价结果影响研究

周惠成\*, 朱永英

(大连理工大学 土木水利学院, 辽宁 大连 116024)

**摘要:** 优劣方案及规格化公式的选取是模糊优选多目标决策模型中的关键问题,直接影响分析评价的结果. 在归纳总结各种规格化公式计算方法的基础上,建立了目标特征值及权重离散程度评价指标值,并结合算例对常用的优劣方案及规格化公式进行了对比分析. 研究结果显示,相对优劣方案与绝对优劣方案的评价结果排序一致,但前者评价值分散性更大. 当方案指标特征值相差较大时,两组优劣方案均可选取;当方案指标特征值相差较小时,应采用绝对优劣方案的评价结果值,但可同时参考相对优劣方案的评价结果排序. 对于规格化公式,在不同的优劣方案下,可根据离散程度量化指标值的近似标准适当选取.

**关键词:** 模糊优选模型; 规格化公式; 优劣方案; 相对隶属度

**中图分类号:** O159; TV12 **文献标志码:** A

## 0 引言

陈守煜提出相对隶属度与相对隶属函数的概念<sup>[1]</sup>,并在此基础上建立了多目标系统模糊优选模型,为多目标决策问题提供了一种非常有效的解决方法,被广泛应用于造船、纺织、水文水资源与环境、区域可持续发展系统量化评价等众多工程领域中<sup>[1~3]</sup>.

设有待决策的  $n$  个方案,每个方案有  $m$  个目标特征值,则方案  $j$  的隶属度为

$$u_j = \frac{1}{1 + (d_{jg}/d_{jb})^2}$$

$$d_{jg} = \left\{ \sum_{i=1}^m [\omega_i(r_i^+ - r_{ij})]^p \right\}^{\frac{1}{p}} \text{ 和 } d_{jb} =$$

$\left\{ \sum_{i=1}^m [\omega_i(r_{ij} - r_i^-)]^p \right\}^{\frac{1}{p}}$  分别为方案  $j$  与相对优、劣方案的广义加权距离; $r_i^+$  与  $r_i^-$  分别为目标  $i$  在各方案中的相对或绝对优、劣值; $r_{ij}$  为方案  $j$  目标  $i$  的特征值  $x_{ij}$  经规格化处理后的隶属度; $\omega_i$  为目标  $i$  的权重,  $\sum_{i=1}^m \omega_i = 1$ ;  $p$  为距离参数,  $p = 1$  为海明距离,  $p = 2$  为欧式距离;  $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$ .

多目标模糊优选模型的分析及大量应用表明,相对优劣值  $r_i^+$  与  $r_i^-$  的选取、由特征值  $x_{ij}$  推求其隶属度  $r_{ij}$  的规格化公式的选取,都会不同程度地影响方案评价的隶属度,即方案的评价结果. 若选择恰当,会得到较客观的评价结果,易于作出决策;否则,得到的评价结果会与实际不符. 到目前为止,这方面的研究报道还较少. 有鉴于此,本文选取指标特征值及权重离散程度评价指标,将理论分析与算例验证相结合,建立规格化公式选取的近似标准,研究常用的 2 种优劣方案及 5 种规格化公式的选取对评价结果的影响,以期给出科学合理的建议.

## 1 优劣方案及规格化公式

### 1.1 优劣方案的选取

由于优选既有模糊性又具有相对性,根据相对隶属度的定义,可选取优劣方案为相对优劣方案,或绝对优劣方案,本文分别简称为优劣方案 A 和优劣方案 B.

优劣方案 A: 以参选方案的相对优劣值组成优劣方案,取  $r_i^+ = r(x_{i\max}) = \max\{r_{ij}, j=1, \dots, n\}$ ,  $r_i^- = r(x_{i\min}) = \min\{r_{ij}, j=1, \dots, n\}$ ,  $i=1, \dots,$

收稿日期: 2006-01-20; 修回日期: 2007-11-15.

基金项目: 国家自然科学基金委员会、二滩水电开发有限责任公司雅砻江水电开发联合基金资助项目(50579095).

