第49卷第6期
2009年11月
大连理工大学学报
Journal of Dalian University of Technology
Vol. 49, No. 6
Nov. 2009

文章编号：1000-8608(2009)06-0932-05

可变模糊聚类迭代模型合理性分析与应用检验

陈守煜*[1]， 李 敏[1]， 王淑英[1,2]

(1. 大连理工大学 土木水利学院，辽宁 大连 116024；
2. 浙江省水文局，浙江 杭州 310009)

摘要：对可变模糊聚类迭代模型进行了深入分析，通过与指标等权重的著名的ISODATA模糊聚类迭代模型比较，论证了可变模糊聚类迭代模型的合理性与收敛性；同时指出ISODATA模糊聚类迭代模型是可变模糊聚类迭代模型一个特例. 列举了水资源系统中的一个应用实例——年径流中长期预报，检验了可变模糊聚类迭代模型的实用性.

关键词：可变模糊聚类；合理性分析；应用检验；相对隶属度

中图分类号：O159　　**文献标志码**：A

0 引 言

1965年Zadeh创立静态、单值隶属度模糊集合论[1]，1976年Bezdek提出不考虑指标权重即指标等权重的著名的ISODATA模糊聚类迭代模型[2]，进而在文献[3]中证明其收敛性. 陈守煜对模糊聚类分析的数学基础及应用进行了系统的研究，得到了很多有意义的成果[4~8].

2005年陈守煜在工程模糊集理论[9]基础上创建可变模糊集理论，提出可变模糊聚类、识别、决策优选、评价等系列模型[10~15]. 本文对可变模糊聚类迭代模型进行合理性分析，并与ISODATA模糊聚类迭代模型进行比较，论证Bezdek参数β等于2的ISODATA模糊聚类迭代模型是可变模糊聚类迭代模型的一个特例. 最后列举一个年径流中长期预报的应用实例.

1 可变模糊聚类迭代模型

设有待聚类的n个样本组成集合，可用$m\times n$阶指标特征值矩阵对样本集进行聚类.

$$\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{pmatrix}=(x_{ij}) \tag{1}$$

式中x_{ij}为聚类样本j指标i的特征值，$i=1,2,\cdots,m$；$j=1,2,\cdots,n$.

由于m个指标的量纲和数量级不同，必须对原始数据进行规格化处理，使规格化数在[0,1]. 根据具体问题可以采用不同的规格化方法. 矩阵$\boldsymbol{X}$经规格化后变为指标特征值规格化矩阵

$$\boldsymbol{R}=\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{pmatrix}=(r_{ij}) \tag{2}$$

式中r_{ij}为指标特征值规格化数. 则样本j的m个指标特征值向量

$$\boldsymbol{r}_j=(r_{1j}\quad r_{2j}\quad\cdots\quad r_{mj})$$

设样本集分为c类，类别h的模糊聚类中心用向量表示为

$$\boldsymbol{s}_h=(s_{1h}\quad s_{2h}\quad\cdots\quad s_{mh})；$$
$$h=1,2,\cdots,c；\ 0\leqslant s_{ih}\leqslant 1 \tag{3}$$

样本j与类别h之间的差异，可用广义距离表示：

$$d^{\circ}_{hj}=\left[\sum_{i=1}^{m}(r_{ij}-s_{ih})^{p}\right]^{\frac{1}{p}} \tag{4}$$

式中：p为距离参数，$p=1$为海明距离，$p=2$为欧氏距离.

由于不同指标对模糊聚类的权重不同，是可变模糊聚类迭代模型中的一个重要可变参数. 设

收稿日期：2007-01-10；　**修回日期**：2009-08-05.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(50779005)；水利部科技创新资助项目(SCXC2005-01).
作者简介：陈守煜*(1930-)，男，教授，博士生导师，E-mail：chensyccl@yahoo.com.cn.

