

# 多规格一维下料问题基于满意度模拟退火算法

郑晓军<sup>1</sup>, 杨光辉<sup>2</sup>, 滕弘飞<sup>\*1,2</sup>

(1. 大连理工大学 计算机科学与工程系, 辽宁 大连 116024;

2. 大连理工大学 机械工程学院, 辽宁 大连 116024)

**摘要:** 为了对较大规模的一维下料问题更有效地进行计算, 根据坯料的长度和数量将多规格一维下料问题分类为普通下料和批量下料, 分别进行求解. 对于普通下料问题, 将满意度原理引入模拟退火算法, 给出了一种基于满意度的模拟退火算法(SDSA)进行求解; 对于批量下料问题, 由于各坯料的数量较多, 采用该算法与序列启发方法相结合的混合算法(SHP&SDSA)进行求解, 以进一步提高算法的搜索性能. 对普通下料和批量下料的数值仿真结果表明, 该算法可提高求解速度和质量, 并可获得稳定的工程满意解.

**关键词:** 模拟退火; 满意度; 一维下料; 批量下料

**中图分类号:** TP391.72 **文献标志码:** A

## 0 引言

在工程实际中经常会遇到型材切割、木材加工等一维下料问题, 即从某一长度的原材料中, 切割出各种不同种类长度的坯料, 要求切割过程中最大限度地节约原材料, 提高原材料的利用率. 一维下料问题与背包问题有相同的计算复杂度, 同属 NP-hard 问题, 当问题规模较大时, 很难求得全局最优解, 通常使用近似算法求解, 使得能够在合理时间内得到所需要的工程满意解或优化解<sup>[1]</sup>.

目前下料问题的求解方法主要是各种近似算法和智能计算方法. 近似算法主要有线性规划、动态规划、NF(next fit)、BF(best fit)<sup>[2]</sup>、序列启发方法<sup>[3,4]</sup>. 但近似算法的求解结果与坯料的种类和数量有较大关系, 在所需坯料的数量较大、种类较多的情况下, 很难得到理想的下料方案, 因而很多学者研究采用智能计算方法来求解此类问题. 常用的智能计算方法有遗传算法<sup>[5,6]</sup>、禁忌搜索算法<sup>[7]</sup>、进化策略<sup>[8]</sup>、模拟退火算法<sup>[9]</sup>等. 智能算法的优点是具有通用性、鲁棒性和全局收敛能力, 但也存在早熟、运行时间长、收敛速度慢等缺点<sup>[10]</sup>.

满意度原理是 1947 年由诺贝尔奖获得者 Simon

在经济组织的决策研究中提出的“令人满意准则”, 即用“令人满意解”代替传统意义的最优解<sup>[11]</sup>.

本文根据坯料的数量和种类将下料问题分为普通下料和批量下料两类. 对于前者, 给出一种基于满意度的模拟退火算法(SDSA)进行求解; 对于后者, 由于每种坯料的数量很多, 采用 SDSA 与序列启发方法(SHP)<sup>[12]</sup>相结合的混合算法(SHP&SDSA)进行求解.

## 1 问题描述

多规格一维下料问题描述如下: 已知  $M$  种规格原材料的长度分别为  $L_q (q = 1, 2, \dots, M)$ , 数量不限, 现有  $m$  种待切割的坯料, 其长度和需求数量分别为  $l_j$  和  $n_j (j = 1, 2, \dots, m)$ . 确定最优下料方案, 使所需要原材料浪费最少(原材料利用率最高), 且末根原材料(即余料最长的一根原材料)的余料最长<sup>[13]</sup>(以便下次下料时继续使用). 其数学模型为

$$\begin{aligned} & \text{目标函数:} \\ \min \quad & F = \sum_{i=1}^N t_i - t_{\max} \\ \text{s. t.} \quad & L_{(i)} \in L_q \\ & (i = 1, 2, \dots, N; q = 1, 2, \dots, M) \end{aligned} \quad (1)$$

$$t_i = L_{(i)} - \sum_{j=1}^m l_j a_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

$$n_j = \sum_{i=1}^N a_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$

$$t_{\max} = \max\{t_i \mid i = 1, 2, \dots, N\}$$

其中  $N$  为原材料的使用数量,  $L_{(i)}$  为下料结果中第  $i$  根原材料的长度,  $a_{ij}$  为第  $i$  根原材料上第  $j$  件坯料的数量,  $t_i$  为第  $i$  根原材料的余料,  $t_{\max}$  为所有原材料上余料的最大值。