作者简介: 周惠成\*(1958-),男,教授,博士生导师, E-mail: hczhou@dlut.edu.cn.

$m$ ,即优方案为  $\mathbf{g}=(r_1^+ \ r_2^+ \ \dots \ r_m^+)^T$ ,劣方案为  $\mathbf{b}=(r_1^- \ r_2^- \ \dots \ r_m^-)^T$ . 其中  $x_{\max}$  和  $x_{\min}$  分别表示第  $i$  个目标相应的特征值  $x_{ij}$  中的最大值和最小值.

优劣方案 B:以全局的上下边界值组成绝对优劣方案,取  $r_i^+=1, r_i^-=0 (i=1, \dots, m)$ ,即优方案为  $\mathbf{g}=(1 \ 1 \ \dots \ 1)^T$ ,劣方案为  $\mathbf{b}=(0 \ 0 \ \dots \ 0)^T$ ,以简化模型及计算过程.

1.2 规格化公式的选取

规格化公式有多种形式,较为常用的有以下5组:

$$\begin{cases} r_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_{\max}} & (\text{越大越优型}) \\ r_{ij} = \frac{x_{\min}}{x_{ij}} & (\text{越小越优型}) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} r_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_{\max}} & (\text{越大越优型}) \\ r_{ij} = 1 - \frac{x_{ij}}{x_{\max}} & (\text{越小越优型}) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} r_{ij} = \frac{x_{ij} - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} & (\text{越大越优型}) \\ r_{ij} = \frac{x_{\max} - x_{ij}}{x_{\max} - x_{\min}} & (\text{越小越优型}) \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} r_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_{\max} + x_{\min}} & (\text{越大越优型}) \\ r_{ij} = 1 - \frac{x_{ij}}{x_{\max} + x_{\min}} & (\text{越小越优型}) \end{cases} \quad (4)$$

$$r_{ij} = \alpha_i \cdot {}_3 r_{ij} + (1 - \alpha_i) \cdot {}_4 r_{ij} \quad (5)$$

式中:  ${}_3 r_{ij}$  和  ${}_4 r_{ij}$  分别为按照式(3)、(4)计算得到的

相对隶属度;  $\alpha_i = \frac{e_i - \wedge e_i}{\vee e_i - \wedge e_i}, \alpha_i \in [0, 1]$  为影响度

因子,  $e_i = \omega_i \left( \frac{\vee x_{ij} - \wedge x_{ij}}{\vee x_{ij} + \wedge x_{ij}} \right)^{1/2}$ ; 其他符号意义同

前.

2 理论分析及算例说明

2.1 算例

算例 1<sup>[4]</sup> 对某船的 5 个主尺度方案进行评价优选,其参与评判的目标集及其特征值的原始资料如表 1 所示. 其中试航速度和年利润为越大越优型目标,其余为越小越优型目标. 此例中各目标特征值变化范围较小. 选定目标权重向量为  $\mathbf{w}_1=(0.175 \ 0.225 \ 0.213 \ 0.187 \ 0.200)$ .

算例 2<sup>[5]</sup> 对某场洪水的水库调度决策方案进行优选. 为方便比较各规格化公式,修改部分目标最小值不为 0,各方案目标集及其特征值资料见表 2. 其中校核水位与最高水位差及发电量为越大越优型目标,其余为越小越优型目标. 本例中各目标特征值除校核水位与最高水位差以外变化范围均较大. 选定目标权重向量为  $\mathbf{w}_2=(0.225 \ 0.213 \ 0.200 \ 0.187 \ 0.175)$ .

表 1 某船的主尺度方案目标特征值

Tab.1 Objective values of main scale alternatives of ship

方案号	目标				
	试航速度/kn	年利润/万元	吨货运成本/(元·t <sup>-1</sup> )	造价/万元	投资回收期/a
1	16.09	2 120.4	8.75	4 266.8	2.01
2	16.00	2 112.4	8.75	4 014.5	1.90
3	16.31	2 113.7	8.85	4 369.2	2.07
4	16.19	2 119.5	8.67	4 158.7	1.96
5	16.09	2 116.2	8.61	4 078.3	1.93