指标权向量

$$\boldsymbol{w}=(w_1 \quad w_2 \quad \cdots \quad w_m);\ \sum_{i=1}^{m} w_i=1 \tag{5}$$

陈守煜在文献[6]中将指标权向量引入广义距离公式，则有广义权距离公式

$$d_{hj}=\left[\sum_{i=1}^{m} w_i (r_{ij}-s_{ih})^p\right]^{\frac{1}{p}} \tag{6}$$

为了求解最优模糊聚类矩阵与最优模糊聚类中心矩阵，建立模糊聚类准则函数

$$\min\left\{F(u_{hj},s_{ih})=\sum_{j=1}^{n}\sum_{h=1}^{c} u_{hj}^2\left[\sum_{i=1}^{m}[w_i(r_{ij}-s_{ih})]^p\right]^{\frac{\alpha}{p}}\right\} \tag{7}$$

满足

$$\sum_{h=1}^{c} u_{hj}=1,\ 0\leqslant u_{hj}\leqslant 1,\ \sum_{j=1}^{n} u_{hj}>0 \tag{8}$$

式中：u_{hj} 为样本 j 隶属于类别 h 的相对隶属度；α 为优化准则参数.

引入拉格朗日乘子 λ 构造拉格朗日函数：

$$L(u_{hj},s_{ih},\lambda)=\sum_{j=1}^{n}\sum_{h=1}^{c} u_{hj}^2\left[\sum_{i=1}^{m}[w_i(r_{ij}-s_{ih})]^p\right]^{\frac{\alpha}{p}}-\lambda\left(\sum_{h=1}^{c} u_{hj}-1\right) \tag{9}$$

令

$$\partial L(u_{hj},s_{ih},\lambda)/\partial u_{hj}=0 \tag{10}$$

$$\partial L(u_{hj},s_{ih},\lambda)/\partial s_{ih}=0 \tag{11}$$

$$\partial L(u_{hj},s_{ih},\lambda)/\partial \lambda=0 \tag{12}$$

解得可变模糊聚类迭代模型：

$$u_{hj}=\left\{\left[\sum_{k=1}^{c}\frac{\sum_{i=1}^{m}[w_i(r_{ij}-s_{ih})]^p}{\sum_{i=1}^{m}[w_i(r_{ij}-s_{ik})]^p}\right]^{\frac{\alpha}{p}}\right\}^{-1} \tag{13}$$

$$s_{ih}=\frac{\sum_{j=1}^{n} u_{hj}^{2/(p-1)} r_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} u_{hj}^{2/(p-1)}};\ \frac{\alpha}{p}=1 \tag{14}$$

式(13)、(14)可用以迭代求解最优模糊聚类矩阵 $\boldsymbol{u}_{hj}^*$ 与模糊聚类中心矩阵 $\boldsymbol{s}_{ih}^*$. 其中 α、p、w_i 为可变参数. 在给定的参数组合下，可解得相应的 $\boldsymbol{u}_{hj}^*$ 与 $\boldsymbol{s}_{ih}^*$.

下面对可变模糊聚类迭代模型(13)、(14)进行分析与比较：

(1) 式(14)中，p 不能等于 1，即不能采用海明距离. 又由条件式 $\alpha/p=1$，α 不能等于 1，或不能采用最小一乘方优化准则，因此迭代式(13)、(14)不能取 $p=\alpha=1$.

(2) 取 $p=2$ 时，即采用欧氏距离，根据 $\alpha/p=1$，有 $\alpha=2$，即可以采用最小二乘方优化准则，则式(13)、(14)成为

$$u_{hj}=\left\{\sum_{k=1}^{c}\frac{\sum_{i=1}^{m}[w_i(r_{ij}-s_{ih})]^2}{\sum_{i=1}^{m}[w_i(r_{ij}-s_{ik})]^2}\right\}^{-1} \tag{15}$$

$$s_{ih}=\frac{\sum_{j=1}^{n} u_{hj}^2 r_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} u_{hj}^2} \tag{16}$$

(3) 当 $p=3$ 时，有 $\alpha=3$，式(13)、(14)成为

$$u_{hj}=\left\{\sum_{k=1}^{c}\frac{\sum_{i=1}^{m}[w_i\,|\,r_{ij}-s_{ih}\,|]^3}{\sum_{i=1}^{m}[w_i\,|\,r_{ij}-s_{ik}\,|]^3}\right\}^{-1} \tag{17}$$

$$s_{ih}=\frac{\sum_{j=1}^{n} u_{hj} r_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} u_{hj}} \tag{18}$$

计算实践表明，应用通常的梯度下降迭代算法，式(17)、(18)难以收敛于全局极小值.

由以上分析可见，可变模糊聚类迭代模型，参数 p 不宜变化，应采用 $p=2$. 可以根据实际问题的不同，变化指标权重 w_i，应用实例中将作进一步的论述.