式(1)综合考虑了所需原材料浪费最少和末根原材料的余料最长。

**定义 1** 下料方式: 在某一根原材料上的所有坯料的组合称为该原材料的下料方式。例如第  $i$  根原材料的下料方式  $p_i$  描述为  $P_i = (a_{i1}, \dots, a_{ij}, \dots, a_{im})$ 。所有  $N$  根原材料的下料方式组成了一维下料问题的下料方案, 描述为  $S = (P_1, \dots, P_i, \dots, P_N)$ 。设两根原材料 A 和 B 的下料方式分别为  $p_A$  和  $p_B$ , 当  $a_{Aj} = a_{Bj} (j = 1, \dots, m)$ , 则称 A 和 B 具有相同的下料方式。下料方案中所包含的不同下料方式的个数称为下料方式数。而下料方案中同一种下料方式出现的次数称为该下料方式的重复下料次数<sup>[14]</sup>。

对于考虑切缝宽度的下料问题, 通过对原始数据(原材料长度  $L_q$  与坯料长度  $l_j$ ) 进行下述变换转换为无切缝问题:

$$L'_q = L_q + c; \quad q = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

$$l'_j = l_j + c; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

其中  $c$  为切缝宽度。可以看出, 这样的变换不会影响最终的计算结果。

## 2 基于满意度的模拟退火算法

模拟退火算法(simulated annealing, SA)作为一种有效的演化算法, 其显著特征是以 Metropolis 准则接受新解, 具有全局收敛性, 并且在理论上证明了算法以概率 1 收敛于全局最优解。为了使模拟退火算法在求解下料问题时克服运行时间长、收敛速度慢的缺点, 在较短的时间内收敛于工程满意解, 本文将满意度原理引入模拟退火算法, 将原材料的下料方式分为“满意”和“不满意”, 算法只对“不满意”的下料方式进行优化, 从而使得问题规模随着算法的运行逐渐减小, 加快算法的收敛。

### 2.1 下料问题的满意度

满意度一词常见于评价系统或决策系统, 指

客户或专家对系统各项指标的综合评价。在优化领域, 将满意度原理与最优化理论相结合便产生了满意优化, 其核心思想是在最优化问题中, 不刻意强调获取最优解, 而是根据具体情况寻求问题的满意解<sup>[15]</sup>。所谓满意解是指在一定的满意标准(水平)下, 如果一个解的满意度具有或超过满意水平, 则称之为此满意水平下的满意解<sup>[16]</sup>, 在工程上则称之为工程满意解。目前满意优化已经用于路径规划、生产调度等优化问题。本文引入满意度原理, 确定了影响一维下料问题求解的两种满意水平(初始满意水平和用户满意水平), 目的是提高该问题的求解效率。

**定义 2** 下料方式的满意度(Sat): 用户对下料问题中各原材料下料方式的满意程度, 其值域为  $[0, 1]$ 。

下料方式的满意度可根据用户的具体需求有不同的表达形式, 本文将下料方式的满意度定义为原材料利用率  $u$  的函数, 如式(4)所示, 其中数值为实验经验数据, 其函数曲线见图 1。

$$Sat(u) = \begin{cases} 0; & u < 0.5 \\ (u - 0.5)^2 / 0.5^2; & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

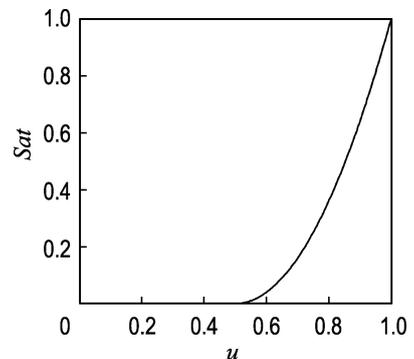


图 1 满意度曲线

Fig. 1 Satisfaction degree curve

**定义 3** 初始满意水平( $S_i$ ): 模拟退火算法初始解所对应的各原材料下料方式的满意水平。

本文对算法初始解的构造采用基于初始满意度的 NF 算法, 即利用 NF 算法对所有坯料进行下料, 并使各原材料下料方式的满意度不超过给定的初始满意水平(本文根据实验取  $S_i = 0.7$ )。这样做可提高算法在初期产生新解的可行性。

