

多孔介质海床对波浪传播影响理论分析

王忠涛^{*1,2}, 栾茂田^{1,2}, 郑东生³

(1. 大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024;

2. 大连理工大学 土木水利学院 岩土工程研究所, 辽宁 大连 116024;

3. 邓迪大学 土木工程学院, 英国 邓迪 DD1 4HN)

摘要: 假定海床为刚性、不透水边界的传统波浪理论难以模拟多孔介质海床对波浪传播的消能影响. 基于完全动力响应模式, 建立了能够考虑波浪-海床相互作用的波散方程, 通过变动海床厚度、海洋土渗透系数和饱和度及波浪角频率, 采用复波数解析方法, 围绕量纲一参量波长比和能量衰减因子进行数值计算和参量分析, 结果表明波浪在传播过程中会受到海床不同程度的消能作用, 表现为波幅衰减及对应的波长变化.

关键词: 波散方程; 海床; 相互作用; 动力分析

中图分类号: TU432 **文献标志码:** A

0 引言

目前波浪理论通常基于海床为刚性、不透水介质的假定, 采用只包含波浪参数的传统波散方程来描述波浪频率和波数之间的关系^[1]. 在求解海洋建筑物地基以及周围海床动力响应的问题中, 很多研究方法和结论也都是基于传统波散方程得出的. 实际上, 海床是土骨架和孔隙流体组成的松散矿物颗粒的集合体, 当海浪在其表面传播时, 水波会通过海洋土的孔隙渗流进入海床内部, 从而引起波幅衰减和相应的波长变化. 同时海床对波浪的消能作用会直接影响到海床内部孔隙水压力和有效应力的重新分布. 因此, 建立能够考虑多孔介质海床对波浪传播影响的改进波散方程是非常必要的.

从20世纪70年代起, 国内外很多学者开始致力于波散方程的研究工作, 但往往都局限于传统波散方程的讨论, 即人为设定水波在海床表面的垂直流速为零. 显然这种方法不能够真实地反映实际海况, Jeng^[2]的数值分析结果显示了传统波散方程的不合理性. 近些年来, 考虑海床对波浪传播影响的研究取得了一定程度的进展, 如1998年Lee等^[3]、2000年Jeng^[4]分别基于准静态模式推导了考虑无

限厚度海床对二维线性推进波和三维短峰波传播影响的波散方程; 2001年Jeng^[5]进一步推导了考虑有限厚度海床对线性推进波传播影响的波散方程.

Jeng等^[6]的研究结果显示, 基于完全动力响应模式和准静态模式的分析方法所得到的海床响应数值结果差距较大, 在一定的波浪和海洋土体特征参数组合情况下, 必须合理地考虑海床的完全动力响应效应. 目前国内外尚无基于完全动力响应模式讨论波浪-海床相互作用的研究成果, 因此本文拟采用复波数解析方法进行深入讨论.

1 计算模型和理论公式

在如图1所示的二维平面范围内, 设定波浪的推进方向为 x 方向, 海床表面垂直向上为 z 方

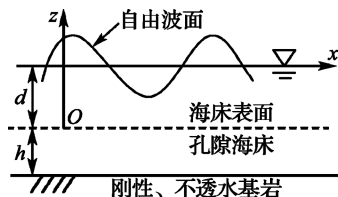


图1 波浪-海床相互作用分析示意图

Fig. 1 Definition of wave-seabed interaction analysis

收稿日期: 2007-06-12; 修回日期: 2009-09-24.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目(50909014); 国家自然科学基金资助项目(重点项目 50639010); 南京水利水电科学研究院开放流动基金资助项目(Yk90507); 大连理工大学青年教师培养基金资助项目(2006).

作者简介: 王忠涛^{*}(1974-), 男, 博士, 副教授, E-mail: zhongtao@dlut.edu.cn; 栾茂田(1962-), 男, 教授, 博士生导师.

向,海床厚度为 h ,海浪的平均净水位面距离海床表面深度为 d .

