第48卷第5期
2008年9月

大连理工大学学报
Journal of Dalian University of Technology

Vol. 48, No. 5
Sept. 2008

文章编号：1000-8608(2008)05-0668-05

轨/姿控火箭发动机推力动态测试系统建模分析

孙宝元*，任宗金，钱敏，张军

（大连理工大学 精密与特种加工教育部重点实验室，辽宁 大连 116024）

摘要： 根据轨/姿控火箭发动机脉冲点火方式下动态推力测试的特点和要求，设计了推力动态测试系统并进行动力学建模，采用模态分析理论研究系统的动态性能，并进行幅频特性与相频特性分析，为该系统在微阻尼条件下测试的不失真提供了理论依据. 结合该模型，对测试信号进行傅里叶变换，通过系统幅相频特性与不同频率信号进行代数运算的方法，求得了测试系统动态测试误差，从理论上证明测试系统动态性能满足设计要求.

关键词： 火箭发动机；动态测试；动态性能

中图分类号： TH823　　**文献标志码：** A

0 引言

轨/姿控火箭发动机通过脉冲点火方式，精确控制动量改变，实现航天器姿态与变轨控制. 这样，脉冲点火方式下发动机的推力动态测试技术就提上了研究日程. 美国早在20世纪60年代就提出设计高精度的测试系统，用以测量脉冲点火发动机动态力与冲量特性，以及大型火箭发动机瞬时推力[1~3]. 在航空航天领域的不断深入探索和国防对导弹武器打击精度要求的提高，促使我国要尽快缩短在火箭发动机推力动态测试领域与国际先进水平的差距.

据公开资料，美国在火箭发动机推力动态测试方面，应用比较成熟的有高刚度台架系统和带有加速度补偿的传感器系统[1].

(1)高刚度台架系统

波音公司为了试验小推力液体姿控火箭发动机，制成了台架与传感器合一的高刚度台架系统. 这种结构刚度大，动态特性好. 实验表明，将发动机与管路都装上时，系统固有频率为720 Hz. 由于力敏使用了半导体应变片，温度稳定性较差，工作5 s就需对结构进行冷却.

(2)加速度补偿传感器系统

美国爱德华空军基地在姿控发动机推力试验中采用了加速度补偿方案. 加速度补偿传感器与火箭发动机通过合金杆相连，结构紧凑，便于安装. 工作时，先动态激励系统，调节加速度计的增益获得线性响应，以便进行补偿. 该系统技术状态不够稳定，不便于操作和维护.

大连理工大学机械工程学院传感测控研究所与北京航天试验技术研究所联合研制了推力动态测试系统，主要用于轨/姿控火箭发动机脉冲点火方式下动态推力和冲量特性研究. 本文对此系统进行建模分析.

1 测试系统数学模型

1.1 测试系统机械结构

在轨/姿控火箭发动机高模实验中，所使用的推进剂及产生的气体具有腐蚀性，而且热辐射较高，所以，选用了优质不锈钢作为系统设计的主体材料，并采用水冷循环隔热方式，来提高测试系统的防腐和隔热性能. 发动机脉冲点火方式下的推力动态测试，要求测试系统快速响应特性好，测试精度高，这就要求提高系统固有频率，而阻尼比要相对低一些. 由此，在系统结构设计中，各部件尽量采用刚性连接，而且，由4组多维力传感器组成的核心部件，采用了高刚度的压电石英晶体作为力敏元件. 石英晶体具有介电常数和压电常数温度稳定性好、居里点高等优点，特别适合动态力测量[4].

整个测试系统机械结构简图如图1所示.

收稿日期： 2006-12-15；　**修回日期：** 2008-07-11.
基金项目： 国家自然科学基金资助项目(50475152,50675026)；863-805国防重大专项资助项目.
作者简介： 孙宝元*(1937-)，男，教授，博士生导师.