**定义 4** 用户满意水平( $S_u$ ): 用户对下料方案中各原材料下料方式的满意水平。当某一原材料下料方式的满意水平达到或超过用户满意水平时, 将该原材料标记为“满意”, 否则为“不满意”。

设优化算法运行过程中某一温度  $T_k$  时刻的下料方式及其满意度如图 2 所示. 可以看到编号为 1、2、5 的原材料下料方式的满意度均已超过用户满意水平(本文根据实验对普通下料问题取值为  $S_u = 0.99$ , 对批量下料问题取值为  $S_u = 1$ ), 则这 3 根原材料的下料方式已达到“满意”, 而编号为 3 和 4 的原材料满意度并没有达到用户满意水平, 将其标记为“不满意”.

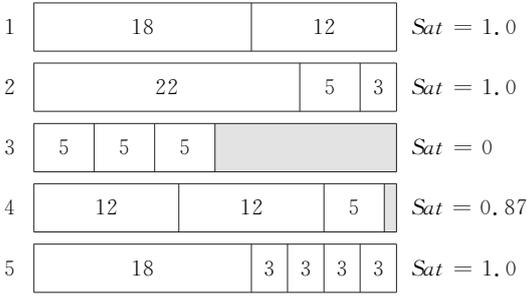


图 2 “满意”与“不满意”的排样示意图

Fig. 2 Cutting sketch of satisfaction and dissatisfaction

由图 2 可以看到, 算法执行到  $T_k$  时刻后, 编号为 1、2、5 的 3 根原材料的下料方式已不再需要优化, 而只需要对编号为 3 和 4 的两根原材料上 2 个规格的 6 个坯料进行再优化下料, 因而待优化下料的坯料数量也从 16 个减少为 6 个. 这样随着算法的运行, 问题规模逐渐减小, 从而可以使算法较快地收敛于满意解.

### 2.2 普通下料和批量下料分类

为借助序列启发方法对较大规模的下料问题更好地进行计算, 将下料问题分为普通下料和批量下料两类. 设某一下料问题  $P_{CSP}$ , 根据经验, 给出如下的分类公式:

$$P_{CSP} \in \begin{cases} \text{批量下料;} & \sum_{j=1}^m b_j \geq m/2 \\ \text{普通下料;} & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

$$b_j = \begin{cases} 1; & n_j \geq 2 \times \lfloor L_{\min}/l_j \rfloor (j = 1, \dots, m) \\ 0; & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

其中  $L_{\min}$  为  $M$  种原材料的最小长度,  $b_j$  为第  $j$  种坯料数量多少的度量.

对构建式(5)和(6)分类公式的说明: 先以单规格下料为例, 对分类的基本思想说明如下.

假设原材料长度都为 10 m, 考虑如下几个下料问题:

问题 1		问题 2		问题 3		问题 4	
坯料长度/m	数量	坯料长度/m	数量	坯料长度/m	数量	坯料长度/m	数量
2	2	2	20	2	20	2	50
3	3	3	4	3	20	3	50
4	2	4	2	4	2	4	50

对于上述 4 个下料问题, 可以直观地看到: 问题 1 是普通下料问题(因为各坯料的数量都较少), 问题 4 是批量下料问题(因为各坯料的数量都很多), 而对于问题 2 和问题 3, 其下料类型就不好确定.

下料问题的分类与原材料的长度、坯料的种类及各种坯料的需求数量都有关系, 因而本文通过两个步骤来确定下料问题的类型: ①确定每一种坯料的数量是不是很多, 如果该种坯料的数量很多, 则认为这种坯料满足了第一个条件; ②统计满足第一个条件的坯料种类有多少及它占总坯料种类的比例, 比例越高, 认为越接近于批量下料问题. 下面根据经验对上述两个步骤进行定量的分析.