表 2 水库可行调度决策方案目标特征值

Tab.2 Objective values of reservoir operation plans

方案号	目标				
	校核水位与最高水位差/m	沈阳站组合流量/(m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> )	发电量/10 <sup>4</sup> kW·h	弃水量/10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup>	调洪水水位与某高程差/m
1	11.07	94.03	212.3	38.02	0.57
2	11.46	178.68	153.6	76.03	0.96
3	11.78	248.40	307.2	38.02	1.28
4	12.31	357.96	307.2	38.02	1.81
5	12.85	497.52	307.2	76.02	2.35

## 2.2 优劣方案的比较分析

优劣方案 A 是以实际资料中各方案的目标特征值隶属度的最大、最小值作为相对理想、非理想方案,能反映优选问题的相对变化情况.

优劣方案 B 以 1、0 作为目标相对隶属度的极值点,物理意义清晰,计算简单. 当各目标特征

值变化较小时,计算的各方案的评价结果值也较为接近,能很好地反映优选问题的实际变化情况.

采用两种优劣方案计算算例 1 及算例 2,规格化公式选用式(1). 两算例计算评价值及结果排序见表 3.

表 3 两种优劣方案的计算评价结果  
Tab. 3 Evaluate values and the orders of two plans

方案号	算例 1				算例 2			
	优劣方案 A		优劣方案 B		优劣方案 A		优劣方案 B	
	评价值	排序	评价值	排序	评价值	排序	评价值	排序
1	0.194 2	4	0.998 6	4	0.923 3	1	0.972 2	1
2	0.978 8	1	0.999 9	1	0.206 3	4	0.704 4	4
3	0.019 9	5	0.997 1	5	0.443 8	2	0.826 6	2
4	0.701 3	3	0.999 6	3	0.333 9	3	0.765 3	3
5	0.935 4	2	0.999 9	1	0.163 5	5	0.646 7	5

由表 3 可以得出如下结论:

(1) 两个算例优劣方案 A 和方案 B 计算的评价结果排序基本一致;

(2) 方案 A 与方案 B 相比,计算的评价结果值分散性更大一些,更易于对方案集作出决策;

(3) 算例 1 中由方案 A 计算的各方案相对隶属度差异较大,虽易于作出决策与选择,但与实际各方案指标特征值相差较小的情况不符. 例如待选方案 2 和方案 3,两个方案间实际指标值相差很小,但计算的两方案的相对隶属度一个达到 0.98,一个却小于 0.02,无法体现待选方案的实际变化情况;而由方案 B 计算的方案集评价结果值非常接近,体现的各方案的优劣程度相当,能较好地反映特征值差异较小的实际情况;

(4) 算例 2 中两组方案评价结果值均较为分散,体现了指标特征值变化较大的实际情况,较为合理.

采用不同的规格化公式对多个算例进行计算分析,均可得出类似结论. 因此,对于指标特征值相差较大的优选问题,两组优劣方案均可选用;对于指标特征值相差较小的情况,应采用优劣方案 B 的评价结果值,同时可参考方案 A 的评价结果对方案 B 的结果进行决策排序.

## 2.3 规格化公式的比较分析

2.3.1 理论分析 式(1)与式(2)对于越大越优型指标是相同的,对于越小越优型指标有所差异. 式(1)和定性指标的相对隶属度公式由统一的公

式推导出来,具有相同的理论基础<sup>[6]</sup>,因此,不仅可用于同时存在越大越优和越小越优的混合型指标的场合,还可用于同时有定量、定性指标的半结构性决策问题中.

对于式(2),当指标为越小越优型且  $x_{\max}$  和  $x_{\min}$  相差较小时,  $x_{ij}$  和  $x_{\max}$  相差也较小,由公式  $r_{ij} = 1 - x_{ij} / x_{\max}$  计算的  $r_{ij}$  趋近于 0,这与实际不符合.

式(3)是应用最为广泛的一个规格化公式<sup>[6~11]</sup>. 该公式计算的指标隶属度的取值范围覆盖整个  $[0, 1]$  闭区间. 若指标特征值有的变化范围较大,有的变化较小,而它们的最大最小值均转化为 1 与 0,就会夸大特征值变化范围较小的指标在评价中的作用.

