

基于相位差谱的多点激励人工波数值生成算法研究

李建波^{*1,2}, 陈健云^{1,2}, 高冲²

(1. 大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024;

2. 大连理工大学 工程抗震研究所, 辽宁 大连 116024)

摘要: 在三角级数时域合成与快速离散傅里叶变换频域调整算法的基础上, 实现基于对数正态分布相位差谱的单点激励人工波的数值生成, 着重分析了目标反应谱的迭代拟合技术. 结合相关建筑标准中所列地震波, 给出了四类场地土的相位差谱统计特征, 以利于工程采用. 并以描述频谱幅值衰减关系的相干函数与以相位表征的行波效应为条件, 实现多点激励地震波的数值生成. 同时考虑幅值与相位两因素, 保证了多点激励地震波在相邻两近点处的地震位移曲线的一致性合理条件.

关键词: 人工波; 相位差谱; 多点激励; 相干函数; 行波效应

中图分类号: TU311 **文献标志码:** A

0 引言

受行波效应及局部场地对波动的衰减作用等影响, 大跨径结构各支承点处输入的地震波是各不相同的, 采用一致性地震波输入将与实际情况产生明显出入, 有必要进行结构的多点激励响应分析^[1]. 而有限的地震台阵实际记录不可能满足多点输入抗震计算的数量要求, 也难以适应场地条件复杂多变的情况. 因而, 反映地震动的空间与时间变异性, 在单点激励造波方法的基础上, 开展深入的多点人工波数值生成技术及相关输入模式研究, 日益成为工程界的关注热点^[1~4].

已有研究表明, 强地震动记录是一明显的非平稳时程过程, 不仅体现在各谐波分量的幅值强度分布上, 而且体现在各谐波分量对应相位的非平稳分布上^[5~9]. 目前采用的传统造波方式, 偏向于重视以拟合目标反应谱为目的的强度非平稳性, 而各谐波分量的相位角仅简单赋以相互独立的 $[0, 2\pi]$ 内的均匀分布随机量, 使得谐波分量相位的非平稳特征极大地弱化. Ohsaki 在分析地震动谐波分量相位角的统计特征时, 提出了相位差的概念^[5]. 研究也发现, 以实际地震记录的反应谱

与相位差谱同为控制量, 较相位角传统均匀分布方式, 可生成与实际记录更为相似的同族地震动波形, 谐波强度与相位的非平稳分布特征也更为明确^[6,7,9].

据此, 本文在阐述基于相位差谱人工波生成技术的基础上, 重在面向工程应用, 着重分析控制参数选取及目标反应谱的拟合技术; 继而, 探讨扩展到多点激励人工波的合成方法, 着重在保证两近点地震位移曲线吻合的条件下, 体现频谱幅值衰减与行波效应等特点.

1 基于相位差谱的人工波合成技术

对于持时 T_i 的拟生成人工地震波, 若取时间步长为 Δt , 则采集样点个数约为 $N = T_i/\Delta t + 1$. 为便于谱线分析, 通常取 N 为偶数.

$$x(t) = \sum_{k=0}^{N/2} a_k \cos(\omega_k t - \varphi_k) \quad (1)$$

上式为波动拟合的三角级数形式, 共涉及 $N/2+1$ 根谱线(编号为 0 至 $N/2$), 频率值与傅里叶级数的前 $N/2+1$ 根谱线相同. 可见, 三角级数形式相当于时程曲线的频域单边展开; 而傅里叶级数方式则为双边展开. a_k 为角频率 ω_k 对应的三角级数

谱线幅值,具体计算可参考文献[6]; φ_k 为满足指定相位差谱的相角。

从式(1)不难看出,基于相位差谱的人工波生成过程主要分4步^[6]:(1)根据持时与步长确定离散谐波谱线的数量与频率值;(2)根据目标反应谱与频谱幅值间的近似关系,确定各谱线幅值的初始值,根据相位差谱的统计特征,随机生成各谱线对应的相位角;(3)按三角级数或傅里叶级数形式,合成人工波时程信息,再计算对应的拟合反应谱;(4)根据拟合反应谱与目标反应谱之间的差别,修正各谱线频谱幅值,回至第(3)步重新合成时程曲线,直至拟合反应谱与目标反应谱在精度控制各频率点处小于容差。可见,重点之处是基于相位差谱的谐波相位角的数字调制,以及拟合反应谱向目标反应谱逼近的数值迭代技术等。