1.1 水波控制方程

定义无旋、不可压缩水波的速度势为 ϕ ,流体运动满足 Laplace 方程

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

自由波面相对平均净水位面的变化幅值为

$$\eta = \alpha \cos(kx - \omega t) \quad (2)$$

式中: $\alpha = H/2$,为波幅, H 为波高; $k(=k_r + ik_i)$ 为复波数,实数部分 $k_r = 2\pi/L$ 为传统波浪理论中的波数, L 为波长;虚数部分 k_i 物理意义为波幅随着传播距离增长而衰减的系数.复变量 k 不再满足传统意义上的波散方程,是本文重点求解的未知量.

1.2 海床完全动力响应的控制方程

假定海床中土骨架、孔隙水和孔隙气是可压缩的,海床渗透性为各向同性,同时水波在海床中的流动符合达西定律.根据广义 Biot 动力固结方程^[7,8]和 Zienkiewicz 等^[9]的张量整理表达式,Jeng 等^[6]推导了海床完全动力响应的控制方程

$$\frac{K'_f}{n}(\epsilon + \zeta)_i = \rho_w \ddot{u}_i + \frac{\rho_w}{n} \ddot{w}_i + \frac{\rho_w g}{k_z} \dot{w}_i \quad (3)$$

$$\sigma'_{ij,j} = -\frac{K'_f}{n} \delta_{ij} (\epsilon + \zeta)_i + \rho \ddot{u}_i + \rho_w \ddot{w}_i \quad (4)$$

式中: n 为孔隙率; ρ 为土体密度; ρ_w 为孔隙水的密度; u 为土骨架位移, w 为孔隙水相对土骨架的位移; $K'_f(=1/K_\infty + (1 - S_r)/\gamma_w d)$,为孔隙流体的压缩模量,其中 K_∞ 为孔隙水的压缩模量, S_r 为饱和度, γ_w 为孔隙水的重度; g 为重力加速度; k_z 为海床 z 方向的渗透系数; $\epsilon = \partial u_x / \partial x + \partial u_z / \partial z$, $\zeta = \partial w_x / \partial x + \partial w_z / \partial z$; $(\cdot)$ 表示括号内变量对时间的一阶导数, $(\ddot{\cdot})$ 表示括号内变量对时间的二阶导数; $(\cdot)_i$ 表示括号内参量对 i 方向取一阶偏导; $\sigma'_{ij,j}$ 表示有效应力 σ'_{ij} 对 j 方向取一阶偏导.

1.3 边界条件

水波在自由波面 $z = d$ 处满足条件

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \dot{\eta}; g\eta + \dot{\phi} = 0 \quad (5)$$

在海床底部($z = -h$)土骨架位移 u 和孔隙水压力 p 满足条件

$$u_x = u_z = \partial p / \partial z = 0 \quad (6)$$

在海床表面($z = 0$)竖向有效应力 σ'_z 和剪应力 τ_{xz} 满足条件

$$\sigma'_z = \tau_{xz} = 0 \quad (7)$$

同时在海床表面波压力和海床中孔隙水压力保持连续性,且流体遵循质量守恒原则

$$p|_{z=0} = -\rho_w \dot{\phi} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\frac{k_z}{\gamma_w} \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=0} + \dot{u}_z \Big|_{z=0} \quad (9)$$

1.4 改进的波散方程

根据式(1)、(2)、(5)可以推出速度势为

$$\phi = \frac{-iag}{\omega} \xi \operatorname{Re} \{ e^{i(kx - \omega t)} \} \quad (10)$$

其中

$$\xi = \cosh k(z - d) + \frac{\omega^2}{gk} \sinh k(z - d) \quad (11)$$

水深范围内波压力为

$$p = -\rho_w \dot{\phi} = \gamma_w a \xi \operatorname{Re} \{ e^{i(kx - \omega t)} \} \quad (12)$$

式中: $\omega(=2\pi/T)$ 为波浪角频率, T 为波浪周期,复波数 k 为未知量.

根据式(3)、(4),考虑到海床动力响应为周期性振荡分布,采用复变量表示为

$$\bar{x} = kx, \bar{z} = kz, \bar{t} = \omega t, f = \bar{F} e^{i(\bar{x} - \bar{t})} \quad (13)$$

式中: f 为波浪引起的海床内孔隙水压力、有效应力及土骨架、孔隙水位移等动力响应参量, $\bar{F}$ 为相应动力响应参量的特征幅值.

