第48卷第5期
2008年9月

大连理工大学学报
Journal of Dalian University of Technology

Vol. 48, No. 5
Sept. 2008

文章编号：1000-8608(2008)05-0715-05

相应涨差模型在水库实时洪水预报调度中应用

王本德*，张　静

（大连理工大学 土木水利学院，辽宁 大连　116024）

摘要： 降雨发生时由于通信故障或遥测系统出错等原因，不能获得流域上游水雨情信息，只有中心站水雨情信息可得. 为解决此问题，将改进的相应涨差模型应用到水库实时洪水预报调度中. 模型采用衰减记忆递推最小二乘算法进行参数在线识别，用预报流量修正公式对预报结果进行修正. 通过模型及修正公式检验，该模型可应用于水库或河道的实时洪水预报中. 在水库实时洪水预报时，只需中心站的流量信息，计算方法简单. 将模型应用于辽宁省大伙房水库，其预报结果令人满意. 该模型可为水库实时调度方案制定提供依据，也可为其他无资料或资料短缺地区的实时洪水预报调度提供参考.

关键词： 洪水预报；水库调度；相应涨差模型；衰减记忆递推；最小二乘法

中图分类号： P338　　**文献标志码：** A

0　引　言

洪水预报是水文预报研究的重要内容[1]. 可靠的洪水预报是流域防洪减灾的重要非工程措施之一，是水库合理调度和洪水资源利用的安全保障. 水库实时洪水预报是指在联机的水情自动测报系统中使用实时数据进行的洪水预报[2]. 目前应用于水库实时洪水预报的方法很多，常见的有降雨径流相关图配合单位线预报模型、新安江模型、大伙房模型、约束线性系统模型(CLS)、SCLS模型及自回归滑动平均模型(ARMA)等. 这些模型都是在水库遥测系统正常运行，能够及时准确地获得流域水雨情信息并能自动进行全流域某种合理校正的前提下进行的. 而在实际降雨过程中，由于受各种复杂的偶然因素影响，如通信系统故障、遥测系统出错等，并不能获得水库流域内所有测站的水雨情信息，这给水库的实时洪水预报调度工作带来了很大困难. 尤其当流域内所有测站的水雨情信息都无法获得，水库只有坝前水文站雨量、水位信息可得的洪水预报问题，更是水库实时洪水预报调度的一大难题. 另一方面，我国还有许多大中型水库，由于财力、物力、自然条件等限制没有安装流域水雨情遥测系统，这些水库的洪水预报只能依据水库坝前水文站的水位雨量信息. 因此，根据水库中心站的信息进行水库实时洪水预报，也是解决无资料或资料短缺地区洪水预报调度问题的有效方法.

为此，本文提出将改进的相应涨差模型应用到水库实时洪水预报调度中，利用衰减记忆递推最小二乘算法对参数进行在线识别，并对预报结果进行修正，供水库实时调度参考.

1　改进的相应涨差模型[3,4]

描述河道洪水波运动的圣维南方程组的连续方程为

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=0$$

式中：A 为过水断面面积；Q 为断面过水流量；x 为流向坐标；t 为时间坐标.

根据塞当(Seddon)公式，洪水波波速 C 是断面流量 Q 和过水断面面积 A 关系曲线的斜率，即

$$C=\partial Q/\partial A$$

因此有

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=\frac{\partial Q}{\partial A}\frac{\partial A}{\partial t}=C\frac{\partial A}{\partial t}$$

因此，圣维南连续方程可转换为

收稿日期： 2006-10-15；　**修回日期：** 2008-07-11.
作者简介： 王本德*(1938-)，男，教授，博士生导师.