1.1 相位角的数字调制

根据蒙特卡罗法,在正态分布随机数的基础上可生成对数正态分布的随机量。而对数正态分布的均值 λ 和根方差 κ 与相应正态分布的均值 μ 和根方差 σ 之间满足下述关系:

$$\mu = \ln \lambda - \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{\kappa^2}{\lambda^2} \right) \quad (2a)$$

$$\sigma = \sqrt{\ln \left(1 + \frac{\kappa^2}{\lambda^2} \right)} \quad (2b)$$

于是,以 μ 和 σ 为统计学控制参数,产生正态分布随机数列 c_k ,再利用 $\Delta\varphi(\omega_k) = e^{c_k}$ 转换成对数正态分布的随机相位差谱值。进而,取随机初始相位角 $\varphi(0)$,便可产生一组所需相位角数列 $\varphi(\omega_k)$ 。

1.2 拟合反应谱向目标反应谱逼近的数值迭代过程

参考文献[7]的做法,以反应谱的相对误差为依据,进行频谱的比例缩放迭代调整是通常采用的主要途径。另外,为加速计算效率,通常基于快速离散傅里叶变换来实现该迭代过程中的谱值分解与时程合成,或者由少量控制点处的比例系数内插获得各谱线对应的调整值。以第 i 迭代步中的 ω_k 谱线幅值修正为例:

$$|F(\omega_k)|_{i+1} = |F(\omega_k)|_i \frac{S_a^T(\omega_k)}{S_a(\omega_k)} \quad (3)$$

此外,为克服随机数的盲目性,可在式(1)的基础上增加强度包络线,以控制生成的时程曲线更具通常地震激励波动的轮廓特征:

$$x(t) = f(t) \cdot \sum_{k=0}^{n/2} a_k \cos(\omega_k t + \varphi_k) \quad (4)$$

其中 $f(t)$ 为强度包络函数,形式多样,文献中多有介绍,不再详述。

面向工程实用,人工波合成实践,就目标反应谱逼近迭代中影响效率与精度的各关键因素作一简要分析:

(1)三角函数频谱求解与离散快速傅里叶频谱求解

三角函数适于进行任意周期点的频谱求解,而离散快速傅里叶变换则需要构造2的 k 次方个样点,往往需要在原有时程上添加0值尾线。随着持时延长,谐波谱线的数量也相应增加。

(2)收敛精度判据选择

若全部将 $N/2+1$ 根谱线作为最终的精度收敛判据,则实践经验表明,受谱线之间相干性的影响,计算精度及收敛效率是值得怀疑的。通常做法是,仅于目标反应谱主要频带内非等间距选取少量频率点(如10~20个点),用做拟合反应谱与目标反应谱之间的精度收敛判据。显然,精度控制点越多,理论上最终的拟合反应谱与目标反应谱的拟合程度越好,如图3所示,但收敛难度也会越大。即使最为严格的核电站抗震规范^[10],也至多推荐70余个精度控制点。而在精度判断控制量的选择上,可以取各谱线反应谱之和与峰值段控制点处反应谱单值的绝对或相对误差为补充依据,如统一取误差小于4%。

(3)较长周期尾段的目标谱幅值设定

一般来说,目标反应谱沿周期轴可由上升、下降及尾段构成。水工结构抗震中,上升及下降段的主要部分多集中于1s以下较高频区段。而通过谱线幅值调整来达到,反应谱拟合的目的,谱线间的相干性是不容忽视的。换句话说,即使不考虑较长周期处的谐波分量,由于高频短周期谐波分量的贡献,长周期反应谱值也不会过小。按水工抗震规范的造波实践中也发现,较长周期尾段内的反应谱值接近于一条非0水平线,如30s持时地震波可能在3s周期点之后。当然该起始周期受持时、高频区段内的反应谱特征影响明显。但也说明,较长周期尾段的目标谱值不宜过度取小,否则难以收敛。另外,该尾段的目标反应谱幅值已经相对很低,拟合反应谱略有偏差则相对误差将很大,波动也很大,掩盖了峰值段的精度水平。

(4)两段式迭代调整技术

在第(3)部分分析的基础上,建议采用两段式迭代技术。首先,少量迭代步后判定尾水平段的起

始周期. 进而, 在此后的迭代过程中, 只关心该起始周期之前的较高频段内的控制点精度, 如此可加快收敛效率, 获得相对更好的峰值段拟合精度.

