第49卷第2期　　大连理工大学学报　　Vol.49, No.2
2009年3月　　Journal of Dalian University of Technology　　Mar. 2009

文章编号：1000-8608(2009)02-0288-06

随机需求条件下分销系统协同库存策略研究

胡 建 国*1,2，冯 恩 民1，郭 华3

（1.大连理工大学 应用数学系，辽宁 大连 116024；
2.长沙理工大学 经济与管理学院，湖南 长沙 410076；
3.长沙理工大学 文法学院，湖南 长沙 410076）

摘要： 分销系统的库存问题研究是物流及供应链管理理论研究的重要方面，有关策略的使用影响到相关供应链整体的成本和收益，为此基于基本库存策略，研究了随机需求条件下一个分销中心和多个零售商组成的二级分销系统的协同库存和订货问题．对分销中心库存的补充订货、缺货处理以及分销系统各成员之间的关系等问题采取协同策略，建立了使分销系统期望总收益最大化的数学模型，在分析模型解的存在性的基础上，探索了相应的求解方法．并对均匀分布、指数分布和正态分布的3种需求情况在模型求解方面做了具体分析和实证研究．

关键词： 供应链管理；分销系统；随机需求；协同库存策略；数学模型
中图分类号： F273；O227　　**文献标志码：** A

0　引　言

在下游供应链中，分销决策是关系到供应链管理绩效的重要方面，对分销中心的采购和库存决策，已有许多学者进行了相关研究．较早的研究主要集中在固定需求或常数需求率情况下的EOQ，如文献[1～4]都假设供应商拥有零售商的完全信息，供应商对零售商没有延迟交货，也不存在缺货问题，以各种价格折扣方式诱导零售商增加每次的订货量以减少订货次数从而降低生产准备、订货处理等交易成本．Kohli 等[5,6]用合作对策论和协同的方法研究供-购双方如何减少成本增加收益，讨论的还是一定时期内总需求确定的情况．Chen[7]在需求确定和外部资源无限的假设下，考虑一个仓库为多个零售商服务，经营单一产品、缺货时允许延迟交货的情形，建立总成本最小的数学模型．Chung 等[8]研究单一周期内随机需求条件下多级库存系统的库存问题，假定所有库存决策在需求发生前做出，各项成本与订货数量成比例，无延迟交货、缺货失销，提出一个算法来确定各阶段的库存量以最大化期望收益．Lee 等[9]则探讨用解析和模拟相结合的方法求解使成本最小的生产和分销决策．Thomas 等[10]对价格敏感性需求研究了用优惠价格换取固定的订货频率和订货量以最大化期望收益的策略．除此之外还有许多关于分销或分销系统的研究，总的来说，多数研究集中于单一产品固定需求的情况，对需求变化、产品多样性、过量需求的处理以及产品生命周期情况考虑不够．

本文基于基本库存策略，研究一个由一个分销中心和多个零售商组成的二级分销系统的库存和订货问题．

1　模型简介

为研究方便，本文假设：分销中心经营多个具有较短生命周期的产品，并在一个周期内分阶段周期补货，在每个阶段初获得确定的基本库存；一个零售商经营一种产品，零售商不持有库存或可忽略，零售商必须确定在一个周期内每个阶段初向分销中心获取固定订货量，超过此订货量的需求可及时向分销中心进行第二次订货并可在该阶段内得到，由此而造成的对需求的延迟交货必须支付一定的延迟成本；超过分销中心基本库存的

收稿日期： 2007-05-20；　**修回日期：** 2009-01-09．
基金项目： “九七三”国家重点基础研究发展规划资助项目(G1999043308)．
作者简介： 胡建国*(1968-)，男，博士；冯恩民(1939-)，男，教授，博士生导师．

需求则任其失销，但分销中心和零售商都应承担一定的缺货惩罚费；由于产品的生命周期较短，在每个阶段末，分销中心和零售商的剩余产品都必须被低价或花额外的费用来处理掉，在下一阶段经营的是新产品；只在零售商处发生的需求服从某种随机分布.