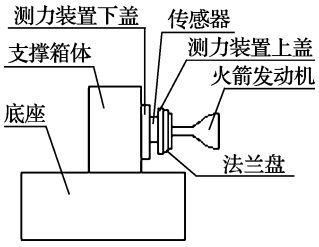

图 1　测试系统机械结构简图

Fig. 1　A schematic view of the measurement system

该测试系统中的多维力传感器，能够将火箭发动机产生的推力分解成空间正交坐标系中的 3 个分力，并分别测量输出，经过力矢量运算，即可得到发动机动态推力各项参数与脉冲点火冲量特性，为轨/姿控火箭发动机设计和航天器总装纠偏提供理论依据.

1.2　系统动力学模型

为便于对系统进行动态特性分析，将图 1 所示的机械结构转化成图 2 所示的动力学模型[5~7]. 在该动力学模型中，将火箭发动机、法兰盘和测力装置上盖作为一个整体，其质量用 m_1 表示；把测力装置下盖与支撑箱体作为一个整体，其质量用 m_2 表示；m_3 表示底座的质量. k_1、k_2、k_3 和 c_1、c_2、c_3 是相互之间的连接刚度和阻尼系数，由于火箭发动机有管路与底座连接，k_4、c_4 表示管路连接的刚度和阻尼.

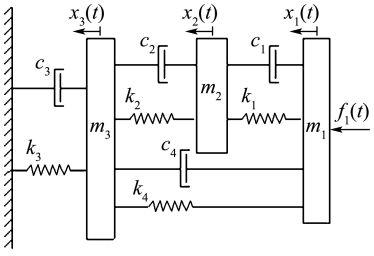

图 2　测试系统动力学模型

Fig. 2　The mechanical model of the system

该三自由度系统振动微分方程为

$$\boldsymbol{m}\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{c}\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{k}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(t) \tag{1}$$

式中

位移矩阵　$\boldsymbol{x} = (x_1(t)\quad x_2(t)\quad x_3(t))^{\mathrm{T}}$

质量矩阵　$\boldsymbol{m} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix}$

阻尼矩阵　$\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} c_1 + c_4 & -c_1 & -c_4 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_4 & -c_2 & c_2 + c_3 + c_4 \end{pmatrix}$

刚度矩阵　$\boldsymbol{k} = \begin{pmatrix} k_1 + k_4 & -k_1 & -k_4 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_4 & -k_2 & k_2 + k_3 + k_4 \end{pmatrix}$

激振力矩阵　$\boldsymbol{f}(t) = (f_1(t)\quad 0\quad 0)^{\mathrm{T}}$（$f_1(t)$ 为发动机推力）

求取系统模态振型，首先计算无阻尼自由振动频率，得到其无阻尼自由振动方程为

$$\boldsymbol{m}\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{k}\boldsymbol{x} = (0)_{1\times 3} \tag{2}$$

其特征方程式为

$$|\boldsymbol{k} - \omega_r^2 \boldsymbol{m}| = 0 \tag{3}$$

式中：ω_r 为无阻尼固有频率，r 为阶次.

系统有关参数如下：$k_1 = 1.59\times 10^9$ N/m，$k_2 = 1.362\times 10^{10}$ N/m，$k_3 = 4.098\times 10^{10}$ N/m，$k_4 = 5\times 10^3$ N/m，$m_1 = 10$ kg，$m_2 = 80$ kg，$m_3 = 170$ kg.

代入式(3)，求解，可得到

$$\omega_1 = 9.356\times 10^3 \text{ rad/s},$$
$$\omega_2 = 1.377\times 10^4 \text{ rad/s},$$
$$\omega_3 = 1.983\times 10^4 \text{ rad/s}$$

将 1 到 3 阶固有频率代入到式(2)，得到 1 至 3 阶模态振型，并将其按最大值为 1 进行规格化：

$$\boldsymbol{\varphi}_1 = (1\quad 0.449\,5\quad 0.154\,1)^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{\varphi}_2 = (1\quad -0.192\,5\quad -0.117\,2)^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{\varphi}_3 = (0.610\,1\quad -0.898\,5\quad 1)^{\mathrm{T}}$$

式中 $\boldsymbol{\varphi}_1$、$\boldsymbol{\varphi}_2$、$\boldsymbol{\varphi}_3$ 分别为 1、2、3 阶模态振型矩阵.