(5) 基于放大系数反应谱或绝对加速度反应谱的人工波合成

由于能同时符合设计加速度值与目标反应谱两个条件, 基于放大系数进行反应谱精度分析具有更广阔的应用前景. 但需要注意的是, 每步迭代中拟合的人工波峰值均会有所变化, 因而若拟合反应谱以放大系数表征时, 基准加速度峰值在不断变化, 增加了迭代调整难度.

2 基于相位差谱的多点激励人工波数值生成算法

传统多点人工波生成模式往往片面强调频谱幅值间的相干关系, 而忽略各点处的相位角关系, 容易造成相近两位置点处的地震波位移时程相差过大, 与实际情况矛盾. 本章在基于相位差谱合成单点人工波的基础上, 同时考虑传播路径上, 各谐波分量在幅值与相位角上的演化关系, 以合成相对更为合理的多点人工波.

2.1 谱线幅值衰减的相干函数

相干函数表达了地震波在传播路径上不同距离两点频谱间的相互关系. 相干函数模型的类别很多, 如 LSST 台阵相干函数模型、屈铁军相干函数模型、Loh-Yeh 相干函数模型、冯启民-胡聿贤相干函数模型、Harichandran-Vanmarcke 相干函数模型、Oliveira-Hao-Penzien 相干函数模型等^[1~4, 11]. 虽然参数受适用场地的不同而变化很大, 但从表征的物理意义来看, 相干函数的模值均是反映对应传播距离 d 、谐波分量 ω_k 幅值的衰减程度.

文中采用描述百米级区域效果较好的屈铁军-王君杰-王前信 (QWW) 相干函数模型^[11], 具体表达式如下:

$$\rho(\omega_k, d) = \exp[-a(\omega_k) \cdot d^{b(\omega_k)}] \quad (5)$$

其中 $a(\omega_k) = a_1\omega_k^2 + a_2$, $b(\omega_k) = b_1\omega_k^2 + b_2$.

2.2 以相位角相对关系表征的行波效应

表征传播路径上点与点之间的相位角关系, 行波效应应用相干函数的相位 $\varphi(\omega, d)$ 来表达. 若假定场地内各频率波动的传播速度相同, 则

$$\varphi(\omega_k, d) = \omega_k d / v_a \quad (6)$$

其中 v_a 是视波速. 暂取各谐波分量相同.

2.3 多点激励人工波的数值合成

基于相位差谱的单点人工波合成技术, 考虑衰减的相干函数和相位角表征的行波效应, 可获得传播距离为 d 的位置点处人工波拟合公式:

$$x(d, t) = \sum_{k=0}^{n/2} \rho(\omega_k, d) a_k \cos[\omega_k t + \varphi_k - \varphi(\omega_k, d)] \quad (7)$$

其中 a_k 和 φ_k 分别为基于相位差谱最终拟合的单点人工波的 ω_k 谐波幅值与相位角. 不难看出, 当 d 趋近于 0 时, $\rho(\omega_k, d)$ 和 $\varphi(\omega_k, d)$ 均收敛于 0, 保证了相近两点间地震波形的收敛性. 式(7)也利于采用不同形式的相干函数, 模拟出不同场地条件下满足要求的多点人工波.

3 算例分析

为便于工程应用, 本章给出了基于相位差谱人工波合成中主要参数的取值建议; 并以多点激励人工波的生成算例验证本文方法的合理性.

3.1 典型场地条件下相位差谱的统计特征

赵凤新通过对美国西部近百条基岩上的地震记录相位差谱进行分析, 得到了适用于岩石场地的地震动相位差谱统计规律^[9]. 进而, 本文对《建筑工程抗震性态设计通则》^[12] 推荐用于 I、II、III、IV 类场地地震波的主要频谱成分进行了统计归类分析, 给出了适于几类场地条件的对数正态分布相位差谱均值 λ 与根方差 κ 的取值参考.

3.2 多点激励人工波数值算法应用

首先, 针对绝对加速度目标反应谱, 在表 1 的 I 类场地土中选取相位差谱统计值 $\lambda = 2.132$, $\kappa = 1.537$ 来合成单点人工波. 据此, 随机生成的各谐波分量所对应的相位角分布见图 1, 可见具有明显的非平稳性. 而从图 1 对应相位差分布的统计特征图 2 来看, 相位差明确满足对数正态分布的厚尾性.