**步骤 1** 对每种坯料的数量多少进行度量. 采用式(6)进行, 对于单规格下料, 式(6)将变为

$$b_j = \begin{cases} 1; & n_j \geq 2 \times \lfloor L/l_j \rfloor (j = 1, \dots, m) \\ 0; & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

如果  $b_j = 1$  说明该种坯料的数量较多, 否则较少. 对于第  $j$  种坯料, 其长度为  $l_j$ , 需求数量为  $n_j$ . 因为一个原材料  $L$  上可以切割这种坯料的数量为  $\lfloor L/l_j \rfloor$ , 考虑一种最极端的情况, 那就是在使用某种优化算法优化完后, 最优的一种下料方式正好就全是由  $l_j$  组成的下料方式, 如果  $n_j = \lfloor L/l_j \rfloor$ , 那么这种最优的下料方式只能下料一次, 用不到序列启发方法; 如果  $n_j = 2 \times \lfloor L/l_j \rfloor$ , 则这种最优下料方式可以下料两次, 这时可以使用一次序列启发方法. 本文假设, 最少能够使用一次序列启发方法(即  $n_j \geq 2 \times \lfloor L/l_j \rfloor$ ), 才认为这种坯料数量较多; 否则, 认为该坯料的数量并不多.

**步骤 2** 使用式(5)统计  $b_j$  的值, 看数量多的坯料有多少种.

式(5)中  $\sum_{j=1}^m b_j \geq m/2$  表示  $b_j = 1$  的坯料的种类之和占到总坯料种类  $m$  的一半以上时, 就可以认为该问题为批量下料问题, 否则为普通下料问题.  $\sum_{j=1}^m b_j$  是一个介于 0 和  $m$  之间的整数, 和它进

行比较的  $m/2$  是本文给出的一个经验性的值,也可以用  $m/3$ 、 $2m/3$  等其他值进行比较。

至此,就可以根据式(5)和(6)对上述问题 2 和问题 3 进行分类判定,可以计算得出问题 2 为普通下料问题,问题 3 为批量下料问题。

当问题由单规格变为多规格时,因为原材料的长度由单一的  $L$  变为了很多不同的  $L_q$  ( $q = 1, 2, \dots, M$ ),需要考虑将分类公式(7)中的  $L$  替换为  $L_{\min}$  或  $L_{\max}$  或  $L_{\text{avg}}$ ,其实用哪一个进行替换都是可以的,当使用  $L_{\max}$  替换  $L$  进行计算时,倾向于将问题归类为普通下料问题;当使用  $L_{\min}$  替换  $L$  进行计算时,倾向于将问题归类为批量下料问题,本文采用后者。

对于下料问题,采用再细分策略,有助于有的放矢地采用针对性有效启发式算法(如序列启发方法)。

### 2.3 普通下料算法

用本文 SDSA 算法直接求解,对该算法的说明如下:

(1) 编码方式. 采用变长度实数编码方法,将所有“不满意”的待下料坯料排列构成编码序列,作为下料问题的编码方式. 序列长度为未下料的坯料数量,序列中元素的值为坯料长度。

(2) 下料方案的计算. 即确定编码序列中切割点的选取,方法为选取序列中所有未下料坯料的累加长度与某根原材料所下料的余料最小时作为切割点,如图 3 所示。

坯料序列	5	4	6	3	3	4	6	6	5	7
切割点										
原材料长度	10		12			10		12		10
余料长度	1		0			0		1		3

图 3 下料方案的计算

Fig. 3 Computation of cutting solution

(3) 能量函数  $E$ . 采用规范化的目标函数作为模拟退火算法的能量函数,

$$E = F/L_{\max} \quad (8)$$

其中  $L_{\max}$  为原材料长度的最大值。

(4) 新解的产生. 对于所有未下料坯料所组成的编码序列,交换任意两个坯料的位置来产生新解。

(5) 温度控制. 根据问题的不同,模拟退火算法的温度控制策略也不尽相同,本文根据数值仿真实验取初始温度  $T_0$  为待下料坯料的总数量,终止温度  $T_c$  为  $10^{-4}$ ,温度衰减函数为

$$T_{k+1} = \alpha T_k; k = 1, 2, \dots \quad (9)$$

其中  $k$  为迭代次数; $\alpha$  为温度衰减率,本文取 0.95。

(6) 稳态的选择. 当在某一温度下,连续多次(本文根据实验选择为 50 次)最优解的能量函数值没有变化时,认为该温度下已经达到了平衡状态。

普通下料算法的具体步骤如下:

**Step 1** 初始化(对考虑切缝宽度的下料问题,按式(2)和(3)进行变换). 利用基于初始满意度的 NF 算法得到初始解  $V(0)$ . 给定初始温度  $T_0$ ,最优解  $V^* = V(0)$ ,迭代次数  $k = 0$ 。

**Step 2** 在该温度下寻找稳态:

(a) 生成新解  $V'$ , 根据式(8)计算能量函数  $E(V')$  及变化值  $\Delta E = E(V') - E(V)$ 。

(b) 若  $\Delta E < 0$ , 接受  $V'$  为下一个  $V$  值; 若  $\Delta E \geq 0$ , 按照概率  $P = \exp(-\Delta E/T)$  接受  $V'$  为下一个  $V$  值; 若  $E(V') < E(V^*)$ , 保存最优解  $V^* = V'$ 。

(c) 根据式(4)计算下料方案中各原材料下料方式的满意度,对于达到或超过用户满意水平的原材料及其坯料,标记为“满意”,否则,标记为“不满意”。

(d) 若该温度下未达到稳态,转到(a)。

**Step 3** 按照式(9)温度衰减函数降温,  $k = k + 1$ 。

**Step 4** 若温度达到最低温度  $T_c$  或所有原材料下料方式的满意度均达到用户满意水平,停止. 否则,转入 Step2。

### 2.4 批量下料算法

用 SHP&SDSA 混合算法进行求解。

对于批量下料问题,若直接采用普通下料问题的算法进行求解,问题的规模将会很大,不易求解. 因而采用基于满意度的模拟退火算法与序列启发方法<sup>[12]</sup>相结合的混合算法进行求解。

序列启发方法将待求解下料问题进行序列化求解,即每次采用一定的算法(整数规划、遗传算法、禁忌搜索等)对所有未下料的坯料进行计算,返回一种最优的下料方式,最大数量地(所有坯料的下料数量不超过其需求数量)使用该下料方式进行下料,不断重复,直到所有坯料下料完毕. 本文采用 SDSA 对所有未下料的坯料进行计算,返回满意度最高的一种下料方式。

批量下料算法的具体步骤如下:

**Step 1** 采用基于满意度的模拟退火算法对所有未下料坯料进行求解,并返回满意度最高的原材料的下料方式。

**Step 2** 在原下料问题中尽可能多地重复使用 Step1 中返回的下料方式进行下料。

**Step 3** 重新计算未下料的坯料及其数量。如果还有坯料未进行下料,转 Step1。

**Step 4** 所有上述步骤产生的下料方式组成了该下料问题的下料方案。

### 3 算例验证

本文算法通过普通下料和批量下料两类问题进行验证,并与目前具有代表性的遗传算法<sup>[17]</sup>、禁忌搜索<sup>[7]</sup>、进化策略<sup>[8]</sup>、整数线性规划和序列启发方法<sup>[3]</sup>进行对比。评价指标为原材料使用数量、余料长度、耗时。

本文算例均在主频 2.0 GHz、内存 512 MB 的 PIV 微机上运行,算法在 VC6.0 上采用 C++ 语言编程实现。

#### 3.1 普通下料问题

**算例 1** 本算例为多规格一维普通下料,数据引自文献<sup>[17]</sup>,原材料长度分别为 6、8 和 9 m,数量不限,坯料的规格及数量见表 1。本文计算的下料方案见表 2,并与文献<sup>[17]</sup>采用遗传算法求解的下料方案进行比较(见表 3)。

表 1 算例 1 坯料的规格与数量

Tab. 1 The specification and quantity of required stocks of Example 1

规格/ mm	数量/ 个	规格/ mm	数量/ 个	规格/ mm	数量/ 个	规格/ mm	数量/ 个
2 144	4	1 422	4	1 296	3	889	8
2 137	4	1 419	2	1 167	8	885	8
1 694	4	1 416	4	1 107	2	861	8
1 687	2	1 400	1	1 094	4	855	8
1 676	2	1 394	1	1 081	16	828	8
1 541	1	1 392	4	1 034	8	817	8
1 494	4	1 389	4	984	8	811	8
1 464	4	1 387	1	978	8	808	8
1 446	1	1 343	1	925	9	807	8
1 426	1	1 337	1	906	1		