波浪引起的孔隙水压力和土骨架位移为

$$p(x, z; t) = -P_0 \frac{K'_f}{n} k \xi e^{i(\bar{x} - \bar{t})} \times \sum_{i=1}^6 [(i + b_i \lambda_i + ic_i + d_i \lambda_i) a_i e^{\lambda_i \bar{z}}] \quad (14)$$

$$u_x(x, z; t) = \gamma_w a \xi \times \sum_{i=1}^6 a_i e^{\lambda_i \bar{z}} \times e^{i(\bar{x} - \bar{t})} \quad (15)$$

$$u_z(x, z; t) = \gamma_w a \xi \times \sum_{i=1}^6 a_i b_i e^{\lambda_i \bar{z}} \times e^{i(\bar{x} - \bar{t})}$$

式中 $P_0(= \gamma_w a)$ 为水波压力幅值.

在海床表面 $z = 0$ 位置,令

$$\psi = -\sinh kd + \frac{\omega^2}{gk} \cosh kd \quad (16)$$

$$\zeta = \cosh kd - \frac{\omega^2}{gk} \sinh kd \quad (17)$$

$$\theta = \sum_{i=1}^6 (i + b_i \lambda_i + ic_i + d_i \lambda_i) a_i \lambda_i k \quad (18)$$

$$\delta = \sum_{i=1}^6 a_i b_i \quad (19)$$

可以推出

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{-iag}{\omega} k \psi e^{i(\bar{x} - \bar{t})} \quad (20)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\gamma_w g \frac{K'_f}{n} k \times \theta \times \zeta \times e^{i(\bar{x} - \bar{t})} \quad (21)$$

$$\dot{u}_z \big|_{z=0} = \gamma_w \alpha \times \zeta \times (-i\omega) \times \delta \times e^{i(x-i)} \quad (22)$$

将式(20)、(22)代入式(9),整理得

$$\tanh kd = \frac{i\omega + \frac{k_z K'_i k}{n} \theta - i\omega \rho_w g \delta}{\frac{ikg}{\omega} + \frac{k_z K'_i \omega^2 \theta}{ng} - \frac{i\omega^3 \rho_w \delta}{k}} \quad (23)$$

将式(23)右侧分子、分母同时乘以 $-i\omega$,令

$$\chi = \frac{ik_z K'_i \theta \omega}{gn} + \frac{\omega^2 \rho_w \delta}{k} \quad (24)$$

可以推出

$$\tanh kd = \frac{\omega^2 - gk\chi}{gk - \omega^2 \chi} \quad (25)$$

注意 χ 是包含土体和波浪参数的变量. 当忽略海床对波浪传播影响时, $\chi = 0$, 式(25)退化为传统波散方程:

$$\omega^2 = gk \tanh kd \quad (26)$$

1.5 改进波散方程求解

本文研究的重点在于求解复变量 k . 由于 χ 变量中包含复波数 k , 利用求解复函数方程复数根的蒙特卡罗法, 对式(25)进行循环迭代求解. 首先根据传统波散方程式(26)的解 k_0 设定复变量 k 的初值为

$$k = Ak_0 + Bk_0 i \quad (27)$$

式中: A 取值范围为 $0.8 \sim 1.2$, B 取值范围为 $0.0001 \sim 0.01$. 经对比验算, A 和 B 的初值设定对计算结果的影响不大. 循环迭代过程中要求达到计算精度为 $E = 10^{-6}$.

上述公式中系数 $a_i \sim d_i$ 是与复波数 k 相关的未知量, 在迭代中需要按照文献[6]进行组合求解. 注意文献[6]中 Π_1 应更正为 $k_z V_c^2 k^2 / \beta g \omega$.

2 多孔介质海床对海浪传播的影响

本文的目的在于讨论波浪在有限厚度多孔介质海床表面传播时, 波浪 - 海床相互作用对于波浪传播的影响. 下面通过调整波浪和海床的主要特征参数进行典型数值算例的计算, 算例中海洋土和波浪的物理参数指标见各图中的文字注释, 其中 μ 为泊松比, G 为剪切模量. 本文主要按照以下两方面讨论波浪在传播过程中受多孔介质海床消能的影响.