(4) 当 $w_1=w_2=\cdots=w_m$，$p=2$，即指标权重假设为不变的等权重，且距离参数取为欧氏距离，可变模糊聚类迭代模型(13)、(14)变为

$$u_{hj}=\frac{1}{\sum_{k=1}^{c}\left[\frac{\sum_{i=1}^{m}(r_{ij}-s_{ih})^2}{\sum_{i=1}^{m}(r_{ij}-s_{ik})^2}\right]} \tag{19}$$

$$s_{ih}=\frac{\sum_{j=1}^{n} u_{hj}^2 r_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} u_{hj}^2} \tag{20}$$

式(19)、(20)即为 Bezdek 参数 $\beta=2$ 的 ISODATA 模糊聚类迭代模型[3]：

$$u_{hj}=\frac{1}{\sum_{k=1}^{c}\left[\frac{\sum_{i=1}^{m}(r_{ij}-s_{ih})^2}{\sum_{i=1}^{m}(r_{ij}-s_{ik})^2}\right]^{\frac{1}{\beta-1}}} \tag{21}$$

$$s_{ih}=\frac{\sum_{j=1}^{n} u_{hj}^{\beta} r_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} u_{hj}^{\beta}} \tag{22}$$

由此可见，广泛应用的指标权重不变的ISODATA模糊聚类迭代模型是可变模糊聚类模型的一个特例. Bezdek 在文献[3]中已经证明了迭代式(21)、(22)的收敛性，故迭代模型(15)、(16)是收敛的. 计算实践表明，当 $\alpha=2$ 时，模型(15)、(16)应用通常的梯度下降迭代算法，能收敛于全局极小值，可以得到合理的聚类结果.

2 应用实例

新疆伊犁河雅马渡站的23年实测年径流量及其相应的前期4个预报指标特征值列于表1[16].

表1 雅马渡站实测年径流量与指标特征值

Tab.1 The measured yearly runoff and index character values of Yamadu station

样本序号	x_1/mm	x_2	x_3	x_4/(10^{-22} W·m^{-2}·Hz^{-1})	y/(m^3·s^{-1})
1	114.6	1.10	0.71	85	346
2	132.4	0.97	0.54	73	410
3	103.5	0.96	0.66	67	385
4	179.3	0.88	0.57	87	446
5	92.7	1.15	0.44	154	300
6	115.0	0.74	0.65	252	453
7	163.6	0.85	0.58	220	495
8	139.5	0.70	0.59	217	478
9	76.7	0.95	0.51	162	341
10	42.1	1.08	0.47	110	326
11	77.8	1.19	0.57	91	364
12	100.6	0.82	0.59	83	456
13	55.3	0.96	0.40	69	300
14	152.1	1.04	0.49	77	433
15	81.0	1.08	0.54	96	336
16	29.8	0.83	0.49	120	289
17	248.6	0.79	0.50	147	483
(18)	64.9	0.59	0.50	167	402
(19)	95.7	1.02	0.48	160	384
(20)	89.9	0.96	0.39	105	314
(21)	121.8	0.83	0.60	140	401
(22)	78.5	0.89	0.44	94	280
(23)	90.0	0.95	0.43	89	301

表1中指标 x_1 为前一年11月至当年3月伊犁气象站的总降雨量；指标 x_2 为前一年8月欧亚地区月平均纬向环流指数；指标 x_3 为前一年5月欧亚地区径向环流指数；x_4 为前一年6月2 800 MHz太阳射电流量. 根据聚类所必需的资料数量，并考虑预报检验的需要，将前17 a资料(样本1～17)用于确定可变模糊聚类迭代模型(15)、(16)的预报参量 s_{ih}^* 与 w_i^*，后6 a资料(样本18～23)用于预报检验. 因用于推求预报参量的样本数量不大，故将年径流量 y 分为枯、中、丰3类，即 $c=3$.

对正相关指标(即指标值越大，年径流值越大的指标)，指标相对隶属度公式用式(23)表示：

$$r_{ij}=\frac{x_{ij}-x_{i\min}}{x_{i\max}-x_{i\min}} \tag{23}$$

对负相关指标(即指标值越小，年径流值越大的指标)，指标相对隶属度公式用式(24)表示：

$$r_{ij}=\frac{x_{i\max}-x_{ij}}{x_{i\max}-x_{i\min}} \tag{24}$$

式中 $x_{i\max}$、$x_{i\min}$ 分别为指标 i 的最大、最小特征值.