令 $\boldsymbol{\varphi} = (\varphi_1\quad \varphi_1\quad \varphi_3)$，则系统模态质量矩阵与模态刚度矩阵分别为

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{m}\boldsymbol{\varphi} = \begin{pmatrix} 30.2 & 0 & 0 \\ 0 & 15.3 & 0 \\ 0 & 0 & 238.3 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}\boldsymbol{\varphi} = \begin{pmatrix} 2.64\times 10^9 & 0 & 0 \\ 0 & 2.90\times 10^9 & 0 \\ 0 & 0 & 9.37\times 10^{10} \end{pmatrix}$$

下面计算系统各阶阻尼系数，这里忽略系统结构阻尼. 对系统脉冲响应曲线采用快速傅里叶算法，求取了系统频响曲线，如图 3 所示.

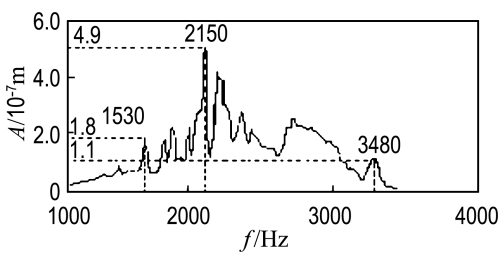

图 3　系统频响曲线

Fig. 3　The frequency response curve

结合前面已求得的各阶固有频率，在系统幅频曲线上找到各阶频率点，并计算其半功率点频率. 如表 1 所示.

表 1 系统各阶半功率点频率

Tab. 1 The frequency of each natural frequency at half-power

	H_r	H_a	H_b
一阶	1 530	1 568.2	1 504.0
二阶	2 150	2 169.0	2 110.4
三阶	3 480	3 512.0	2 448.2

注：H_r 为固有频率，H_a 为频率较高的半功率点，H_b 为频率较低的半功率点

应用半功率法阻尼比计算公式[8]

$$\zeta_r = \frac{H_a - H_b}{2H_r} \tag{4}$$

式中 ζ_r 为系统 r 阶阻尼比.

应用式(4)，可得到系统各阶阻尼比分别为

$$\zeta_1 = 0.021\,0$$

$$\zeta_2 = 0.013\,6$$

$$\zeta_3 = 0.009\,1$$

根据系统模态刚度矩阵与模态质量矩阵，可以得到系统模态阻尼系数矩阵

$$C_r = 2\zeta_r \sqrt{M_{rr}K_{rr}}$$

式中 C_r 为模态阻尼系数.

$$\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 1.16\times10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 5.68\times10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 7.75\times10^4 \end{pmatrix}$$

求得了系统的模态刚度矩阵、模态质量矩阵和模态阻尼系数矩阵，系统的模态模型就建立起来了. 由于系统各部分之间是刚性连接，阻尼比较小，一阶阻尼比仅为 0.02. 在大连理工大学振动与强度测试中心有限公司为该系统出具的测试报告中，确认系统最低响应频率即第一阶固有频率为 1 530 Hz(圆频率 9.60×10^3 rad/s)，第二、三阶固有频率分别为 2 160 Hz(圆频率 1.36×10^4 rad/s)、3 480 Hz(圆频率 2.18×10^4 rad/s). 与理论建模求得的系统前三阶固有频率基本一致.

1.3 验 证

系统的动力学模型建立之后，接下来用单位阶跃、单位斜坡与单位方波信号分别作用于理论模型和测试系统，理论模型模拟采用 Matlab 中的 simulink 模块，得到理论模型响应曲线；系统实际响应曲线则使用美国 DT 公司 DT9804 数据采集系统和奥地利 DEWESOFT 数据处理软件得到. 结果见图 4～6.