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+C\frac{\partial Q}{\partial x}=0$$

在 $j+1$ 断面，$\partial Q/\partial t$ 取中心差分，$\partial Q/\partial x$ 取向后差分，得

$$\frac{Q(j+1,t+\Delta t)-Q(j+1,t-\Delta t)}{2\Delta t}=-C_1\frac{Q(j+1,t)-Q(j,t)}{\Delta x}$$

在 $j+1$ 断面，$\partial Q/\partial t$ 取向后差分，$\partial Q/\partial x$ 取向后差分，得

$$\frac{Q(j+1,t)-Q(j+1,t-\Delta t)}{\Delta t}=-C_2\frac{Q(j+1,t)-Q(j,t)}{\Delta x}$$

将上面两个差分式相除并整理得：

$$Q(j+1,t+\Delta t)=Q(j+1,t-\Delta t)+\frac{2C_1}{C_2}[Q(j+1,t)-Q(j+1,t-\Delta t)]$$

令 $\beta_t=2C_1/C_2$ 则上式变为

$$Q(j+1,t+\Delta t)=Q(j+1,t-\Delta t)+\beta_t[Q(j+1,t)-Q(j+1,t-\Delta t)]$$

此式即为以流量表示的相应涨差模型，即断面 $j+1$ 在 $t-\Delta t\sim t+\Delta t$ 时段内的流量涨差与自身断面 $t-\Delta t\sim t$ 时段内的流量涨差成比例，比例系数为 β_t.

当已知参数 β_t 时，即可根据流量相应涨差模型，由 t 和 $t-\Delta t$ 时刻的流量预报出 $t+\Delta t$ 时刻的流量. 由于洪水是一个时变过程，其涨落特性随时间而变化，参数 β_t 不能用一个固定的值来代替，而是要根据新的观测数据的不断增加，对参数进行在线识别.

2 参数识别的衰减记忆递推最小二乘算法

2.1 衰减记忆递推最小二乘算法

递推最小二乘的规范形式为 $\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}$，则 $\boldsymbol{\theta}$ 的估计值为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}=(\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y} \tag{1}$$

衰减记忆递推最小二乘算法的原理是[5]：每当取得一个新的数据，就将以前的所有数据都乘上一个小于1的系数 $\rho(0<\rho<1)$，在 m 次观测的基础上，当增加一个新的数据时，则有

$$\boldsymbol{X}_{m+1}=\begin{pmatrix}\rho\boldsymbol{X}_m\\ \boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{Y}_{m+1}=\begin{pmatrix}\rho\boldsymbol{Y}_m\\ \boldsymbol{y}_{m+1}\end{pmatrix}$$

令 $\boldsymbol{P}_{m+1}=(\boldsymbol{X}_{m+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{m+1})^{-1}$，则

$$\boldsymbol{P}_{m+1}=(\rho^2\boldsymbol{X}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_m+\boldsymbol{x}_{m+1}\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}})^{-1}=(\rho^2\boldsymbol{P}_m^{-1}+\boldsymbol{x}_{m+1}\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}})^{-1} \tag{2}$$

根据辅助定理[6]：设 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{C}$ 和 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BCD}$ 为非奇异方阵，则有

$$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BCD})^{-1}=\boldsymbol{A}^{-1}-\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{C}^{-1}+\boldsymbol{DA}^{-1}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{DA}^{-1}$$

则

$$\boldsymbol{P}_{m+1}=\frac{1}{\rho^2}[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{P}_m\boldsymbol{x}_{m+1}(\rho^2+\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_m\boldsymbol{x}_{m+1})^{-1}\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}]\boldsymbol{P}_m \tag{3}$$

因为 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{m+1}=\boldsymbol{P}_{m+1}\boldsymbol{X}_{m+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_{m+1}=\boldsymbol{P}_{m+1}(\rho^2\boldsymbol{X}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_m+\boldsymbol{x}_{m+1}\boldsymbol{y}_{m+1})$，由 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_m=\boldsymbol{P}_m\boldsymbol{X}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_m$ 可知 $\boldsymbol{X}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_m=\boldsymbol{P}_m^{-1}\hat{\boldsymbol{\theta}}_m$，且根据式(2)可得 $\rho^2\boldsymbol{P}_m^{-1}=\boldsymbol{P}_{m+1}^{-1}-\boldsymbol{x}_{m+1}\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}$，则 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{m+1}=\boldsymbol{P}_{m+1}[(\boldsymbol{P}_{m+1}^{-1}-\boldsymbol{x}_{m+1}\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}})\hat{\boldsymbol{\theta}}_m+\boldsymbol{x}_{m+1}\boldsymbol{y}_{m+1}]$，整理得