式(4)是由式(3)改进而来<sup>[4]</sup>,当指标特征值变化范围较小即  $x_{\max}$  与  $x_{\min}$  相差不大时,得到的指标隶属度相差也不大,而且只有当  $x_{\min} = 0$  时,指标隶属度的变化范围才为  $[0, 1]$ ,因此能较好地反映指标特征值变化的实际情况.

式(5)是将式(3)和式(4)通过影响度因子  $\alpha_i$  进行结合<sup>[12]</sup>,形成一个定量目标的相对隶属度计算公式.  $\alpha_i$  越大,式(3)起的作用越大,表明目标对决策的影响越大;相反,  $\alpha_i$  越小,式(4)起的作用越大,目标对决策的影响越小. 该公式在构造影响度因子时,能同时考虑目标权重和指标值相对变化范围对决策的影响,评价结果具有较大的分散性. 但由于其引入影响度因子,通常计算较为

繁琐.

2.3.2 离散程度评价指标的确定 建立  $\beta_i =$

$$\frac{x_{i\max} - x_{i\min}}{x_{i\max} + x_{i\min}}, \gamma_i = \frac{r_{i\max} - r_{i\min}}{r_{i\max} + r_{i\min}}$$

分别作为衡量第  $i$  个目标特征值及相对隶属度离散程度的量化指标, 比较规格化公式对目标特征值离散程度的影响. 其中  $\beta_i \in [0, 1], \gamma_i \in [0, 1]$ . 若  $\gamma_i$  与  $\beta_i$  相比没有变化或者变化较小, 同时各目标特征值及相对隶属度离散程度大小排序保持不变, 则认为规格化前后对目标特征值离散程度影响较小, 能较好地反映原始资料的实际情况, 比较合理.

参考目标特征值离散程度量化指标, 以  $\eta =$

$$\frac{\omega_{i\max} - \omega_{i\min}}{\omega_{i\max} + \omega_{i\min}}$$

来衡量权重的离散程度.  $\eta \in [0, 1]$ .

2.3.3 算例比较分析 以算例 1 为例, 目标特征值及由规格化公式(1)~(4)计算的相对隶属度的离散程度指标值见表 4. 由于式(5)计算相对隶属度时, 权重对其影响较大, 在此不做统一比较.

表 4 目标特征值及相对隶属度离散指标值(式(1)~(4))

Tab. 4 Dispersal index values of objectives and relative membership degrees (Eqs. (1)~(4))

目标	$\beta_i$	$\gamma_i$			
		式(1)	式(2)	式(3)	式(4)
1	0.009 6	0.009 6	0.009 6	1	0.009 6
2	0.001 9	0.001 9	0.001 9	1	0.001 9
3	0.016 1	0.016 1	1	1	0.016 1
4	0.042 3	0.042 3	1	1	0.042 3
5	0.042 8	0.042 8	1	1	0.042 8

由表 4 可见, 目标特征值经规格化公式(1)及式(4)处理后离散程度没有变化, 能较好地反映原始资料的实际情况; 式(2)对于越大越优型目标没有变化, 对于越小越优型目标离散程度变大; 式(3)不管原始资料离散程度如何, 处理后离散指标值均变为 1, 夸大了特征值变化较小的各目标的离散程度. 由此可见, 式(2)不适用于特征值变化较小的越小越优型目标计算相对隶属度; 式(3)只适用于指标特征值变化范围均较大的情形.

使用规格化公式(5)计算算例 1 各目标相对隶属度, 权重分别取  $w_1$  及变化较大的  $w_3 = (0.049 \quad 0.598 \quad 0.199 \quad 0.105 \quad 0.049)$ , 规格化前后各目标的离散程度见表 5.  $\eta = 0.125, \eta_3 = 0.849$  分别为  $w_1$  及  $w_3$  的离散指标值. 选用优劣方案 B 计算两种权重下各方案评价结果见表 6.