按表1的样本1～17资料，由下式

$$\rho_i=\frac{\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_i)(y_j-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_i)^2\sum_{j=1}^{n}(y_j-\bar{y})^2}} \tag{25}$$

计算年径流 y 与各预报指标的相关关系：

$\rho_1=0.80$，$\rho_2=-0.63$，$\rho_3=0.44$，$\rho_4=0.40$

按式(26)

$$\boldsymbol{w}=\begin{pmatrix}\frac{|\rho_1|}{\sum_{i=1}^{m}|\rho_i|} & \frac{|\rho_2|}{\sum_{i=1}^{m}|\rho_i|} & \cdots & \frac{|\rho_m|}{\sum_{i=1}^{m}|\rho_i|}\end{pmatrix} \tag{26}$$

得到指标权向量初始可变值：

$$\boldsymbol{w}=(0.35\quad 0.28\quad 0.19\quad 0.18)$$

指标1、3、4的相对隶属度用式(23)，指标2的相对隶属度用式(24)计算得

$$\boldsymbol{R}=\begin{pmatrix}0.358 & 0.469 & 0.337 & 0.683 & 0.287 & 0.389 & 0.612 & 0.501 & 0.214 & 0.056 & 0.219 & 0.324 & 0.117 & 0.559 & 0.234 & 0 & 1.00\\ 0.184 & 0.449 & 0.469 & 0.633 & 0.082 & 0.918 & 0.694 & 1.000 & 0.490 & 0.224 & 0 & 0.755 & 0.469 & 0.306 & 0.224 & 0.735 & 0.816\\ 1.000 & 0.452 & 0.839 & 0.613 & 0.129 & 0.806 & 0.581 & 0.613 & 0.355 & 0.226 & 0.548 & 0.613 & 0 & 0.290 & 0.452 & 0.290 & 0.323\\ 0.097 & 0.032 & 0 & 0.119 & 0.470 & 1.000 & 0.827 & 0.811 & 0.514 & 0.232 & 0.130 & 0.080 & 0.011 & 0.054 & 0.157 & 0.286 & 0.432\end{pmatrix}$$

给出确定 $\boldsymbol{u}_{hj}^{*}$ 及 $\boldsymbol{s}_{ih}^{*}$ 要求满足的迭代计算精度 $\varepsilon = 10^{-4}$. 由初始可变权向量 $\boldsymbol{w}$、样本指标相对隶属度矩阵 $\boldsymbol{R}$，应用可变模糊聚类迭代模型式(15)、(16)，确定最优模糊聚类矩阵 $\boldsymbol{u}_{hj}^{*}$ 与模糊聚类中心矩阵 $\boldsymbol{s}_{ih}^{*}$. 按 $c = 3$ 用下式计算类别特征值向量 $\boldsymbol{H}$：

$$\boldsymbol{H} = (1 \quad 2 \quad \cdots \quad c)\begin{pmatrix} u_{11}^{*} & u_{12}^{*} & \cdots & u_{1n}^{*} \\ u_{21}^{*} & u_{22}^{*} & \cdots & u_{2n}^{*} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{c1}^{*} & u_{c2}^{*} & \cdots & u_{cn}^{*} \end{pmatrix} = (H_1 \quad H_2 \quad \cdots \quad H_n) \tag{27}$$

根据表 1 年径流样本 1 ～ 17 数据与 $\boldsymbol{H}$，由下式计算样本特征值与类别特征值之间的相关系数 r：

$$r = \frac{\sum_{j=1}^{n}(H_j - \overline{H})(y_j - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n}(H_j - \overline{H})^2 \sum_{j=1}^{n}(y_j - \bar{y})^2}} \tag{28}$$

变化指标权向量，进行类似计算，直至得到满足相关关系要求 $r > 0.9$ 的预报参量[16].