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{m+1}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_m+\boldsymbol{P}_{m+1}\boldsymbol{x}_{m+1}(\boldsymbol{y}_{m+1}-\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\theta}}_m) \tag{4}$$

由式(3)得 $\rho^2\boldsymbol{P}_{m+1}\boldsymbol{P}_m^{-1}=\boldsymbol{I}-\boldsymbol{P}_m\boldsymbol{x}_{m+1}(\rho^2+\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_m\boldsymbol{x}_{m+1})^{-1}\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}$，联合 $\rho^2\boldsymbol{P}_m^{-1}=\boldsymbol{P}_{m+1}^{-1}-\boldsymbol{x}_{m+1}\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}$ 可得 $\boldsymbol{P}_{m+1}\boldsymbol{x}_{m+1}=\boldsymbol{P}_m\boldsymbol{x}_{m+1}(\rho^2+\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_m\boldsymbol{x}_{m+1})^{-1}$，代入式(4)得

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{m+1}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_m+\boldsymbol{P}_m\boldsymbol{x}_{m+1}(\rho^2+\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_m\boldsymbol{x}_{m+1})^{-1}\times(\boldsymbol{y}_{m+1}-\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\theta}}_m) \tag{5}$$

若令

$$\boldsymbol{K}_{m+1}=\boldsymbol{P}_m\boldsymbol{x}_{m+1}(\rho^2+\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_m\boldsymbol{x}_{m+1})^{-1}$$

则递推最小二乘可写为

$$\boldsymbol{P}_{m+1}=\frac{1}{\rho^2}[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_{m+1}\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}]\boldsymbol{P}_m$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{m+1}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_m+\boldsymbol{K}_{m+1}(\boldsymbol{y}_{m+1}-\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\theta}}_m)$$

令 $\mu=\rho^2$，称为遗忘因子，则衰减记忆递推最小二乘参数估计公式为[5]

$$\boldsymbol{K}_{m+1}=\boldsymbol{P}_m\boldsymbol{x}_{m+1}(\mu+\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_m\boldsymbol{x}_{m+1})^{-1} \tag{6}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{m+1}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_m+\boldsymbol{K}_{m+1}(\boldsymbol{y}_{m+1}-\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\theta}}_m) \tag{7}$$

$$\boldsymbol{P}_{m+1}=\frac{1}{\mu}[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_{m+1}\boldsymbol{x}_{m+1}^{\mathrm{T}}]\boldsymbol{P}_m \tag{8}$$

遗忘因子 μ 的大小可以根据对被辨识过程特性的认识来适当选择，对时变参数系统一般取 0.950 ～0.995[5]. 快变参数选小一些，慢变参数可选大一些.

当给定初值 $\boldsymbol{\theta}_0$、$\boldsymbol{P}_0$ 时，即可应用该递推方程. 因为初值的给定，只影响预报开始时段的误差，经过几个时段迭代后可获得较高的预报精度[6]，因此，初值可人为给定.

2.2 衰减记忆递推最小二乘算法参数识别步骤

(1) 将相应涨差模型写成递推最小二乘的规

范形式

$$\boldsymbol{Y}(t+1)=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t+1)\boldsymbol{\theta}(t)$$

其中 $\boldsymbol{Y}(t+1)=\boldsymbol{Q}(t+\Delta t)$；$\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t+1)=[\boldsymbol{Q}(t-\Delta t),\boldsymbol{Q}(t)-\boldsymbol{Q}(t-\Delta t)]$；$\boldsymbol{\theta}(t)=(1\quad \beta_t)^{\mathrm{T}}$.

(2) 根据流域洪水流量资料，综合分析选择合适的遗忘因子 μ，并给定初值 $\boldsymbol{\theta}(0)$、$\boldsymbol{P}(0)$.

(3) 选定某一计算初始时间，令 $t=0$.

(4) 由 $\boldsymbol{\theta}(t)$ 及 $\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t+1)$，应用预报模型预报 $\boldsymbol{Y}(t+1)$.

(5) 进行第 $t+1$ 次采样，得实测流量 $\boldsymbol{y}(t+1)$.

(6) 利用式(6)～(8)，对模型参数进行校正.

(7) 由得到的 $\boldsymbol{\theta}(t+1)$，进行下一步的递推计算，即令 $t+1\rightarrow t$，转到第(4) 步.