为了确定一个周期内每个阶段分销中心每种产品的基本库存量和每个零售商的固定订货量以使单一周期内总的期望收益最大，需建立相应的数学模型.

分销中心和零售商的收益均为销售所得与成本的差，经过对不同需求情况的分析，得到了分销中心和零售商各自的 3 个条件收益函数，分别表示如下：

$$\pi_{it}^{s}(x_{it} \mid x_{it} \leqslant Q_{it}) = (w_i - c_i)Q_{it} + (d_{it}^{s} - c_i) \times (k_{it} - Q_{it}) - s_i^{s} - h_i(k_{it} - Q_{it}) \tag{1}$$

$$\pi_{it}^{s}(x_{it} \mid Q_{it} < x_{it} \leqslant k_{it}) = (w_i - c_i)Q_{it} + ((1 + \beta_i)w_i - c_i)(x_{it} - Q_{it}) + (d_{it}^{s} - c_i)(k_{it} - x_{it}) - s_i^{s} - h_i(k_{it} - Q_{it}) \tag{2}$$

$$\pi_{it}^{s}(x_{it} \mid x_{it} > k_{it}) = (w_i - c_i)Q_{it} + ((1 + \beta_i)w_i - c_i)(k_{it} - Q_{it}) - s_i^{s} - h_i(k_{it} - Q_{it}) - \theta_i^{s}(x_{it} - k_{it}) \tag{3}$$

$$\pi_{it}^{b}(x_{it} \mid x_{it} \leqslant Q_{it}) = (p_i - w_i)x_{it} + (d_{it}^{b} - w_i) \times (Q_{it} - x_{it}) - s_i^{b1} \tag{4}$$

$$\pi_{it}^{b}(x_{it} \mid Q_{it} < x_{it} \leqslant k_{it}) = (p_i - w_i)Q_{it} + (p_i - (1 + \beta_i)w_i)(x_{it} - Q_{it}) - s_i^{b1} - s_i^{b2} - b_i(x_{it} - Q_{it}) \tag{5}$$

$$\pi_{it}^{b}(x_{it} \mid x_{it} > k_{it}) = (p_i - w_i)Q_{it} + (p_i - (1 + \beta_i)w_i) \times (k_{it} - Q_{it}) - s_i^{b1} - s_i^{b2} - b_i(k_{it} - Q_{it}) - \theta_i^{b}(x_{it} - k_{it}) \tag{6}$$