表 3 对比计算结果表明,本文下料方案的余料长度比文献<sup>[17]</sup>减少了 77.56%,而从算法计算时间上可以看出,本算法的计算效率是非常高的。

值得说明的是,李培勇等在文献<sup>[6]</sup>中也研究了多规格下料问题,但缺少完整实验结果数据,因而无法作比较。

图 4 给出了上述算例中随着迭代次数  $k$  的增加,“不满意”原材料下料方式对应的坯料数量  $n_{unsat}$  的变化曲线。该图反映了 SDSA 算法随着算

法的运行,“不满意”的原材料越来越少,问题规模也逐渐减小,这样不但可以加快算法的求解速度,而且有助于提高解的质量。

表 2 SDSA 计算结果

Tab. 2 Computation results obtained by SDSA

编 号	原材料 长度/m	坯料长度/mm(数量/个)	利用 率/%	余料/ mm
1		978,855,828(5)	99.55	27
2		1 494(4)	99.60	24
3	6	2 144,1 446,1 416,978	99.73	16
4		1 394,1 167(3),1 081	99.60	24
5		889(8),885	99.96	3
6		1 167(4),1 107(2),1 094	99.70	24
7		906,885(7),861	99.53	38
8		1 464,1 094(2),1 081(4)	99.70	24
9		2 144,855(4),808(3)	99.85	12
10	8	1 034(2),984(6)	99.65	28
11		1 676,1 464(3),1 094,807	99.61	31
12		1 694,1 687,1 419,1 392,978,807	99.71	23
13		2 144,1 416,1 400,1 081,978(2)	99.96	3
14		2 137,1 694,1 419,1 081,861,808	100	0
15		2 137,1 296,978,925(2),861(2)	99.79	17
16		817(7),811(4)	99.59	37
17		828(3),817,811(3),808(3),807	99.61	35
18		925(6),861(4)	99.93	6
19		1 389,1 387,1 343,1 337,1 296(2),925	99.70	27
20		1 687,1 541,855(2),808,807(4)	99.71	26
21	9	1 694,1 081(6),807	99.86	13
22		1 416,1 392(2),1 389(2),1 034,978	99.89	10
23		1 676,1 426,1 422(2),1 034(2),984	99.98	2
24		2 137,1 422,1 392,1 081(2),1 034,811	99.53	42
25		2 144,1 422,1 389,1 167,1 034,978,855	99.88	11
26		2 137,1 694,1 416,1 081,1 034,984	92.73	654

表 3 SDSA 与文献<sup>[17]</sup>方法计算结果对比

Tab. 3 Result comparison of SDSA and Lit. [17]

方法	原材料数量/根	余料长度/mm	耗时/s
文献 <sup>[17]</sup>	28	5 157	—
SDSA	26	1 157	0.06

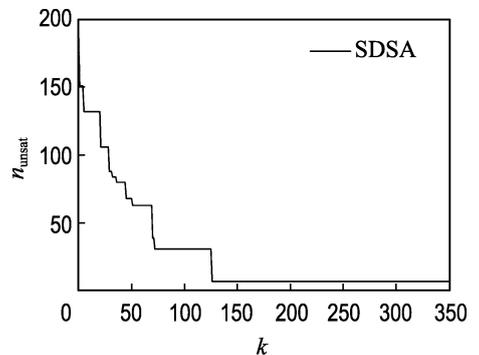


图 4 “不满意”原材料下料方式的坯料数量变化曲线

Fig. 4 The number curve of the required stocks in the dissatisfaction cutting pattern

### 3.2 批量下料问题

**算例 2** 属单规格批量下料问题,数据引自文献[3],原材料长度为 4 m,坯料的规格及数量见表 4.采用 SHP&SDSA 混合算法求解,并与常规整数线性规划法和文献[3]方法(序列启发方法与分枝定界法结合)计算结果对比,见表 5、6.