(1) 波长比(L/L_0)

迭代求解出复数解 k 后, 真实波长 $L = 2\pi/k_r$, L_0 为按照传统波散方程计算得到的波长;

(2) 能量衰减因子

波浪受到海床的消能作用, 波幅会随着传播距离的增长而逐渐衰减. 定义能量衰减因子为

$$e_a = e^{i\chi \times k_i x} = e^{-k_i x} \quad (28)$$

2.1 海床厚度影响

在评估海床动力响应和进行液化分析时, 海床厚度作为重要参数指标对计算结果影响很明显. 在求解复波数的迭代过程中, 由于有限厚度海床底部边界条件的迭代设定而使 $a_i \sim d_i$ 不同, 因此讨论海床厚度对波浪-海床相互作用的影响是十分必要的.

设定深水波的波长 $L_d = 1.56 T^2$. 图 2 中给出了不同海床厚度比 h/L_d 条件下, 波长比 L/L_0 随着相对水深 d/L_d 的变化情况. 从图 2 中可以看出, L/L_0 随着海床厚度 h 的增加而逐渐降低. 同时海床厚度比 h/L_d 超过 0.3 临界值后, 海床厚度增加引起波长变化的效应减弱, L/L_0 随相对水深 d/L_d 的变化趋于相同. 相对水深 d/L_d 超过 0.4 临界值后, 不同厚度海床影响波浪传播导致波长的变化趋于相同.

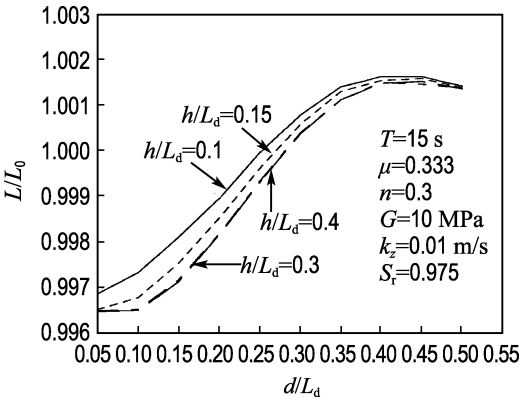


图 2 不同海床厚度比情况下波长比 L/L_0 随着相对水深变化的趋势

Fig. 2 Distributions of the modified wavelength ratio L/L_0 versus non-dimensional wave depth d/L_d for various seabed thickness h/L_d

由图可以看出在浅水区海床影响波浪传播导致波长变化程度较大, 波长 L 小于传统波长计算值 L_0 , 最大相差 0.35%; 反之, 水深 d 超过分界点 ($0.250 \sim 0.275$) L_d 后, 波长变化程度较小, 波长 L 大于传统波长计算值 L_0 , 相差为 0.17%.

图 3 表示了不同厚度海床情况下能量衰减因子 e_a 随着传播距离 x/L_d 的变化. 显然随着传播

距离的增长,更多的波浪能量传递进入海床当中,波浪波幅逐渐减小.同时海床厚度越大,波幅的衰减速度越快.

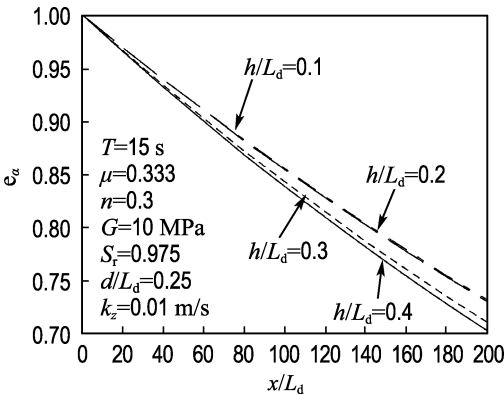


图 3 不同海床厚度比情况下能量衰减因子随着传播距离增长的变化趋势

Fig. 3 Distributions of the energy factor e_a versus x/L_d for various seabed thickness h/L_d

2.2 海床渗透系数影响

海洋土渗透系数直接影响着波浪能量传递进入海床内部的速度.图 4 表示了不同海洋土渗透系数情况下,波长比 L/L_0 随着相对水深 d/L_d 的变化情况.图 4 表明土体渗透系数越大,同一水深处波长比 L/L_0 越小.水深小于临界水深分界点 $(0.27\sim0.29)L_d$ 时,波长比 L/L_0 小于 1;反之,则情况相反.浅水区相比较深水区海床影响波浪传播导致波长的变化更加明显.相对水深 d/L_d 超过 0.45 临界值后,不同渗透系数海床影响波浪传播导致波长的变化趋于相同.