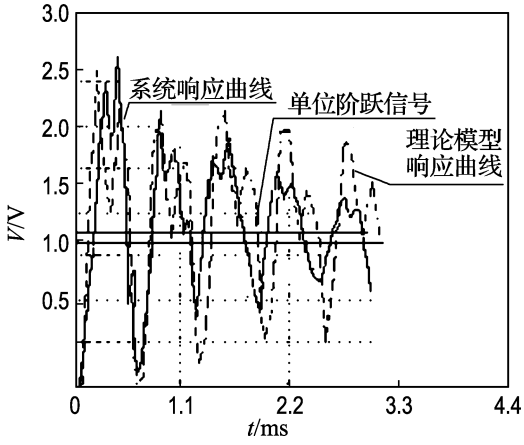

图 4 阶跃响应

Fig. 4 The step response

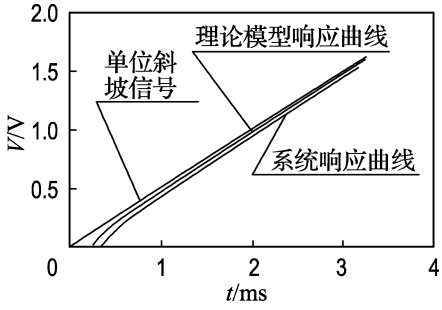

图 5 斜坡响应

Fig. 5 The ramp response

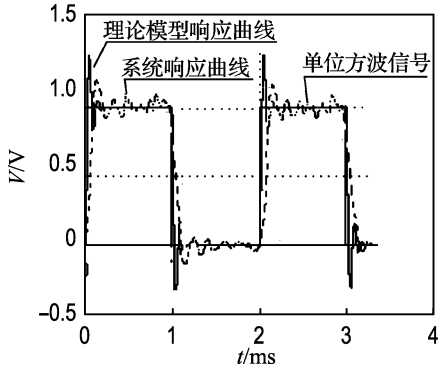

图 6 方波响应

Fig. 6 The square-wave response

对理论响应曲线和实际响应曲线的对比发现，波形的振荡虽有细微差别，但整体趋势是一致的. 用这样的理论模型能够较准确地描述该系统.

2 测试系统动态特性分析

该推力矢量动态测试系统要求能够准确测量脉冲点火最高频率为 50 Hz 的动态推力，这就要求该系统幅频特性与相频特性应分别满足测试不失真条件[9]，即

$$\begin{cases} A(\omega) = A_0 \\ \phi(\omega) = t_0\omega \end{cases}$$

式中 A_0 与 t_0 均为常数.

2.1　测试系统幅频特性与相频特性

由系统的模态模型，可以求得系统在第 j 自由度处激振，在第 i 点拾振的频响函数：

$$H_{ij}(\omega)=\sum_{r=1}^{3}\frac{\varphi_{ir}\varphi_{jr}}{K_r-\omega^2M_r+\mathrm{j}\omega C_r}\tag{5}$$

其中 ω 为激振力频率.

在该系统中，多维力传感器安放于测力装置上盖与下盖之间，第二、三自由度的合成振动是研究的重点，整个测试系统输出的频响函数为

$$H(\omega)=H_{33}(\omega)-H_{23}(\omega)\tag{6}$$

将式(5) 代入式(6)，得到

$$H(\omega)=\sum_{r=1}^{3}\frac{\varphi_{3r}\varphi_{3r}-\varphi_{3r}\varphi_{2r}}{K_r-\omega^2M_r+\mathrm{j}\omega C_r}=\sum_{r=1}^{3}\frac{\varphi_{3r}\varphi_{3r}-\varphi_{3r}\varphi_{2r}}{K_r(1-\lambda_r^2+2\lambda_r\zeta_r\mathrm{j})}\tag{7}$$

式中 $\lambda_r=\omega/\omega_r$.

采用叠加方法，求得式(7) 实部与虚部

$$R=\sum_{r=1}^{3}\frac{(1-\lambda_r^2)\mid\varphi_{3r}\varphi_{3r}-\varphi_{3r}\varphi_{2r}\mid}{K_r((1-\lambda_r^2)^2+(2\lambda_r\zeta_r)^2)}$$

$$I=\sum_{r=1}^{3}\frac{2\lambda_r\zeta_r\mid\varphi_{3r}\varphi_{3r}-\varphi_{3r}\varphi_{2r}\mid}{K_r((1-\lambda_r^2)^2+(2\lambda_r\zeta_r)^2)}$$

可得系统 $A(\omega)=\mid H(\omega)\mid=\sqrt{R^2+I^2}$.