从而有

$$\begin{aligned}
\pi_{it} = {} & \int_0^{Q_{it}} [\pi_{it}^{b}(x_{it} \mid x_{it} \leqslant Q_{it}) + \pi_{it}^{s}(x_{it} \mid x_{it} \leqslant Q_{it})] f_{it}(x_{it}) \mathrm{d}x_{it} + {} \\
& \int_{Q_{it}}^{k_{it}} [\pi_{it}^{b}(x_{it} \mid Q_{it} < x_{it} \leqslant k_{it}) + \pi_{it}^{s}(x_{it} \mid Q_{it} < x_{it} \leqslant k_{it})] f_{it}(x_{it}) \mathrm{d}x_{it} + {} \\
& \int_{k_{it}}^{\infty} [\pi_{it}^{b}(x_{it} \mid x_{it} > k_{it}) + \pi_{it}^{s}(x_{it} \mid x_{it} > k_{it})] f_{it}(x_{it}) \mathrm{d}x_{it} = {} \\
& (p_i - w_i)Q_{it} + [(p_i - (1 + \beta_i)w_i - b_i) \times (k_{it} - Q_{it}) - s_i^{b2}][1 - F_{it}(Q_{it})] - s_i^{b1} - {} \\
& h_i(k_{it} - Q_{it}) - (p_i - d_{it}^{b}) \int_0^{Q_{it}} [(Q_{it} - x_{it}) \times f_{it}(x_{it})] \mathrm{d}x_{it} - (p_i - (1 + \beta_i)w_i - b_i) \times {} \\
& \int_{Q_{it}}^{k_{it}} (k_{it} - x_{it}) f_{it}(x_{it}) \mathrm{d}x_{it} - (\theta_i^{b} + \theta_i^{s}) \times \int_{k_{it}}^{\infty} (x_{it} - k_{it}) f_{it}(x_{it}) \mathrm{d}x_{it} + (w_i - c_i)Q_{it} + {} \\
& ((1 + \beta)w_i - c_i)(k_{it} - Q_{it})[1 - F_{it}(Q_{it})] + (d_{it}^{s} - c_i)(k_{it} - Q_{it})F_{it}(k_{it}) - s_i^{s} - {} \\
& ((1 + \beta_i)w_i - c_i) \int_{Q_{it}}^{k_{it}} (k_{it} - x_{it}) f_{it}(x_{it}) \mathrm{d}x_{it} - (d_{it}^{s} - c_i) \int_{Q_{it}}^{k_{it}} (x_{it} - Q_{it}) f_{it}(x_{it}) \mathrm{d}x_{it} = {} \\
& (p_i - c_i)Q_{it} - s_i^{s} - s_i^{b1} + [(p_i - c_i - b_i)(k_{it} - Q_{it}) - s_i^{b2}][1 - F_{it}(Q_{it})] - h_i(k_{it} - Q_{it}) + {} \\
& (d_{it}^{s} - c_i)(k_{it} - Q_{it})F_{it}(k_{it}) - (p_i - d_{it}^{b}) \times \int_0^{Q_{it}} (Q_{it} - x_{it}) f_{it}(x_{it}) \mathrm{d}x_{it} - (p_i - c_i - b_i) \times {} \\
& \int_{Q_{it}}^{k_{it}} (k_{it} - x_{it}) f_{it}(x_{it}) \mathrm{d}x_{it} - (\theta_i^{b} + \theta_i^{s}) \times \int_{k_{it}}^{\infty} (x_{it} - k_{it}) f_{it}(x_{it}) \mathrm{d}x_{it} - (d_{it}^{s} - c_i) \times {} \\
& \int_{Q_{it}}^{k_{it}} (x_{it} - Q_{it}) f_{it}(x_{it}) \mathrm{d}x_{it}
\end{aligned} \tag{7}$$

式(1)～(6)中：$i(i = 1, 2, \cdots, N)$ 表示产品种类和相应的零售商；$t(t = 1, 2, \cdots, T)$ 表示一个周期内的不同阶段；β_i 表示 i 产品在同一阶段内第二次订货的加价比例；k_{it}、Q_{it} 分别表示 i 产品在 t 阶段的分销中心的基本库存和零售商的固定订货量；s_i^{s}、s_i^{b1}、s_i^{b2} 分别表示分销中心对 i 产品的采购准备成本和零售商在同一阶段内的第一、二次订货的准备成本；c_i、w_i、p_i 分别表示分销中心对 i 产品的采购价、批发价和零售商对 i 产品的销售价；h_i、θ_i^{s}、θ_i^{b} 分别表示 i 产品在分销中心的单位库存维持成本、分销中心和零售商在 i 产品缺货时承担的单位惩罚费；d_{it}^{s}、d_{it}^{b} 分别表示 i 产品在 t 阶段末被分销中心和零售商处理时的单位价值，其值可能为负；x_{it}、$f_{it}(x_{it})$、$F_{it}(x_{it})$ 分别表示 i 产品在 t 阶段发生在零售商处的随机需求量、分布密度、分布函数；π_{it}^{s}、π_{it}^{b}、π_{it} 分别表示 i 产品在 t 阶段给分销中心、零售商及系统带来的收益.

令

$$\pi_t = \sum_{i=1}^{N} \pi_{it}, \quad \pi_i = \sum_{t=1}^{T} \pi_{it},$$

$$\pi = \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N}\pi_{it} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\pi_{it} = \pi(\mathbf{K},\boldsymbol{Q}),$$
$$U_N = \{1,2,\cdots,N\},\ U_T = \{1,2,\cdots,T\}$$

其中 $\mathbf{K} = (k_{it})_{N\times T}$；$\boldsymbol{Q} = (Q_{it})_{N\times T}$.