$$\boldsymbol{s}_{ih}^{*} = \begin{pmatrix} 0.156 & 0.399 & 0.637 \\ 0.363 & 0.457 & 0.758 \\ 0.282 & 0.641 & 0.555 \\ 0.256 & 0.118 & 0.613 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{u}_{hj}^{*} = \begin{pmatrix} 0.140 & 0.080 & 0.108 & 0.079 & 0.620 & 0.217 & 0.024 & 0.097 & 0.771 & 0.899 & 0.061 & 0.170 & 0.823 & 0.144 & 0.707 & 0.781 & 0.126 \\ 0.744 & 0.815 & 0.834 & 0.285 & 0.270 & 0.327 & 0.057 & 0.202 & 0.170 & 0.073 & 0.325 & 0.754 & 0.129 & 0.539 & 0.250 & 0.153 & 0.231 \\ 0.116 & 0.105 & 0.058 & 0.636 & 0.110 & 0.456 & 0.919 & 0.059 & 0.059 & 0.028 & 0.065 & 0.076 & 0.048 & 0.317 & 0.043 & 0.066 & 0.643 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{w}^{*} = (0.491 \quad 0.145 \quad 0.182 \quad 0.182)$$

由式(27) 与矩阵 $\boldsymbol{u}_{hj}^{*}$ 得到样本 1 ～ 17 的级别特征值向量：

$$\boldsymbol{H} = (1.98 \quad 2.03 \quad 1.95 \quad 2.56 \quad 1.49 \quad 2.24 \quad 2.90 \quad 2.60 \quad 1.29 \quad 1.13 \quad 1.46 \quad 1.91 \quad 1.23 \quad 2.17 \quad 1.34 \quad 1.29 \quad 2.52)$$

由表 1 样本 1 ～ 17 的年径流量 y 的实测值得

$$\boldsymbol{Y} = (346 \quad 410 \quad 385 \quad 446 \quad 300 \quad 453 \quad 495 \quad 478 \quad 341 \quad 326 \quad 364 \quad 456 \quad 300 \quad 433 \quad 336 \quad 289 \quad 483)$$

建立 $\boldsymbol{H}$ 与 $\boldsymbol{Y}$ 对应元素间的线性相关关系，由 $\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{Y}$ 中的对应数据，用相关系数公式(28) 计算得到满足要求的相关系数 $r = 0.91 > 0.9$.

根据下式

$$(y - \bar{y}) = r\frac{\sigma_y}{\sigma_H}(H - \overline{H}) \tag{29}$$

得

$$y = 114.58H + 175.24$$

σ_y 与 σ_H 分别为 y 与 H 的均方差.

将表 1 中待预报样本 18 ～ 23 的指标特征值，用式(23) 或(24) 计算相对隶属度，得到待预报样本的指标相对隶属度矩阵：

$$\boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} 0.160 & 0.301 & 0.274 & 0.420 & 0.223 & 0.275 \\ 1.000 & 0.347 & 0.469 & 0.735 & 0.612 & 0.490 \\ 0.323 & 0.258 & 0 & 0.645 & 0.129 & 0.097 \\ 0.541 & 0.503 & 0.205 & 0.395 & 0.146 & 0.119 \end{pmatrix}$$

将矩阵 $\boldsymbol{R}$、$\boldsymbol{s}_{ih}^{*}$、$\boldsymbol{w}^{*}$ 中的数据代入模型(15)，得待预报样本对各类别的相对隶属度矩阵：

$$\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} 0.549 & 0.558 & 0.672 & 0.115 & 0.782 & 0.656 \\ 0.286 & 0.324 & 0.242 & 0.668 & 0.167 & 0.269 \\ 0.165 & 0.118 & 0.086 & 0.217 & 0.051 & 0.075 \end{pmatrix}$$

由矩阵 $\boldsymbol{u}$ 与式(27)得待预报样本类别特征值向量：

$$\boldsymbol{H} = (1.62 \quad 1.56 \quad 1.41 \quad 2.10 \quad 1.27 \quad 1.42)$$

将向量 $\boldsymbol{H}$ 代入式(29)，得到样本 18～23 年径流量预报值为

$$\boldsymbol{Y} = (361 \quad 354 \quad 337 \quad 416 \quad 321 \quad 338)$$

由表 1 得知样本 18～23 年径流量的实测值为

$$\boldsymbol{Y}_0 = (402 \quad 384 \quad 314 \quad 401 \quad 280 \quad 301)$$

由 $\boldsymbol{Y}$ 与 $\boldsymbol{Y}_0$ 可见，预报检验的相对误差(%) 为

$$\boldsymbol{E} = (10.2 \quad 7.8 \quad 7.3 \quad 3.7 \quad 14.6 \quad 12.3)$$

因中长期年径流预报的复杂性，一般认为其相对误差小于 20%已令人满意. 故本例检验预报的符合程度还是比较理想的.