取时间步长为 0.02 s, 总时长为 20 s, 与目标反应谱的总体拟合精度控制在相对误差 0.05 以下. 简化起见, 在目标反应谱的拐点 (0.1 s 和 0.4 s) 以及上升段、峰值段、下降段等周期区段内不等分取 12 个周期点作为精度控制点. 不考虑强度包络线, 最终合成单点人工波如图 3 所示. 对比起见, 图 4 以所有的谐波谱线对应的反应谱给出了最终拟合人工波对应的拟合反应谱. 不难看出, 虽然在 12 个精度控制点处满足误差要求, 但若精度控制点周期间隔过大, 相邻精度控制点间的谱线

表 1 不同场地条件下地震动相位差谱统计特征

Tab. 1 Statistical characteristic of phase difference spectrum for various conditions of sites

场地类别	用于短周期机构输入(0~0.5 s)			用于中周期机构输入(0.5~1.5 s)			用于长周期机构输入(1.5~5.5 s)		
	地震波	λ	κ	地震波	λ	κ	地震波	λ	κ
I	F1	2.479	2.404	F1	2.479	2.404	F1	2.479	2.404
	F2	2.132	1.537	F2	2.132	1.537	F2	2.132	1.537
	N1	2.894	13.441	N1	2.894	13.441	N1	2.894	13.441
II	F3	1.943	3.223	F4	3.203	8.767	F4	3.203	8.767
	F4	3.203	8.767	F5	3.315	5.163	F5	3.315	5.163
	N2	1.372	0.926	N2	1.372	0.926	N2	1.372	0.926
III	F6	1.715	3.283	F7	1.687	2.384	F7	1.687	2.384
	F7	1.687	2.384	F12	1.378	2.689	F5	3.315	5.163
	N3	1.386	1.278	N3	1.386	1.278	N3	1.386	1.278
IV	F8	1.335	1.822	F8	1.335	1.822	F8	1.335	1.822
	F9	1.605	1.996	F10	3.434	4.220	F11	1.594	0.872
	N4	3.514	2.244	N4	3.514	2.244	N4	3.514	2.244

注：表中编号地震波参见《建筑工程抗震性态设计通则》附录 E3 算例分析

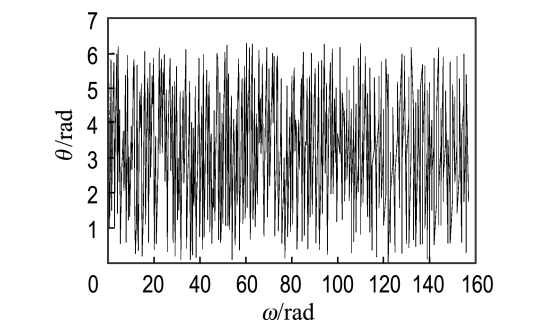


图 1 对数正态分布相位差谱的随机相位角
Fig. 1 Random phase angles based on the phase difference spectrum under log-normal distribution

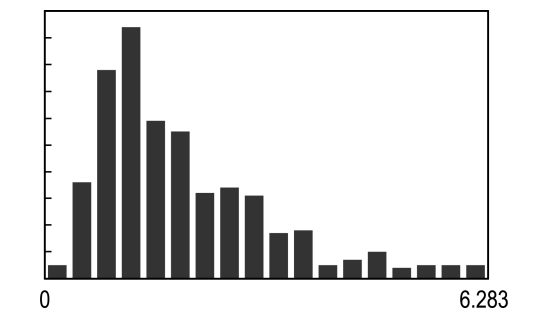


图 2 相位差角分布柱状图
Fig. 2 Distribution of phase difference angle

对应反应谱的误差还是相对较大的,即最终的拟合反应谱不能简单以控制点的反应谱直线相连获得.进而,以图 3 所示生成的单点人工波为基地地震波,取视波速为 200 m/s,相干函数模型选取屈铁军-王君杰-王前信(QWW)模型^[11](选取参数

$a_1 = 0.000\ 016\ 78$, $a_2 = 0.001\ 219$, $b_1 = -0.005\ 500$, $b_2 = 0.767\ 4$),按式(7)分别生成距离基点 1 m 和 200 m 处的人工波,如图 5、6 所示.显然,图 5 所示 1 m 处人工波与图 3 所示基点处人工波相差无几,而图 6 所示 200 m 处人工波则有较大改变,且加速度峰值衰减许多.