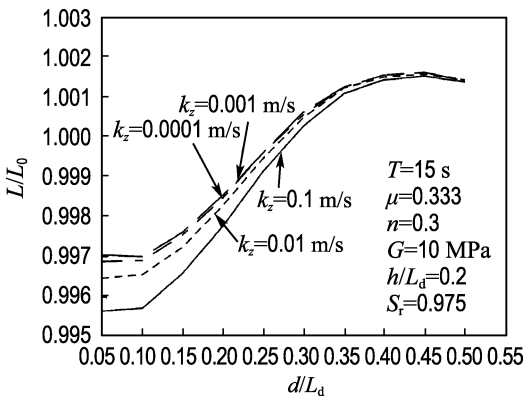


图 4 不同渗透系数海床情况下波长比 L/L_0 随着相对水深变化的趋势

Fig. 4 Distributions of the modified wavelength ratio L/L_0 versus non-dimensional wave depth d/L_d for various soil permeability k_z

图 5 表示了不同渗透系数海床情况下能量衰减因子 e_a 随着传播距离 x/L_d 的变化.显然渗透系数越大,波浪能量衰减得越快,波幅越小.当海床渗透系数 $k_z=0.1$ m/s 时,波浪在传播 $200L_d$ 距离后,波幅降低为初始幅值的 0.37 倍,海床的消能作用非常明显.

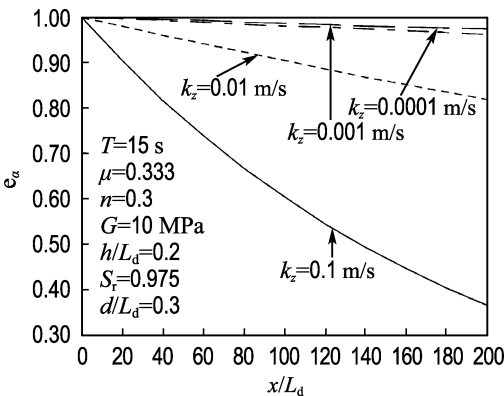


图 5 不同渗透系数海床情况下能量衰减因子随着传播距离增长的变化趋势

Fig. 5 Distributions of the energy factor e_a versus x/L_d for various soil permeability k_z

2.3 海床土饱和度的影响

通常海床土体中含有孔隙气而达不到完全饱和, Jeng^[2]的研究结果表明海床土体的饱和程度对海床动力响应和液化的数值结果影响较大.图 6 表示了不同海洋土饱和度情况下,波长比 L/L_0 随着相对水深 d/L_d 的变化情况.图 6 表明土体的饱和度越小,同一水深处波长比 L/L_0 越小.

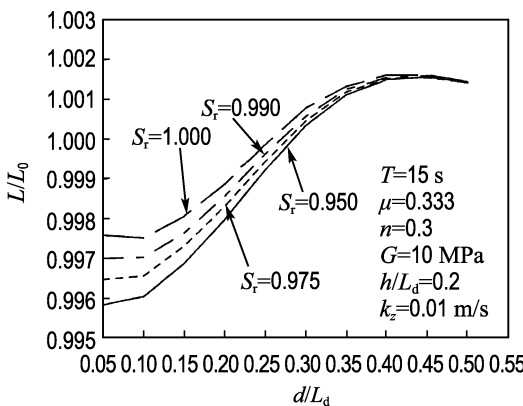


图 6 不同饱和度海床情况下波长比 L/L_0 随着相对水深变化的趋势

Fig. 6 Distributions of the modified wavelength ratio L/L_0 versus non-dimensional wave depth d/L_d for various degree of saturation S_r

同时在临界水深分界点 $(0.25 \sim 0.28)L_d$ 左侧,波长比 L/L_0 小于1;反之,则情况相反.浅水区相比较深水区海床影响波浪传播导致波长的变化更加明显.相对水深 d/L_d 超过0.45临界值后,不同饱和度海床影响波浪传播导致波长的变化趋于相同.