3　预报模型检验

应用流量相应涨差模型预报洪水，是在面临时刻及前一时刻流量已知的情况下预报下一时刻的流量值. 因此，面临时刻及前一时刻流量值的大小对下一时刻流量值的预报有很大影响. 水库入库洪水过程是通过水量平衡反推得到的，存在洪水过程的锯齿波动，而河道洪水过程可以直接得到，洪水过程较平稳，因此，本文从天然河道流量预报及水库入库洪水流量预报两方面对预报模型进行检验.

3.1　天然河道洪水流量预报

以某河道断面的洪水流量预报为例，流量预报时段为 6 h.

将相应涨差模型写成递推最小二乘的规范形式，如 2.2 节中步骤(1) 所示. 根据该河段以往的洪水流量资料，选取遗忘因子 $\mu=0.95$，并人为给定初始值 $\boldsymbol{\theta}(0)=(1\quad 1.35)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{P}(0)=10^{-6}\boldsymbol{I}$. 应用模型预报 $t=1$ 时刻的流量值，并与 $t=1$ 实测值比较修正下一时刻的预报参数. 以此类推，得预报的各时段洪水流量值. 预报与实测各时段洪水流量值比较如图 1 所示.

3.2　水库入库洪水流量预报

以某水库入库洪水流量预报为例，流量预报时段为 3 h. 水库面临时刻坝前水文站或中心站可获得的水情信息有水库坝前水位及水库的下泄流量，因此，可以通过水量平衡反推各已发生时刻及面临时刻的水库入库流量值，即

$$\overline{Q}_{\mathrm{in}}=\frac{\Delta V}{\Delta t}+\overline{q}_{\mathrm{out}}+\overline{q}_{\mathrm{loss}}$$

由此流量值进行下一时刻洪水流量预报. 选取遗忘因子 $\mu=0.95$，并人为给定初始值 $\boldsymbol{\theta}(0)=(1\quad 1.35)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{P}(0)=10^{-6}\boldsymbol{I}$，计算步骤如 2.2 节所列. 预报及计算的各时段入库流量比较如图 2 所示.

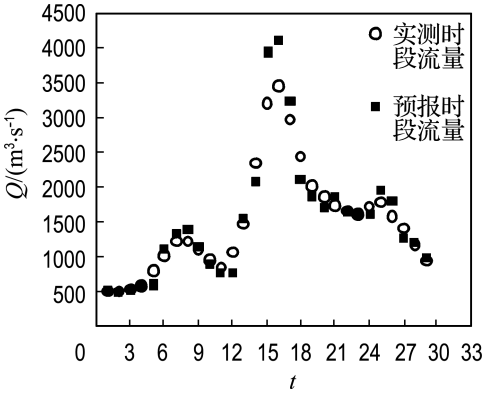

图 1　河道洪水流量预报

Fig. 1　Flood flow forecast at river course

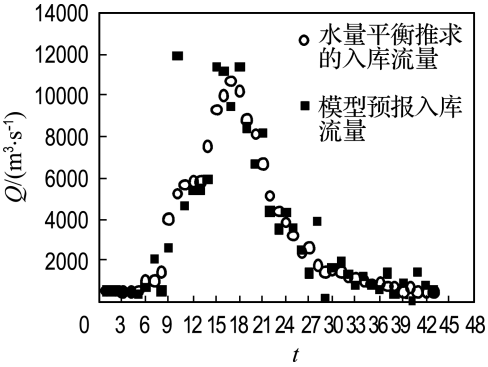

图 2　水库入库洪水流量预报

Fig. 2　Reservoir flood flow forecast

从图 1、2 可以看出，在实测或推求的洪水流量值的拐点附近，模型预报的洪水流量值误差较大. 这是因为模型的时变参数是通过前一时刻实测流量与预报流量的差值来修正的，见式(7)，对洪水流量变化趋势没有预测，因此，当实测或水量平衡反推的流量发生趋势变化时，预报流量值在下一时刻才能得到修正，导致实测或反推流量拐点附近预报误差较大. 由此也可以看出，实测或反推的流量精度对流量预报值的精度影响较大，其是保证相应涨差模型流量预报精度可利用的前提. 同时，从河道洪水或水库入库洪水流量预报过程可以看出，受实时校正的约束，相应涨差模型流量预报的预见期较短，只有一个时段.