由 Matlab 编程，得到系统幅频图如图 7.

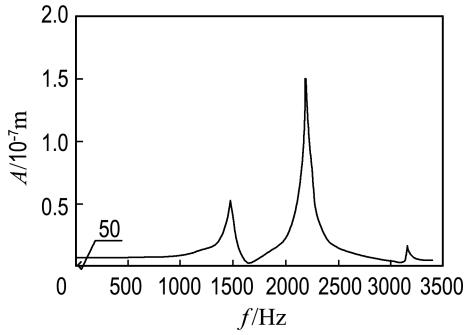

图 7　幅频特性曲线

Fig. 7　The amplitude-frequency response

$$\phi(\omega)=\arctan\frac{\sum_{r=1}^{3}\frac{2\lambda_r\zeta_r\mid\varphi_{3r}\varphi_{3r}-\varphi_{3r}\varphi_{2r}\mid}{K_r((1-\lambda_r^2)^2+(2\lambda_r\zeta_r)^2)}}{\sum_{r=1}^{3}\frac{(1-\lambda_r^2)\mid\varphi_{3r}\varphi_{3r}-\varphi_{3r}\varphi_{2r}\mid}{K_r((1-\lambda_r^2)^2+(2\lambda_r\zeta_r)^2)}}$$

得到系统相频曲线如图 8 所示.

从幅频图和相频图来看，该系统在 50 Hz 及 10 倍采样频率处，都满足测试不失真条件.

2.2　测试系统时域特性

该测试系统第一阶固有频率直接影响测试性能，这里提取第一阶模态模型研究单位阶跃信号下系统上升时间 t_r、最大超调量 M_p 和调整时间 t_s(取误差 2%)是否满足要求[10].

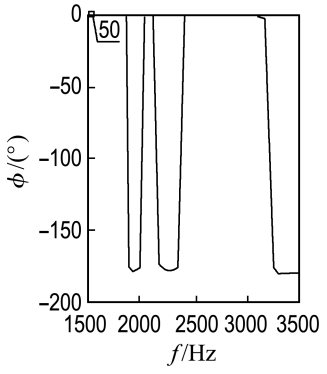

图 8　相频特性曲线

Fig. 8　The phase-frequency curve

$$t_r=\frac{\pi-\arctan\frac{\sqrt{1-\zeta_1^2}}{\zeta_1}}{\omega_1\sqrt{1-\zeta_1^2}}=1.70\times10^{-4}\ \mathrm{s}$$

$$M_p=\mathrm{e}^{-\zeta_1\pi/\sqrt{1-\zeta_1^2}}=93.9\%$$

$$t_s=\frac{4}{\zeta_1\omega_1}=2.08\times10^{-2}\ \mathrm{s}$$

相对于要求的测试信号，系统具有非常优越的跟随性能. 虽然由于阻尼比太小，产生了较大的超调和调整时间，该超调波形振荡最低频率是系统一阶固有频率. 为消除共振波影响，在数据采集部分加入滤波. 在实际测量中，将电荷放大器滤波上限取为 1×10^3 Hz，既可以滤波，又满足了采样频率高于 10 倍信号频率要求.

3　动态测试误差分析

3.1　测试信号

用如图 9 所示的梯形脉冲信号来模拟火箭发动机脉冲点火产生的主推力，其中 T 表示该脉冲信号的周期.

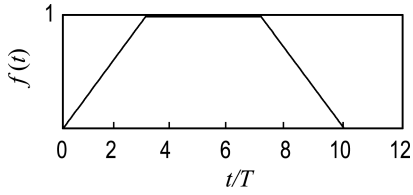

图 9　梯形脉冲

Fig. 9　The trapezoidal pulse

3.2　测试信号傅里叶级数表示

将测试信号化为傅里叶级数形式

$$F(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}A_n(\sin(n\omega_1t+\varphi_n))\tag{8}$$

式中：基频 $\omega_1=\frac{2\pi}{T}$；$a_0=0.7$；$A_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2}$，为第 n 倍频幅值，$a_n=\frac{10}{3n^2\pi^2}\left(\cos\left(\frac{3n}{10}\pi\right)+\right.$

$\cos\left(\frac{7n}{10}\pi\right)-1-\cos(n\pi)\Big)$，$b_n=\frac{10}{3n^2\pi^2}\left(\sin\left(\frac{3n}{10}\pi\right)+\sin\left(\frac{7n}{10}\pi\right)\right)$；$\tan\varphi_n=\frac{a_n}{b_n}$，为第 n 倍频相位.