表 4 算例 2 坯料的规格与数量

Tab. 4 The specification and quantity of required stocks of Example 2

规格/ mm	数量/ 个	规格/ mm	数量/ 个	规格/ mm	数量/ 个
463	100	324	200	182	200
405	200	256	200		

表 5 SHP&SDSA 计算结果

Tab. 5 Computation results by SHP&SDSA

编号	坯料长度/mm(数量/个)	利用率/%
1~50	463(2)、405(4)、324(2)、256(1)、182(3)	99.90
51~60	324(4)、256(7)、182(5)	99.95
61~70	324(6)、256(8)	99.80

由表 6 对比数据可以看出,对于批量下料问题,与文献[3]方法相比,SHP&SDSA 运算时间和解的质量都有了很大的提高.同时可以看到,常规整数线性规划与文献[3]方法求解结果的下料方式数均为 8 种,而 SHP&SDSA 的下料方式数仅为 3 种,下料方式数的减少可在一定程度上节约切割的成本.如果将该问题直接作为普通下料问题采用 SDSA 求解,则耗时 0.40 s,所需原材料数量为 71 根,下料方式数为 43 种,远不如本文的批量下料算法 SHP&SDSA.这也说明将下料问题分类为普通下料和批量下料,采用不同策略进行求解是有益的.

表 6 SHP&SDSA 与其他方法计算结果对比

Tab. 6 Result comparison of SHP&SDSA and other methods

方法	原材料数	下料方式数	耗时/s
整数线性规划	70	8	684*(4 560)
文献[3]	71	8	2.4(16)
SHP&SDSA	70	3	0.52

注:\*为换算到主频 2 GHz 的计算时间,括号内为原文献中主频 300 MHz 下的计算时间

**算例 3** 属单规格普通和批量下料问题,引自文献[8]给出的 10 组算例数据,文献[8]采用进化策略求解,而文献[7]采用禁忌搜索算法求解.将本文算法与进化策略<sup>[8]</sup>、禁忌搜索<sup>[7]</sup>算法计算结果进行了对比,见表 7.

表 7 本文算法与文献[7、8]算法计算结果比较

Tab. 7 Result comparison of the methods in this paper and Lits. [7, 8]

算例	坯料总数	原材料使用数量		
		进化策略 <sup>[8]</sup>	禁忌搜索 <sup>[7]</sup>	本文算法
1	20	9	9	9
2	50	23	23	23
3	60	15	15	15
4	60	19	19	19
5	126	54	53	53
6	200	82	80	79
7	200	69	69	68
8	400	149	145	144
9	400	155	151	150
10	600	224	218	217

注:本文算法中算例 1~7 采用 SDSA,算例 8~10 采用 SHP&SDSA 进行计算

表 7 中计算结果(原材料使用数量)为本文算法、文献[8]和文献[7]各自进行 100 次计算的最优解,因文献[8]和文献[7]未给出计算时间,无法进行时间对比.由表 7 可见,对于小规模问题(前 5 个算例),3 种算法都可以得到很好的下料方案,而对于较大规模的问题(后 5 个算例),本文算法的下料方案所使用原材料更少,优于文献[8]和文献[7],其主要原因是本文引入满意度原理.对于该 NP-hard 问题,追求最优解难以实现,在上述情况下,转而追求满意解,更有利.

## 4 结 论

本文将满意度原理引入模拟退火算法,给出了基于满意度的模拟退火算法.进而将一维下料问题分为普通下料和批量下料两类问题,该算法可直接用于求解普通下料问题;对于批量下料问题,用该算法与序列启发方法<sup>[12]</sup>相结合的混合算法进行求解.算例表明,与遗传算法<sup>[17]</sup>、禁忌搜索<sup>[7]</sup>、进化策略<sup>[8]</sup>、整数线性规划与序列启发式混合方法<sup>[3]</sup>等求解下料问题的典型算法相比,本文给出的 SDSA 算法和 SHP&SDSA 混合算法可收敛于更优的工程满意解,并且耗时少.问题规模越大,本文算法计算效果可能越显著.应该说明,以上是有限算例的验证,还不足以得出更一般性的结论.