4 预报结果修正

为减小实测或反推流量拐点附近的流量预报误差，给出流量预报修正的经验公式. 即采用本时段预报流量与前一时段预报流量的平均值与前一时段实测流量值差值的一半作为本时段流量的涨幅，加上前一时段的实测流量，即得本时段的流量预报值. 其具体流量预报修正公式如下：

$$y'(t+1) = y(t) + \frac{1}{2}\left[\frac{Y(t+1)+Y(t)}{2} - y(t)\right]$$

式中：$y'(t+1)$ 为 $t+1$ 时刻发布的修正预报值；$Y(t+1)$、$Y(t)$ 分别为 $t+1$、t 时刻由相应涨差模型预报的流量值；$y(t)$ 为 t 时刻实测流量值.

通过流量预报修正公式，得到上章中的河道和水库流量预报结果如图 3、4 所示.

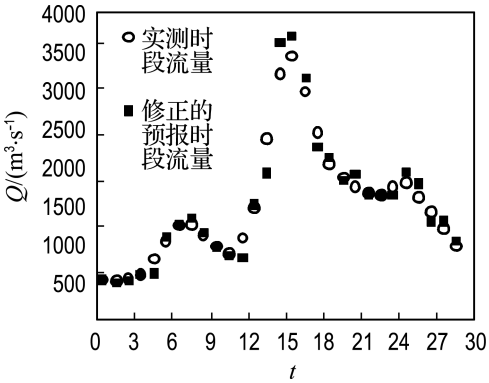

图 3 河道时段流量修正预报

Fig. 3 Period flow revised forecast at river course

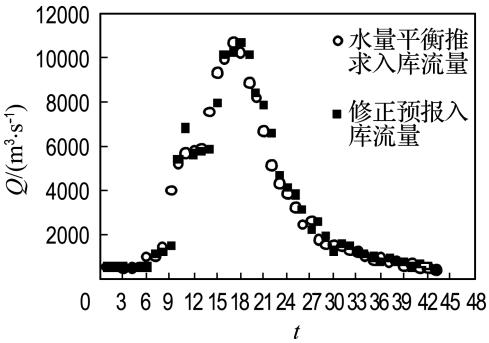

图 4 水库入库流量修正预报

Fig. 4 Reservoir flow revised forecast

从图 3、4 可以看出，流量预报修正公式能有效提高河道和水库的流量预报精度. 通过计算可知，各时段预报流量与实测流量偏差很小，时段流量预报相对误差的绝对值均小于 20%，因此，相应涨差模型及流量预报修正公式可用于水库或河道的实时洪水预报中.

应用相应涨差模型及修正公式，可为水库实时调度提供不断更新的流量信息，使具有一定调度权限的水库管理单位能够在调度模型和调度软件的基础上，实施水库实时调度[7].

5 实例应用

为验证相应涨差模型及流量预报修正公式预报精度，对大伙房水库 1995 年至 2005 年 10 场洪水时段流量过程进行预报. 计算时段取 3 h，$\mu = 0.95$，人为给定初始值 $\boldsymbol{\theta}(0) = (1 \quad 1.35)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{P}(0) = 10^{-6}\boldsymbol{I}$. 模拟预报结果列于表 1. 从中可以看出，场次洪水时段流量预报合格率在 70%以上，达到乙级标准. 为比较预报和实测流量过程，选取 2005-08-12 洪水绘于图 5. 从中可以看出，预报效果较好.