因此，可以建立如下在单一周期内使系统总体期望收益最大化的数学模型：

$$\begin{aligned}
(\mathrm{P})\quad & \max\quad \pi = \pi(\mathbf{K},\boldsymbol{Q}) \\
& \text{s.t.}\quad \sum_{i=1}^{N}(c_i k_{it} + s_i^{s}) \leqslant A(t) \\
& \qquad\ \ \sum_{i=1}^{N}\alpha_i k_{it} \leqslant B(t) \\
& \qquad\ \ 0 < Q_{it} \leqslant k_{it} \\
& \qquad\ \ k_{it} \in U_{it}^{\mathbf{K}} \subset \mathbf{R}^{+} \\
& \qquad\ \ Q_{it} \in U_{it}^{\mathbf{Q}} \subset \mathbf{R}^{+} \\
& \qquad\ \ i \in U_N, t \in U_T
\end{aligned} \tag{8}$$

其中 $\sum_{i=1}^{N}(c_i k_{it} + s_i^{s}) \leqslant A(t)$ 为分销中心的资金约束，$A(t)$ 为一个周期内 t 阶段分销中心可用于采购的资金支配量；$\sum_{i=1}^{N}\alpha_i k_{it} \leqslant B(t)$ 为分销中心的总库存量约束，$\alpha_i(i = 1,2,\cdots,N)$ 为体积折算常数，$B(t)$ 为一个周期内 t 阶段分销中心可调度的库存容量；$0 < Q_{it} \leqslant k_{it}$ 为 Q_{it} 和 k_{it} 的关系约束；$U_{it}^{\mathbf{K}}$ 和 $U_{it}^{\mathbf{Q}}$ 分别表示 k_{it} 和 Q_{it} 的有界闭的取值空间.

2 模型求解

显然，问题(P)求解并不容易，不妨先考虑其对应的如下松弛问题：

$$\begin{aligned}
(\mathrm{RP})\quad & \max\quad \pi = \pi(\mathbf{K},\boldsymbol{Q}) \\
& \text{s.t.}\quad k_{it}, Q_{it} \in \mathbf{R}
\end{aligned} \tag{9}$$

同时，不妨假设

(A1) $d_{it}^{b} = d_{it}^{s} \leqslant c_i < w_i < p_i, p_i - c_i - h_i - b_i > 0; \forall i \in U_N, t \in U_T$

(A2) $f_{it}(\cdot)$ 连续可微，$F_{it}(\cdot)$ 递增凹且 $F_{it}(0) \approx 0; \forall i \in U_N, t \in U_T$

(A1)显然符合绝大部分事实，而许多随机分布如正态分布、指数分布等在一定条件下都能满足(A2). 例如，正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$ 的分布函数在 $(\mu,+\infty)$ 上是递增凹的，当 μ 较大而 σ 较小($\mu \geqslant 3\sigma$)时，就能满足 $F_{it}(0) \approx 0$. 因而，有如下的结论：

定理1 当(A1)、(A2)成立时，$(\mathbf{K}^*,\boldsymbol{Q}^*) = ((k_{it}^*)_{N\times T},(Q_{it}^*)_{N\times T})$ 为问题(RP)的解的充要条件为

$$s_i^{b2} f_{it}(Q_{it}^*) - bF_{it}(Q_{it}^*) + h_i = 0;$$
$$\forall i \in U_N, t \in U_T \tag{10}$$

和

$$p_i + \theta_i^{b} + \theta_i^{s} - c_i - b_i - h_i - (p_i + \theta_i^{b} + \theta_i^{s} - b_i - d_{it}^{s})F_{it}(k_{it}^*) = 0; \forall i \in U_N, t \in U_T \tag{11}$$

证明 由式(7)、(8)和(A1)可得

$$\partial\pi/\partial Q_{it} = s_i^{b2} f_{it}(Q_{it}) - b_i F_{it}(Q_{it}) + h_i \tag{12}$$

$$\partial\pi/\partial k_{it} = (p_i + \theta_i^{b} + \theta_i^{s} - c_i - b_i - h_i) - (p_i + \theta_i^{b} + \theta_i^{s} - b_i - d_{it}^{s})F_{it}(k_{it}) \tag{13}$$