图7表示了不同饱和度海床情况下能量衰减因子 e_s 随着传播距离 x/L_d 的变化.图中显示海床土的饱和度越小,波浪能量衰减得越快,传播同样距离后波幅越小.

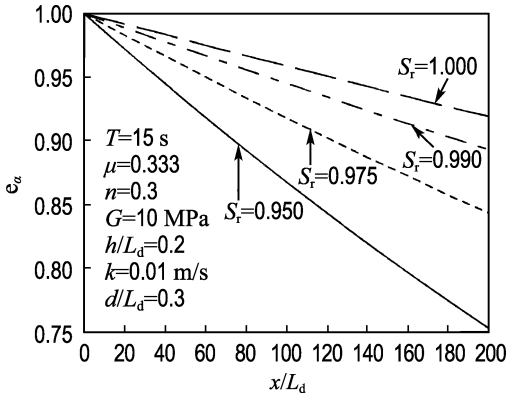


图7 不同饱和度海床情况下能量衰减因子随着传播距离增长的变化趋势

Fig. 7 Distributions of the energy factor e_s versus x/L_d for various degree of saturation S_r

2.4 波浪角频率的影响

不同波浪周期的波浪表现出不同的工程特性.为了讨论海床对低频或高频波传播的影响程度,设定算例中代表周期 $T_s(=15\text{ s})$,根据随机波浪理论^[10]设定低频界限值 $\omega_l=0.26\text{ rad/s}$,高频界限值 $\omega_h=2\text{ rad/s}$,分析中取 $\Delta\omega=(\omega_h-\omega_l)/50$.

图8表示了不同海床厚度比条件下,波长比 L/L_0 随着波浪角频率 ω 的变化情况.由图8可以看出海床对低频波浪的传播影响程度较大,当波浪角频率 ω 低于 0.62 rad/s 时,波长比 L/L_0 小于1;反之,则情况相反.波浪角频率 ω 为 0.82 rad/s 时波长比 L/L_0 出现较明显峰值,之后逐渐降低,超过 1.2 rad/s 后,海床厚度比的变化对高频波浪传播的影响很小,求解的波长 L_0 与传统波散方程计算的波长 L 基本相同.同时可以看出,海床越厚,海床对不同角频率的波浪传播的影响程度越趋于相同.

图9表示了不同波浪角频率情况下能量衰减

因子 e_s 随着传播距离 x/L_d 的变化.图中同样可以看出相比高频波浪,低频波浪的传播受海床消能影响更大.

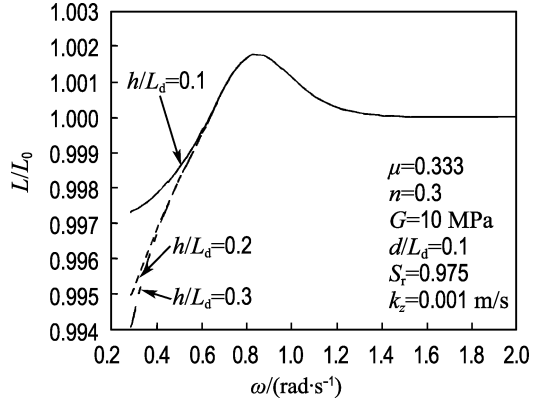


图8 不同海床厚度比情况下波长比 L/L_0 随着波浪角频率变化的趋势

Fig. 8 Distributions of the modified wavelength ratio L/L_0 versus circle frequency ω for various seabed thickness h/L_d