表 1 大伙房水库场次洪水时段流量预报结果

Tab. 1 Period flow forecast results of each flood of Dahuofang reservoir

洪水场次	预报总时段数	预报合格时段数	预报合格率/%	时段流量预报平均相对误差/%
95724	63	62	98.41	6.11
95728	43	28	65.12	17.52
95806	30	23	76.67	14.76
96723	34	25	73.53	14.69
98713	102	100	98.04	3.72
01704	36	27	75.00	15.60
02731	43	36	83.72	9.80
03726	71	54	76.06	19.55
04723	32	30	93.75	8.14
05812	42	37	88.10	10.50
平均			82.84	12.01

注：时段流量预报相对误差小于 20%为合格预报

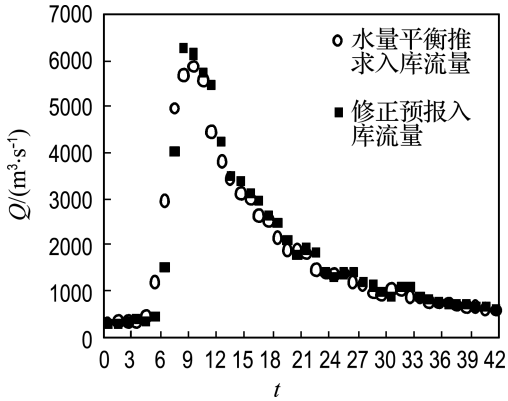

图 5 2005 年 8 月洪水时段流量预报比较

Fig. 5 Flood period flow forecast comparison in August, 2005

6 结　论

(1)本文提出的应用相应涨差模型预报入库流量的洪水预报方法，是在所有遥测站均出错的最不利的情况下，应用坝前水文站或中心站的水位流量信息进行入库流量预报的方法. 预报模型结构简单，操作方便.

(2)虽然相应涨差模型只有一个参数，但是由于洪水过程是一个时变过程，参数随着时间和数据的增加不断发生变化，因此对参数的合理估计是预报模型应用的关键. 本文选用衰减记忆递推最小二乘算法对参数进行识别，并对模型预报结果进行修正，对提高预报精度有明显的作用. 为进一步提高预报精度，峰后洪水可以考虑与综合退水曲线进行联合预报，同时除要对参数进行分析外，还需引用中心站单站降雨信息，改进模型.

(3)通过模型检验及预报结果修正可知，相应涨差模型可应用于水库或河道的实时洪水预报调度中. 由于该模型是在面临时刻及前一时刻流量已知的情况下预报下一时刻的流量，流量预报的预见期较短，只有一个时段. 为延长时段流量预报预见期，可结合流域历史洪水时段流量涨差比例，将涨洪段流量预报预见期增长一个时段，待洪峰出现后，结合退水曲线，预报出退水流量过程.

参考文献：

[1] 葛守西. 现代洪水预报技术[M]. 北京：中国水利水电出版社，1999

[2] 朱　华. 水情自动测报系统[M]. 北京：水利电力出版社，1993

[3] 覃光华，丁　晶，赵英林，等. 改进的相应涨差模型及其在洪水预报中的应用[J]. 武汉大学学报，2002，**35**(3)：20-23

[4] 赵英林. 相应涨差实时洪水预报模型[J]. 水利水文自动化，1995(4)：29-33

[5] 钟秋海. 现代控制理论[M]. 北京：高等教育出版社，2004

[6] 刘钦圣. 最小二乘问题计算方法[M]. 北京：北京工业大学出版社，1989

[7] 游进军，王丽萍. 陆浑水库防洪实时调度研究[J]. 武汉水利电力大学学报，2000，**33**(3)：28-32

Application of corresponding rising difference model to real-time flood forecast and dispatching of reservoir

WANG　Ben-de*，　ZHANG　Jing

(School of Civil and Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Because of the communications malfunction or remote measuring system mistake, the rain and water data in watershed can not be obtained during precipitation while only the data of water levels and flows in central station can be got. Under this condition, the real-time flood forecast and dispatching of reservoir is a difficult problem. In order to resolve this problem, improved corresponding rising difference model has been applied to reservoir real-time flood forecast and dispatching. Attenuation recollection recursive least square method is used to estimate model parameter and flow revising equation is used to revise the forecasted results. Through the verification of model and revising equation, the forecast model can be applied to the flood forecast of reservoir or river course. When doing reservoir real-time flood forecast, it only needs the data of central station′s water levels and flows, so its calculation is simple. Example application in Dahuofang reservoir shows that the forecasted results are satisfactory. The forecasted real-time flow can provide reference for plans establishment of real-time dispatching. The model also can provide flood forecast and dispatching reference for other ungauged regions.

Key words: flood forecast; reservoir dispatching; corresponding rising difference model; attenuation recollection recursive; least square method