## 参 考 文 献:

- [1] CHENG C H, FEIRING B R, CHENG T C E. The cutting stock problem — a survey [J]. *International*

- Journal of Production Economics**, 1994, **36**(3):291-305
- [2] LODI A, MARTELLO S, MONACI M. Two-dimensional packing problems: A survey [J]. **European Journal of Operational Research**, 2002, **141**(2):241-252
- [3] 王小东, 李刚, 欧宗瑛. 一维下料的一种新算法[J]. 大连理工大学学报, 2004, **44**(3):407-411 (WANG Xiao-dong, LI Gang, OU Zong-ying. A new optimization algorithm for one-dimensional cutting-stock problem [J]. **Journal of Dalian University of Technology**, 2004, **44**(3):407-411)
- [4] GRADISAR M, KLJAJIC M, RESINOVIC G, *et al.* Sequential heuristic procedure for one-dimensional cutting [J]. **European Journal of Operational Research**, 1999, **114**(3):557-568
- [5] 魏凉良, 叶家玮. 一维下料问题的改进自适应遗传算法[J]. 华南理工大学学报, 2003, **31**(6):26-30
- [6] 李培勇, 王呈方, 茅云生. 基于基因群体的一维优化下料[J]. 上海交通大学学报, 2006, **40**(6):1015-1018
- [7] YANG C T, SUNG T C, WENG W C. An improved tabu search approach with mixed objective function for one-dimensional cutting stock problems [J]. **Advances in Engineering Software**, 2006, **37**(8):502-513
- [8] LIANG K H, YAO X, NEWTON C, *et al.* A new evolutionary approach to cutting stock problems with and without contiguity [J]. **Computers and Operations Research**, 2002, **29**(12):1641-1659
- [9] CHEN C L S, HART S M, THAM W M. Simulated annealing heuristic for the one-dimensional cutting stock problem [J]. **European Journal of Operational Research**, 1996, **93**(3):522-535
- [10] BLUM C, ROLI A. Metaheuristics in combinatorial optimization: overview and conceptual comparison [J]. **ACM Computing Surveys**, 2003, **35**(3):268-308
- [11] SIMON H A. 现代决策理论的基石[M]. 北京: 北京经济学院出版社, 1989
- [12] HAESSLER R W, SWEENEY P E. Cutting stock problems and solution procedures [J]. **European Journal of Operational Research**, 1991, **54**(2):141-150
- [13] GRADIAR M, RESINOVIC G, KLJAJI M. Evaluation of algorithms for one-dimensional cutting [J]. **Computers and Operations Research**, 2002, **29**(9):1207-1220
- [14] UMETANI S, YAGIURA M, IBARAKI T. One-dimensional cutting stock problem to minimize the number of different patterns [J]. **European Journal of Operational Research**, 2003, **146**(2):388-402
- [15] GOODRICH M A, STIRLING W C, BOLR L R. Satisficing revisited [J]. **Minds and Machines**, 2000, **10**(1):79-110
- [16] GOODRICH M A, STIRLING W C, FROST R L. Theory of satisficing decisions and control [J]. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A: Systems and Humans**, 1998, **28**(6):763-779
- [17] 李培勇. 多规格一维型材优化下料[J]. 机械科学与技术, 2003, **22**(增刊):80-86

## Simulated annealing algorithm based on satisfaction degree for one-dimensional cutting-stock problems with multiple stock lengths

ZHENG Xiao-jun<sup>1</sup>, YANG Guang-hui<sup>2</sup>, TENG Hong-fei<sup>\*1,2</sup>

( 1. Department of Computer Science and Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China )

**Abstract:** In order to solve the large scale one-dimensional cutting stock problems(1D-CSP) more efficiently, the 1D-CSP with multiple stock lengths is firstly classified into general 1D-CSP and batch 1D-CSP according to the length and number of the billets. For general 1D-CSP, a simulated annealing algorithm based on satisfaction degree (SDSA) is presented, which is inspired by the satisfaction degree theory. For batch 1D-CSP, since the number of billets is large, it will be solved by SDSA combined with sequential heuristic procedure, which is called SHP&SDSA for short. The proposed SHP&SDSA will further improve the search ability of SDSA for batch 1D-CSP. The numerical experimental results show that the proposed approaches achieve the better quality and the higher efficiency, and obtain the stable satisfactory project solution.

**Key words:** simulated annealing; satisfaction degree; one-dimensional cutting-stock; batch cutting-stock