表 5 目标特征值及相对隶属度离散指标值(式(5))

Tab. 5 Dispersal index values of objectives and relative membership degrees (Eq. (5))

目标	$\beta_i$	$\gamma_i$	
		$w_1$	$w_3$
1	0.009 6	0.240 2	0.009 6
2	0.001 9	0.001 9	1
3	0.016 1	0.552 3	0.964 3
4	0.042 3	0.911 4	0.801 2
5	0.042 8	1	0.283 9

表 6 算例 1 方案评价结果值及排序

Tab. 6 Evaluate results and the orders of alternatives (Case 1)

方案号	$w_1$		$w_3$	
	评价值	排序	评价值	排序
1	0.378 3	4	0.942 3	2
2	0.812 6	1	0.119 6	4
3	0.186 9	5	0.033 8	5
4	0.628 4	3	0.959 4	1
5	0.757 1	2	0.535 5	3

由表 5 可见, 两种权重下的相对隶属度除个别目标外变化均较大, 无法反映原始目标特征值的离散程度, 且离散程度大小排序不稳定. 主要是由于式(5)计算相对隶属度时, 同时考虑了目标权重和指标值相对变化范围对决策的影响.

由表 6 可以看出, 两种权重下方案的评价结果值分散性均较大, 易于作出决策. 但是在规格化处理及优选模型中两次考虑目标权重, 从而夸大了权重在方案优选评价中的相对作用, 评价结果值分散性虽易于决策, 但无法反映各方案的实际情况. 同时, 算例 1 中各方案指标特征值相差较小, 此种情况下, 权重对评价结果影响应该不大, 但表 6 中两种权重对方案排序结果影响较大, 与实际不太相符. 用式(5)采用不同的优劣方案计算其他一些算例, 均可得出类似结论.

2.3.4 综合对比分析 结合算例 1 对各规格化公式进行综合比较分析, 分别采用权重  $w_1$  和  $w_3$ , 计算结果排序见表 7.

由表 7 可以得出以下结论:

(1)由式(1)、(2)、(4)计算的评价结果排序趋势基本一致;

(2)式(3)与式(1)、(2)、(4)计算的结果排序通常情况下差异较大, 有时甚至完全相反, 主要是由于式(3)不加区分地将所有目标特征值的最大

最小值均化为 1 与 0,有时就会夸大特征值变化范围较小的目标在评价中的相互作用,与实际不太相符;

(3)对于式(5),当指标特征值与权重变化均较小时,计算的结果排序与式(1)、(2)、(4)基本一致;当指标特征值或权重变化较大时,与式(3)基本一致.

作者又通过若干算例并采用不同的优劣方案

对规格化公式进行综合比较分析,均得出了类似结论.同时可以得出如下大致规律:当指标值或权重的离散程度评价值大于等于 0.4 时表征其变化范围较大,小于 0.3 时代表变化范围较小,在 0.3~0.4 时离散程度适中.以此作为近似划分标准初步选择规格化公式.5 种规格化公式在不同情况下的适用性综合对比见表 8.其中“√”代表适用.

表 7 算例 1 各规格化公式评价结果排序

Tab.7 Evaluate orders of alternatives with normalization formulae (Case 1)

方案	$w_1$					$w_3$				
	式(1)	式(2)	式(3)	式(4)	式(5)	式(1)	式(2)	式(3)	式(4)	式(5)
1	4	4	3	4	4	4	4	2	4	2
2	1	1	4	1	1	1	1	4	1	4
3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
4	3	3	1	3	3	3	3	1	3	1
5	2	2	2	2	2	2	2	3	2	3

表 8 各规格化公式的适用性综合对比

Tab.8 General analysis of normalization formulae

	方案 A			方案 B		
	指标值与权重变化均较小	指标值或权重变化较大	离散程度适中	指标值与权重变化均较小	指标值或权重变化较大	离散程度适中
式(1)			√	√		√
式(2)						
式(3)		√	√		√	√
式(4)			√	√		√
式(5)		√	√		√	√

### 3 结 论

(1)优劣方案的选取中,方案 A 与方案 B 计算评价结果排序基本一致,但通常方案 A 的评价结果值比方案 B 的分散性更大.当指标特征值相差较大时,两组优劣方案均可选取;当指标特征值相差较小时,应选取优劣方案 B 的评价结果值,同时可参考方案 A 的评价结果排序对方案 B 的评价结果进行排序选优.