3.3 动态测试误差

对于不同脉冲点火频率的火箭发动机动态推力测试来说，实际推力曲线与测试曲线的最大差值不允许超过某一限定值. 这里采用对测试信号进行傅里叶变换，通过测试系统幅频和相频特性与不同频率测试信号对应的谐波幅值代数运算的方法，进行理论误差分析，得到如表 2 所示的动态测试误差.

表 2 测量误差与信号周期的关系

Tab. 2 The relationship between the frequency and the error

T/s	f/Hz	e/%
0.100	10	0.015
0.050	20	0.030
0.025	40	0.060
0.020	50	0.080
0.010	100	0.160

该测试系统动态测量误差在要求的测量精度范围内.

4 结 语

火箭发动机脉冲点火方式下动态推力的精确测量是关系飞行器轨道和姿态控制精度的重要技术. 本文对轨/姿控火箭发动机推力矢量动态测试系统进行动力学建模，求得了该系统的幅频与相频特性曲线，证明该系统满足测试不失真条件并计算出了各脉冲频率下的动态测试误差，为测试系统动态测试的准确性和可靠性提供了理论基础和依据.

参考文献：

[1] 王洪业. 传感器工程[M]. 长沙：国防科技大学出版社，1997

[2] DEAN D S. Current techniques for thrust measurement at PERME Westcott performer [M]. **Propellants Explosives and Rocket Motor Establishment**. Reston：AIAA，1978

[3] PARK Yon-kyu，KUMME Rolf，KANG Dae-im. Dynamic investigation of a binocular six-component force-moment sensor [J]. **Measurement Science and Technology**，2002，**13**：1311-1318

[4] 孙宝元，张贻恭. 压电石英力传感器及动态切削测力仪[M]. 北京：计量出版社，1985

[5] RUNYAN R B，RYND J P，SEELY J F. Thrust stand design principles [C] // **AIAA 17th Aerospace Ground Testing Conference**. Reston：AIAA，1992

[6] 李德葆，陆秋海. 实验模态分析及其应用[M]. 北京：科学出版社，2001

[7] POLLARD J E，WELLE R P. Thrust vector measurements with the T5 ion engine [C] // **31st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit**. Reston：AIAA，1995

[8] 杨 肃，唐恒龄，廖伯瑜. 机床动力学(上)[M]. 北京：机械工业出版社，1983

[9] 赵庆海. 测试技术与工程应用[M]. 北京：化学工业出版社，2005

[10] 黄长艺，严普强. 机械工程测试技术基础[M]. 北京：机械工业出版社，2001

Modeling and analysis for dynamic thrust testing system of orbit/attitude control rocket engine

SUN Bao-yuan*，REN Zong-jin，QIAN Min，ZHANG Jun

（Key Laboratory for Precision & Non-traditional Machining Technology of Ministry of Education，Dalian University of Technology，Dalian 116024，China）

Abstract：According to the characteristics and demands of dynamic thrust measurement for orbit/attitude control rocket engine，the dynamic thrust measurement system is researched and designed. The dynamic model is discussed and the dynamic ability is investigated through mode analysis theoretics，then its mathematic model and transfer function are set up，which are proved reliable by experiments. The dynamic transfer characteristic is analyzed and it is proved that the system is authentic with potty damp. Combining the model，the testing signal is changed into Fourier progression，then the dynamic testing errors are obtained when the system dynamic ability and different frequency signals progress in algebra. It is shown that the system dynamic ability satisfies the design requirements.

Key words：rocket engine；dynamic testing；dynamic characteristic