从而有

$$\partial^2\pi/\partial k_{it}\partial Q_{j\tau} = \partial^2\pi/\partial Q_{it}\partial k_{lm} = 0 \tag{14}$$

其中 $i,j,l \in \{1,2,\cdots,N\}, t,\tau,m \in \{1,2,\cdots,T\}$ 且 $(i-j)^2 + (t-\tau)^2 \neq 0, (i-l)^2 + (t-m)^2 \neq 0$.

$$\partial^2\pi/\partial Q_{it}^2 = s_i^{b2} f'_{it}(Q_{it}) - b_i f_{it}(Q_{it}) < 0 \quad (\text{由(A2)}) \tag{15}$$

$$\partial^2\pi/\partial k_{it}^2 = -(p_i + \theta_i^{b} + \theta_i^{s} - b_i - d_{it}^{s})f_{it}(k_{it}) < 0 \quad (\text{由(A1)}) \tag{16}$$

因此，问题(RP)的目标函数在可行域(凸集)上为凹函数. 从而定理结论成立. □

进一步，不难得出如下结论：

定理2 当(A1)、(A2)成立时，原问题(P)的解存在和惟一.

证明 实际上，如果将问题(P)的可行域延拓为有界闭的连续空间，则其目标函数的连续性显然，再由定理1中得到的目标函数的凹性，可以得出问题(P)的解是存在和惟一的. □

在实际问题中，$U_{it}^{\mathbf{K}}$ 和 $U_{it}^{\mathbf{Q}}$ 常常是有界的离散空间，如果它们的势以及 N 和 T 都比较小，问题的解比较容易求得. 其他情况可根据定理1中的结论来求. 如果定理1中式(10)和(11)确定的元素 $(\mathbf{K}^*,\boldsymbol{Q}^*) = ((k_{it}^*)_{N\times T},(Q_{it}^*)_{N\times T})$ 不在问题(P)的可行域中，则可视问题规模用其他精确搜索或启发式方法来求解.

3 实例研究

令 $N = 2, T = 4, \beta_i = 0.1, s_i^{s} = 200, s_i^{b1} = 100, s_i^{b2} = 50, c_i = 10, w_i = 20, p_1 = 30, p_2 = 40, h_i = 2, \theta_i^{s} = 4, \theta_i^{b} = 4, b_i = 3, d_{it}^{s} = 6, d_{it}^{b} = 6$，单位对应为件和元(人民币).

当最优决策及问题(P)的解在其可行域中时，分析需求服从均匀分布、指数分布、正态分布的情形，给出具体的求解方法.

3.1　均匀分布

令

$$f_{it}(x_{it})=\begin{cases}1/(b-a); & a\leqslant x_{it}\leqslant b\\ 0; & x_{it}<a \text{ 或 } x_{it}>b\end{cases}$$

则

$$F_{it}(x_{it})=\begin{cases}0; & x_{it}\leqslant a\\ (x_{it}-a)/(b-a); & a<x_{it}\leqslant b\\ 1; & x_{it}>b\end{cases}$$

图像如图 1、2 所示.

由式(10)有

$$s_i^{b2}/(b-a)-b_i(Q_{it}^*-a)/(b-a)+h_i=0 \quad (17)$$

从而

$$Q_{it}^*=a+(h_i(b-a)+s_i^{b2})/b_i;\quad \forall\, i\in U_N, t\in U_T \quad (18)$$

由式(11) 有

$$p_i+\theta_i^b+\theta_i^s-c_i-b_i-h_i-(p_i+\theta_i^b+\theta_i^s-b_i-d_{it}^s)(k_{it}^*-a)/(b-a)=0 \quad (19)$$

从而

$$k_{it}^*=a+(p_i+\theta_i^b+\theta_i^s-c_i-b_i-h_i)\times(b-a)/(p_i+\theta_i^b+\theta_i^s-b_i-d_{it}^s);\quad \forall\, i\in U_N, t\in U_T \quad (20)$$

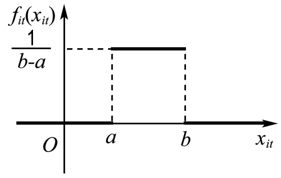

图 1　均匀分布的概率密度

Fig. 1　Probability density for uniform distribution

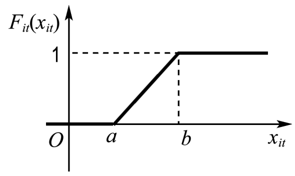

图 2　均匀分布的分布函数

Fig. 2　Distribution function for uniform distribution

相应的数值计算结果见表 1.