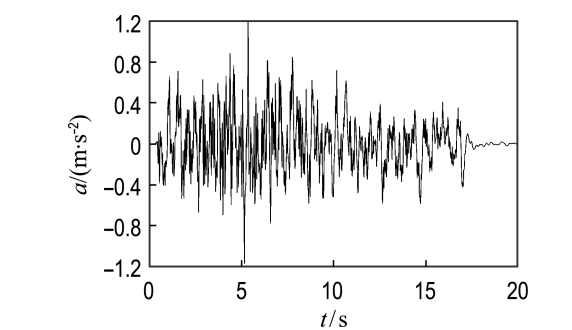


图 3 单点激励人工波
Fig. 3 Artificial seismic wave for single-point excitation

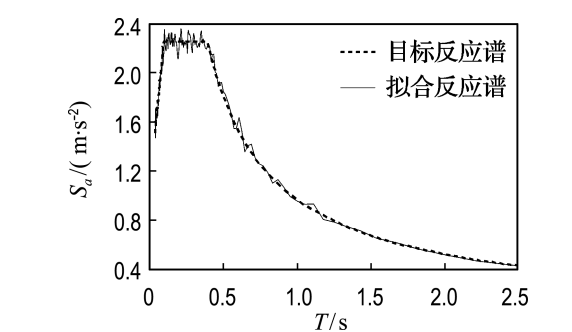


图 4 目标反应谱拟合图
Fig. 4 Compatibility to the aim response spectrum

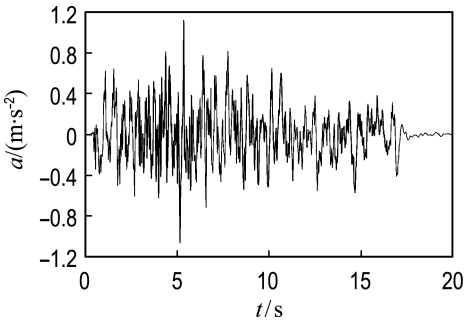


图 5 距离基点 1 m 处的人工波
Fig. 5 Artificial seismic wave at 1 m away from the base point

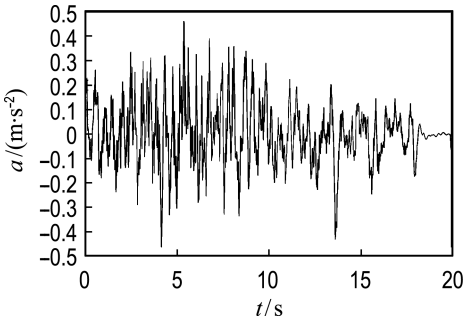


图 6 距离基点 200 m 处的人工波
Fig. 6 Artificial seismic wave at 200 m away from the base point

在文献[13、14]的地震波加速度时程积分算法的基础上,图 7 和 8 给出了地震波位移时程的对比。从图中可以发现,距离很近的两个点的位移波时程几乎重合,而相距较远的地震位移时程峰值有所衰减,与实际情况相符,验证了本文多点激励人工波数值合成算法的合理性。

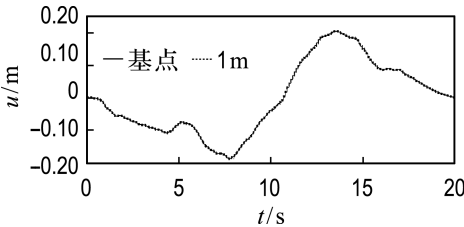


图 7 地震波位移时程比较
Fig. 7 Comparison between seismic displacement curves

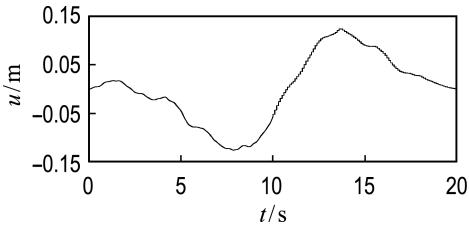


图 8 距离基点 200 m 处的地震位移时程
Fig. 8 Seismic displacement curve at 200 m away from the base point