(2)规格化公式的选取中,当指标特征值及权重离散程度指标值均小于 0.3 时,规格化公式宜选用式(1)、(4);当指标特征值或权重离散指标值大于 0.4 时,规格化公式宜选用式(3)、(5);离散指标值在 0.3~0.4 时可选用式(1)、(3)、(4)和(5).

本文仅是对模糊优选模型中的规格化公式及优劣方案进行了初步的理论分析与算例验证,具

体使用时的离散程度近似标准划分值,还需要在更多的算例中进一步验证与完善.

### 参考文献:

- [1] 陈守煜. 系统模糊决策理论与应用[M]. 大连:大连理工大学出版社,1994
- [2] 陈守煜. 工程模糊集理论与应用[M]. 北京:国防工业出版社,1998
- [3] 李亚伟,陈守煜,傅 铁. 基于模糊识别的水资源承载能力综合评价[J]. 水科学进展,2005,16(5): 726-729
- [4] 陈守煜. 系统模糊优选理论解水电站最优排序[J]. 大连理工大学学报,1989,29(1):99-108  
(CHEN Shou-yu. System and fuzzy optimum selecting theory to solve problem of putting water power stations [J]. J Dalian Univ Technol,1989, 29(1):99-108)
- [5] 陈守煜. 工程水文水资源系统模糊集分析理论与实

- 践[M]. 大连:大连理工大学出版社,1998
- [6] 王建根. 多目标系统模糊优选的理论与模型[J]. 系统工程,1995,**13**(3):20-22
- [7] 高雷卓. 资源分配的多目标优化动态规划模型[J]. 辽宁工程技术大学学报,2001,**20**(5):679-681
- [8] 张琳. 资源分配的多目标模糊优选动态规划分析法[J]. 运筹与管理,2000,**9**(4):22-28
- [9] 孟凡玲,康迎宾. 系统层次分析灰色优选理论及其应用[J]. 华北水利水电学院学报,1999,**20**(3):5-8
- [10] 于义彬,王本德,柳澎,等. 具有不确定信息的风险型多目标决策理论及应用[J]. 中国管理科学,2003,**11**(6):9-13
- [11] 谢铁笋,潘 崑,张建明,等. 多目标模糊优选理论在水利工程评标中的应用[J]. 武汉大学学报,2002,**35**(2):18-20
- [12] 郝聚民,纪卓尚,戴寅生,等. 多目标模糊优选法及其在船舶主尺度优选中的应用[J]. 大连理工大学学报,1998,**38**(4):373-377
- ( HAO Ju-min, JI Zuo-shang, DAI Yin-sheng, *et al.* Multiobjective fuzzy comprehensive assessment and its application to assessment of ship's principal dimensions [J]. *J Dalian Univ Technol.* 1998, **38**(4):373-377)

## Research on choice of ideal and non-ideal plans and normalization formulae in multi-objective fuzzy optimization methodology

ZHOU Hui-cheng\*, ZHU Yong-ying

( School of Civil and Hydraul. Eng., Dalian Univ. of Technol., Dalian 116024, China )

**Abstract:** The choice of normalization formulae and the ideal and non-ideal plans is a key topic in the fuzzy optimization methodology which affects the evaluation results obviously. Dispersal indexes of characteristic values and weights are established as the approximate choice criterions based on the analysis of previous methods. Normalization formulae and the ideal and non-ideal plans are analyzed and applied to real cases. The results show that the evaluation results of relative ideal and non-ideal plans are more dispersed than those of absolute plans whereas their evaluation orders are consistent. While the alternatives characteristic values are dispersed obviously, the two plans are both feasible. When alternatives characteristic values are contiguous, the absolute plans are more appropriate than the relative ones, but the relative ones can be used for a reference. The normalization formulae can be recognized according to the values of dispersal indexes under different plans.

**Key words:** fuzzy optimization methodology; normalization formulae; ideal and non-ideal plans; relative membership degree