表 1　需求量服从均匀分布时的计算结果

Tab. 1　Computational solutions for uniform distribution demand

$(a_{11}^{(1)},a_{11}^{(2)})$	$(a_{12}^{(1)},a_{12}^{(2)})$	$(a_{13}^{(1)},a_{13}^{(2)})$	$(a_{14}^{(1)},a_{14}^{(2)})$	$(a_{21}^{(1)},a_{21}^{(2)})$	$(a_{22}^{(1)},a_{22}^{(2)})$	$(a_{23}^{(1)},a_{23}^{(2)})$	$(a_{24}^{(1)},a_{24}^{(2)})$
(1 000,3 000)	(1 500,3 000)	(2 000,4 000)	(2 000,5 000)	(1 000,3 000)	(1 500,3 000)	(2 000,4 000)	(2 000,5 000)
Q_{11}^*	Q_{12}^*	Q_{13}^*	Q_{14}^*	Q_{21}^*	Q_{22}^*	Q_{23}^*	Q_{24}^*
2 350.0	2 516.7	3 350.0	4 016.7	2 350.0	2 516.7	3 350.0	4 016.7
k_{11}^*	k_{12}^*	k_{13}^*	k_{14}^*	k_{21}^*	k_{22}^*	k_{23}^*	k_{24}^*
2 586.2	2 777.8	3 586.2	4 379.3	2 692.3	2 769.2	3 692.3	4 538.5

3.2　指数分布

令

$$f_{it}(x_{it})=\begin{cases}\lambda_{it}e^{-\lambda_{it}x_{it}}; & x_{it}\geqslant 0\\ 0; & x_{it}<0\end{cases}$$

则

$$F_{it}(x_{it})=\begin{cases}1-e^{-\lambda_{it}x_{it}}; & x_{it}\geqslant 0\\ 0; & x_{it}<0\end{cases}$$

图像如图 3、4 所示.

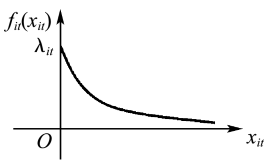

图 3　指数分布的概率密度

Fig. 3　Probability density for exponential distribution

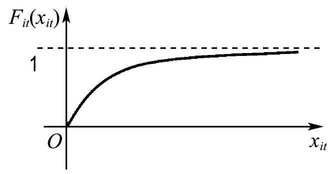

图 4　指数分布的分布函数

Fig. 4　Distribution function for exponential distribution

由式(10)有

$$s_i^{b2}\lambda_{it}e^{-\lambda_{it}Q_{it}^*}-b_i(1-e^{-\lambda_{it}Q_{it}^*})+h_i=0 \quad (21)$$

从而有

$$Q_{it}^*=(1/\lambda_{it})\ln((\lambda_{it}s_i^{b2}+b_i)/(h_i+b_i));\quad \forall\, i\in U_N, t\in U_T \quad (22)$$

由式(11) 有

$$p_i+\theta_i^b+\theta_i^s-c_i-b_i-h_i-(p_i+\theta_i^b+\theta_i^s-b_i-d_{it}^s)(1-e^{-\lambda_{it}Q_{it}^*})=0 \tag{23}$$

从而有

$$k_{it}^*=(1/\lambda_{it})\ln((p_i+\theta_i^s+\theta_i^b-b_i-d_{it}^s)/(c_i+h_i-d_{it}^s));\forall\, i\in U_N,t\in U_T \tag{24}$$

相应的数值计算结果见表 2.