3 结 语

1965年Zadeh创立的模糊集合是静态、单隶属度值的概念，虽然突破了Cantor建立的非此即彼的普通集合论概念，但静态、单隶属度值概念却与模糊集合的研究对象(模糊事物、现象及概念)的亦此亦彼的动态性概念相悖. 2005年陈守煜创立的可变模糊集及以后建立的可变模糊集合理论、模型与方法，包括本文中的可变模糊聚类迭代模型，是对静态模糊集理论的发展，其中包括对聚类指标为等权重的ISODATA模糊聚类理论的发展. 文中列举的年径流中长期预报应用实例，进一步说明了可变模糊聚类迭代模型的实用意义.

参考文献：

[1] ZADEH L A. Fuzzy sets [J]. **Information and Control**, 1965, **8**:338-353

[2] BEZDEK L C. Physical interpretation of fuzzy ISODATA [J]. **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics**, 1976, **SMC-6**(5):387-389

[3] BEZDEK J C, HATHAWAY R. Local convergence of the fuzzy *c*-means algorithms [J]. **Pattern Recognition**, 1986, **19**(6):477-480

[4] CHEN Shou-yu. Relative membership function and new frame of fuzzy sets theory for pattern recognition [J]. **The Journal of Fuzzy Mathematics**, 1997, **5**(2):401-411

[5] 陈守煜. 模糊识别，决策与模糊聚类理论模型[J]. 模糊系统与数学，1991，**5**(2):83-91

[6] 陈守煜. 系统模糊决策理论与应用[M]. 大连：大连理工大学出版社，1994

[7] 陈守煜. 模糊聚类循环迭代理论与模型[J]. 模糊系统与数学，2004，**18**(2):57-61

[8] 陈守煜. 复杂水资源系统优化模糊识别理论与应用[M]. 长春：吉林大学出版社，2002

[9] 陈守煜. 工程模糊集理论与应用[M]. 北京：国防工业出版社，1998

[10] 陈守煜. 工程可变模糊集理论与模型——模糊水文水资源学数学基础[J]. 大连理工大学学报，2005，**45**(2):308-312
(CHEN Shou-yu. Theory and model of engineering variable fuzzy set — Mathematical basis for fuzzy hydrology and water resources [J]. **Journal of Dalian University of Technology**, 2005, **45**(2):308-312)

[11] 陈守煜. 可变模糊集理论——兼论可拓学的数学与逻辑错误[J]. 大连理工大学学报，2007，**47**(4):620-624
(CHEN Shou-yu. Variable fuzzy sets theory — and on mathematical mistakes and logic error in extenics theory [J]. **Journal of Dalian University of Technology**, 2007, **47**(4):620-624)

[12] 陈守煜. 水资源与防洪系统可变模糊集理论与方法[M]. 大连：大连理工大学出版社，2005

[13] 陈守煜，胡吉敏. 可变模糊工程综合评定方法及其应用[J]. 系统工程与电子技术，2008(8):1474-1477

[14] 陈守煜. 模糊可变集合与可变模糊识别模型兼论可拓集合的数学逻辑错误[C] // 数学及其应用. 北京：原子能出版社，2007

[15] 陈守煜. 可变模糊集理论与可变模型集[J]. 数学的实践与认识，2008，**38**(18):146-153

[16] 陈守煜. 工程水文水资源系统模糊集分析理论与实践[M]. 大连：大连理工大学出版社，1998

Rationality analysis and application test of variable fuzzy clustering iterative model

CHEN Shou-yu*[1], LI Min[1], WANG Shu-ying[1,2]

(1. School of Civil and Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. Hydrological and Water Resources Bureau of Zhejiang Province, Hangzhou 310009, China)

Abstract: The variable fuzzy clustering iterative model (VFCIM) was analyzed deeply. By comparing VFCIM and well-known ISODATA clustering iterative model with equal index weights, the rationality and convergence of VFCIM were demonstrated. At the same time, it is pointed out that the ISODATA clustering iterative model is a special case of VFCIM. An example is enumerated in the field of water resources, that is mid-long term runoff forecasting, which verifies the practicality of variable fuzzy clustering iterative model.

Key words: variable fuzzy clustering; rationality analysis; application test; relative membership degree