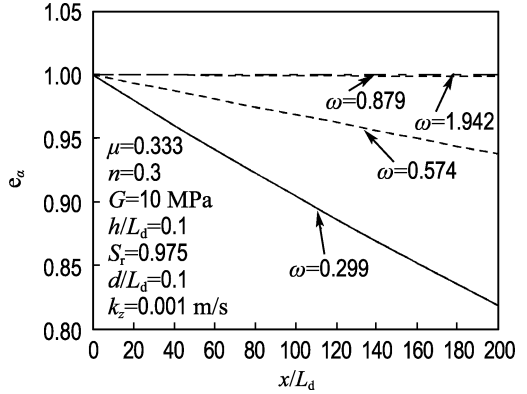


图9 不同波浪角频率情况下能量衰减因子随着传播距离增长的变化趋势

Fig. 9 Distributions of the energy factor e_s versus x/L_d for various circle frequency ω

3 结 语

基于动力模式,考虑多孔介质海床对波浪传播的影响,采用复波数解析方法推导建立了同时包含海洋土体和波浪参数的改进波散方程.通过变动海床厚度、海洋土渗透系数、饱和程度及波浪角频率等特征参数,系统比较分析了考虑波浪-海床相互作用波长与传统波散方程得出的波长的差别,并解出对应算例情况下波幅在海床消能影响下随着传播距离增长的衰减程度.

结果表明海洋土体的参数变动对波浪波长 L 和波幅衰减因子 e_a 都有一定程度的影响. 其中海床厚度、海洋土渗透系数、饱和度对波长变化影响程度大致相同, 但海洋土渗透系数对波幅衰减的影响程度最大; 对应算例中的不同海况, 当水深小于临界水深 $(0.25 \sim 0.29)L_d$ 时, 计算波长小于传统波长, 反之则情况相反. 当水深超过 $0.45L_d$ 后, 不同土体参数情况下海床影响波浪传播导致波长的变化趋于一致. 同时计算结果表明, 多孔介质海床对低频波浪传播的影响明显高于对高频波浪传播的影响.

参考文献:

- [1] FENTON J D, MCKEE W D. On calculating the length of water waves [J]. **Coastal Engineering**, 1990, **14**(6):499-513
- [2] JENG D S. Wave-induced seabed response in front of a breakwater [D]. Perth: The University of Western Australia, 1997
- [3] LEE J F, LAN Y J. Wave propagating over poro-elastic bed [C] // **Proceedings of Eighth International Offshore and Polar Engineering**

- Conference**. Montreal; ISOPE, 1998: 605-614
- [4] JENG D S. On calculating the length of a short-crested wave over a porous seabed [J]. **Applied Ocean Research**, 2000, **22**(2):63-73
- [5] JENG D S. Wave dispersion equation in a porous seabed [J]. **Ocean Engineering**, 2001, **28**(12): 1585-1599
- [6] JENG D S, CHA D H. Effects of dynamic soil behavior and wave nonlinearity on the wave-induced pore pressure and effective stresses in porous seabed [J]. **Ocean Engineering**, 2003, **30**(16):2065-2089
- [7] BIOT M A. General theory of three-dimensional consolidation [J]. **Journal of Applied Physics**, 1941, **12**(2):155-164
- [8] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid [J]. **Journal of the Acoustical Society of America**, 1960, **12**(2):168-178
- [9] ZIENKIEWICZ O C, CHANG C T, BETTESS P. Drained, undrained, consolidating and dynamic behavior assumptions in soil [J]. **Géotechnique**, 1980, **30**(4):385-395
- [10] 俞聿修. 随机波浪及其工程应用[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2000

Dynamic analysis for effects of porous seabed on wave propagation

WANG Zhong-tao^{*1,2}, LUAN Mao-tian^{1,2}, JENG Dong-sheng³

- (1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. Institute of Geotechnical Engineering, School of Civil and Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
3. School of Civil Engineering, Dundee University, Dundee, DD1 4HN, United Kingdom)

Abstract: Conventional ocean wave theories are based on an assumption of a rigid impermeable seabed, which are difficult to simulate the effects of porous seabed on wave propagation. The major intention is to establish modified wave dispersion equation which can consider the interaction of wave and seabed on the basis of dynamic analysis by employing the complex wave number. Analytical solutions of two non-dimensional parameters of wave length ratio and energy factor are given for comparative studies in different situations of seabed thickness, soil permeability, degree of saturation and wave circle frequency. The results show that wave profile will be attenuated and wave length will be changed subjected to the effects of porous seabed.

Key words: wave dispersion equation; seabed; interaction; dynamic analysis