表 2　需求量服从指数分布时的计算结果

Tab. 2　Computational solutions for exponential distribution demand

$1/\lambda_{11}$	$1/\lambda_{12}$	$1/\lambda_{13}$	$1/\lambda_{14}$	$1/\lambda_{21}$	$1/\lambda_{22}$	$1/\lambda_{23}$	$1/\lambda_{24}$
2 000	2 500	3 000	4 000	2 000	2 500	3 000	4 000
Q_{11}^*	Q_{12}^*	Q_{13}^*	Q_{14}^*	Q_{21}^*	Q_{22}^*	Q_{23}^*	Q_{24}^*
2 564.6	2 763.1	3 312.5	4 411.1	2 564.6	2 763.1	3 312.5	4 411.1
k_{11}^*	k_{12}^*	k_{13}^*	k_{14}^*	k_{21}^*	k_{22}^*	k_{23}^*	k_{24}^*
3 151.1	3 939.8	4 726.6	6 302.1	3 743.6	4 679.5	5 615.4	7 487.2

3.3　正态分布

令

$$f_{it}(x_{it})=\begin{cases}(1/\sigma\sqrt{2\pi})e^{-(x_{it}-\mu)^2/(2\sigma^2)}; & x_{it}>0\\ 0; & x_{it}\leqslant 0\end{cases}$$

则

$$F_{it}(x_{it})=\begin{cases}(1/\sigma\sqrt{2\pi})\int_0^{x_{it}}e^{-(\tau_{it}-\mu)^2/(2\sigma^2)}\mathrm{d}\tau_{it}; & x_{it}>0\\ 0; & x_{it}\leqslant 0\end{cases}$$

图像如图 5、6 所示.

由式(10)有

$$s_i^{b2}e^{-(Q_{it}^*-\mu)^2/(2\sigma^2)}-b_i\int_0^{Q_{it}^*}e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}\mathrm{d}x+h_i\sigma\sqrt{2\pi}=0;\ \forall\, i\in U_N,t\in U_T \tag{25}$$

由此式,借助标准正态分布函数数值表,利用一维搜索算法可求得 Q_{it}^*.

由式(11)有

$$p_i+\theta_i^b+\theta_i^s-c_i-b_i-h_i-(p_i+\theta_i^b+\theta_i^s-b_i-d_{it}^s)(1/\sigma\sqrt{2\pi})\int_0^{k_{it}^*}e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}\mathrm{d}x=0 \tag{26}$$

从而有

$$k_{it}^*=\mu+\sigma\Phi^{-1}((p_i+\theta_i^s+\theta_i^b-c_i-b_i-h_i)/(p_i+\theta_i^s+\theta_i^b-b_i-d_{it}^s));\ \forall\, i\in U_N,t\in U_T \tag{27}$$

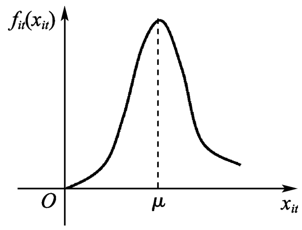

图 5　正态分布的概率密度

Fig. 5　Probability density for normal distribution

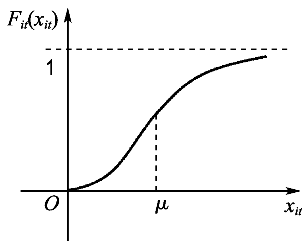

图 6　正态分布的分布函数

Fig. 6　Distribution function of normal distribution

相应的数值计算结果见表 3.

表 3　需求量服从正态分布时的计算结果

Tab. 3　Computational solutions for normal distribution demand

(μ_{11},σ_{11})	(μ_{12},σ_{12})	(μ_{13},σ_{13})	(μ_{14},σ_{14})	(μ_{21},σ_{21})	(μ_{22},σ_{22})	(μ_{23},σ_{23})	(μ_{24},σ_{24})
(1 000,10)	(1 000,20)	(1 000,30)	(2 000,20)	(2 000,30)	(2 000,60)	(3 000,40)	(3 000,50)
Q_{11}^*	Q_{12}^*	Q_{13}^*	Q_{14}^*	Q_{21}^*	Q_{22}^*	Q_{23}^*	Q_{24}^*
1 004	1 008	1 017	2 010	2 023	2 044	3 011	3 027
k_{11}^*	k_{12}^*	k_{13}^*	k_{14}^*	k_{21}^*	k_{22}^*	k_{23}^*	k_{24}^*
1 008.2	1 016.3	1 024.5	2 016.3	2 036	2 072	3 048	3 060