4 结 语

为使人工波具备明确的频率和强度非平稳特性,本文讨论了基于相位差谱的人工波合成技术关键环节,及拟合反应谱向目标反应谱的迭代拟合过程分析,给出了适于四类场地土人工波合成的相位差谱统计特征等参数。

进而,以描述频谱幅值谱衰减关系的相干效应与以相位表征的行波效应为条件,将单点波生成技术扩展为多点激励地震波的数值生成算法。其中,同时考虑幅值与相位两因素,保证了多点激励地震波在相邻两近点处的地震位移曲线的一致性合理条件。

据此,结合作者提出的加速度非漂移数值积分算法^[14],可与人工波合成程序形成有机整体,获得既符合目标反应谱又满足积分关系的地震加速度、速度与位移时程曲线,更便于开展结构的多点激励地震动响应分析。

参考文献:

[1] 林 伟. 大跨度空间结构多维多点非平稳随机地震反应分析[D]. 天津:天津大学, 2005
[2] 夏友柏, 王年桥, 张尚银. 一种合成多点地震动时程的方法[J]. 世界地震工程, 2002, 18(1):119-122
[3] 刘先明, 叶继红, 李爱群. 空间相关多点地震动合成的简化方法[J]. 工程抗震, 2003(1):30-36
[4] 董汝博, 周 晶, 冯 新. 一种考虑局部场地收敛性的多点地震动合成方法[J]. 振动与冲击, 2007, 26(4):5-9

[5] OHSAKI Y. On the significance of phase content in earthquake ground motions [J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 1979, **7**(5): 427-439

[6] 杨庆山,姜海鹏,陈英俊. 基于相位差谱的时-频非平稳人造地震动的生成[J]. 地震工程与工程振动, 2001, **21**(3):10-16

[7] 杨庆山,姜海鹏. 基于相位差谱的时-频非平稳人造地震动的反应谱拟合[J]. 地震工程与工程振动, 2002, **22**(1):32-38

[8] 胡聿贤,何训. 考虑相位谱的人造地震动反应谱拟合[J]. 地震工程与工程振动, 1986, **6**(2):37-51

[9] 赵凤新. 时程的相位差特性与设计地震动合成[D]. 北京:中国地震局地球物理研究所, 1992

[10] 国家地震局. GB 50267—97 核电厂抗震设计规范[S]. 北京:中华人民共和国建设部, 1997

[11] 屈铁军,王君杰,王前信. 空间变化的地震动功率谱的实用模型[J]. 地震学报, 1996, **18**(1):55-62

[12] 中国地震局工程力学研究所. CECS160:2004 建筑工程抗震性态设计通则(试用)[S]. 北京:中国计划出版社, 2004

[13] TRUJILLO D M. A new approach to the integration of accelerometer data [J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamic**, 1982, **10**:529-535

[14] 李建波,陈健云,林皋. 相互作用分析中地震动输入长周期校正研究[J]. 大连理工大学学报, 2004, **44**(4):550-555

(LI Jian-bo, CHEN Jian-yun, LIN Gao. Study of long-period correction of seismic accelerogram for dynamic interaction analysis [J]. **Journal of Dalian University of Technology**, 2004, **44**(4):550-555)

Research on numerical generation algorithms of multi-support excitation artificial seismic waves based on phase difference spectrum

LI Jian-bo^{*1,2}, CHEN Jian-yun^{1,2}, GAO Chong²

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. Earthquake Engineering Research Division, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: According to the phase difference spectrum under log-normal distribution, artificial seismic wave for single-support excitation is firstly numerically generated by utilizing the synthesis technique of time-domain trigonometric series and frequency-domain DFFT, for which the iterative procedure is discussed in detail to make the fitting response spectrum consistent with the aim response spectrum. To meet the needs in engineering practice, statistical characteristics of phase difference spectrum are presented for four various ground conditions by analyzing the seismic waves listed in the related construction criterion for earthquake engineering. Furthermore, under the conditions of both coherence function in amplitude spectrum and traveling wave effect in phase spectrum, an advanced numerical generation method for the artificial seismic waves for multi-support excitation is proposed by expanding the single-point excitation wave. Surely, it can be numerically ensured for the displacement convergence among those near sites along the seismic propagating way by considering both the two effects of amplitude and phase.

Key words: artificial seismic wave; phase difference spectrum; multi-support excitation; coherence function; traveling wave effect