4　结　语

本文基于基本库存策略,研究了一个分销中心和多个零售商组成的二级分销系统的协同库存和订货问题,建立了使分销系统期望总成本最大化的数学模型,分析了模型解的存在性和惟一性,给出了相应的求解方法.并对需求量服从均匀分布、指

数分布、正态分布的3种情况做了具体分析，进一步说明模型最优解的存在性和惟一性及求解方法的有效性.本文所研究的问题具有广泛的代表性，特别地，当所经营的产品为非短生命周期的产品甚至为耐用品时，经过适当的技术处理仍可用本文的模型来求解并依此决策.因此，本文所做工作能为分销系统的采购、库存决策及供应链管理提供借鉴.另外，作者认为，如果将问题扩展到考虑提前期的变化、与生产和运输相结合等，问题将更具挑战性，也会更有意义，这也是本研究下一步要做的工作.

参考文献：

[1] GOYAL S K. An integrated inventory model for a single supplier-single customer problem [J]. **International Journal of Production Research**, 1976, **15**(1): 107-111

[2] MONAHAN J P. A quantity discount pricing model to increase vendor profits [J]. **Management Science**, 1984, **30**(6): 720-726

[3] LAL R, RICHARD S. An approach for developing an optimal discount policy [J]. **Management Science**, 1984, **30**(12): 1524-1539

[4] LEE H L, ROSENBLATT M J. A generalized quantity discount pricing model to increase supplier's profits [J]. **Management Science**, 1986, **32** (9): 1177-1185

[5] KOHLI R, PARK H. A cooperative game theory model of quantity discounts [J]. **Management Science**, 1989, **35** (6): 693-707

[6] KOHLI R, PARK H. Coordinating buyer-seller transactions across multiple products [J]. **Management Science**, 1994, **40** (9): 1145-1150

[7] CHEN Fang-ruo. Effectiveness of (R,Q) policies in one-warehouse multi-retailer systems with deterministic demand and backlogging [J]. **Naval Research Logistic**, 2000, **47**: 422-439

[8] CHUNG Chia-shin, FLYNN J, STALINSKI P. A single-period inventory placement problem for a serial supply chain [J]. **Naval Research Logistic**, 2001, **48**(6): 506-517

[9] LEE Y H, KIM S H. Production-distribution planning in supply chain considering capacity constraints [J]. **Computers and Industrial Engineering**, 2002, **43**(1-2): 169-190

[10] THOMAS D J, HACKMAN S T. A committed delivery strategy with fixed frequency and quantity [J]. **European Journal of Operational Research**, 2003, **148**(2): 363-373

Research on coordinated inventory policy in distribution system with stochastic demand

HU Jian-guo*[1,2], FENG En-min[1], GUO Hua[3]

(1. Department of Applied Mathematics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. School of Economics and Management, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410076, China;
3. School of Humanities and Law, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410076, China)

Abstract: Inventory study in distribution system is a very important aspect of logistics and supply chain management theory research, and adoption of some policies may influence the cost and income of whole supply chain. Some issues on the coordinated inventory and ordering policies in two-level distribution system with stochastic demand composing of a single distribution center and multi-retailer are discussed, in which distribution center takes base-stock policy and deals in multiple products. By taking coordinated policies on some issues, such as supplement of inventory, treatment of out-of-stock and relationship among members of distribution system, a mathematical model to maximize total expected system profit is developed. Based on the analysis of the existence of solutions of the model, corresponding solution methods are explored. Also, three demand cases such as uniform distribution, exponential distribution and normal distribution are detailedly analyzed and demonstrated in solution of models.

Key words: supply chain management; distribution system; stochastic demand; coordinated inventory policy; mathematical model