

无限水深内完全非线性数值波浪水槽建立

宁德志^{*1}, 滕斌¹, 勾莹¹, 孙金丽²

(1. 大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024;

2. 海洋石油工程股份有限公司, 天津 300452)

摘要: 基于无旋、不可压的势流理论, 利用高阶边界元法建立了一种可应用于无限水深的无粘三维完全非线性数值波浪水槽. 研究中, 自由水面条件为完全非线性边界条件, 进而可以模拟任意强的非线性波浪. 将镜像格林函数应用到无限水深的数值波浪水槽中, 以至于两水槽侧壁可以排除于计算域外. 为了产生相应的入射波和吸收出流波浪, 一个由点源组成的造波装置被布置在计算域内, 同时在出流边界布置人工阻尼层来吸收出流波浪. 线性的和完全非线性数值实验验证了所建立的数值模型可以用来产生无限水深的任何指定波浪, 计算结果与解析解吻合得很好, 且在出流边界没有反射.

关键词: 数值波浪水槽; 镜像格林函数; 高阶边界元法; 完全非线性

中图分类号: O242.1 **文献标志码:** A

0 引言

准确模拟强非线性波浪的传播及对海洋结构物的作用在海洋工程方面是一非常重要的课题. 完全非线性数值波浪水槽是解决这样问题的一种有效途径. 在过去的 20 年里, 数值波浪水槽技术已经成为一种高效的计算工具, 并被广泛地用于解决各类水波问题. 譬如, Xu^[1]、Kim 等^[2] 和 Ning 等^[3] 运用高阶边界元方法来模拟完全非线性波浪; Ferrant 等^[4,5] 利用相似的方法解决完全非线性规则和不规则波浪的绕射问题; Celebi^[6] 和 Beck^[7] 采用去奇异边界元方法来计算完全非线性波浪荷载; Hu 等^[8] 和 Wang 等^[9] 用有限元方法来求解完全非线性水波问题; 然而, 所有这些研究目前仅仅局限于有限水深问题. 随着海洋开发不断向深海推进, 经常会出现上千米深海域内作业的情况, 而这些区域又经常会有几十米的大浪出现, 因而建立和模拟极深海域内的完全非线性波浪数值模型成为关键所在.

为了建立一个可以应用于无限水深的数值波浪水槽模型, 解决这个无限大计算域问题, 本文利

用一种新的高阶边界元方法建立一个可以应用到无限水深的完全非线性数值波浪水槽模型, 并通过数值计算与五阶斯托克斯理论解进行比较和分析.

1 控制方程及边界条件

在笛卡尔坐标系 (x, y, z) 下用速度势 ϕ 来表达不可压无粘无旋三维流动问题, 其中坐标系 x 轴位于静水面上, z 轴向上为正, 如图 1 所示. 用 t 代表时间, η 表示波面高度, 水深趋于无限深, 自由水面和固体边界(两个水槽侧壁)分别由 S_f 和 S_b 表示. 入射波浪通过由垂直分布在水体内部的造波源控制水体流量来产生.

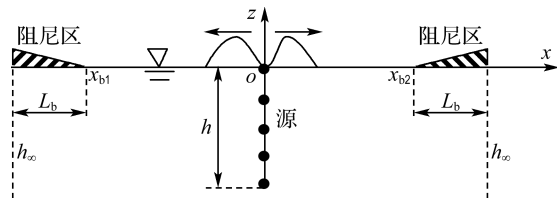


图 1 定义图

Fig. 1 Definition sketch

收稿日期: 2007-08-10; 修回日期: 2009-09-05.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50709005, 10772040, 50639030); “八六三”国家高技术研究发展计划资助项目(2006AA09A109-3); 大连理工大学青年教师基金资助项目.

作者简介: 宁德志^{*}(1975-), 男, 博士, 讲师, E-mail: dzning@dlut.edu.cn; 滕斌(1958-), 男, 博士, 长江学者奖励计划特聘教授, 博士生导师.

由于流域内造波源的出现,本文中速度势 ϕ 将满足 Poisson 方程^[10]

$$\nabla^2 \phi = q^* \tag{1}$$

式中: $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, 是三维拉普拉斯 (Laplace) 算子; $q^* = q^*(x, y, z)$, 是造波源的流量密度. 换言之, 通过一个单位体积的流体流量是 $q^* \, dx dy dz$. 这种产生入射波浪的方法不同于以往常用的方法, 譬如在入射边界给定造波板速度^[3]. 其优点在于可以产生任意需要的波浪且能使反射回来的波浪通过造波面而不发生二次反射.

由物质导数和伯努力方程推得, 在瞬时自由水面上满足完全非线性动力和运动边界条件. 在本文研究中, 由于半混合欧拉 - 拉格朗日方法被用来更新自由水面, 进而自由水面边界条件可以表达为如下形式:

$$\frac{\delta \eta}{\delta t} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial z}; \text{在 } S_f \text{ 上} \tag{2}$$

和

$$\frac{\delta \phi}{\delta t} = -\frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi - g \eta + \frac{\delta \eta}{\delta t} \cdot \frac{\delta \phi}{\delta z}; \text{在 } S_f \text{ 上} \tag{3}$$

式中: g 为重力加速度, 时间导数 $\delta/\delta t = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$, 速度向量 $\mathbf{v} = (0 \quad 0 \quad \delta \eta/\delta t)$.

在两水槽侧壁上, 满足第二类边界条件

$$v_n = \partial \phi / \partial \mathbf{n} = 0; \text{在 } S_b \text{ 上} \tag{4}$$

式中: $\mathbf{n}$ 为单位法向矢量, 指出流体为正.

由于所研究的问题是在时域内开展, 那么相应的初始条件一定要给定. 这里假定自由水面初始时是静止的, 即

$$\phi = \eta = 0; t \leq 0 \tag{5}$$

2 数值方法

2.1 边界积分方程

在整个流域 Ω 内运用格林第二定理, 前面的边值问题就可以转化为下面的边界积分方程^[11, 12]

$$\begin{aligned} \alpha(p) \phi(p) = & \int_S \left(\phi(q) \frac{\partial G(p, q)}{\partial n} - \right. \\ & \left. G(p, q) \frac{\partial \phi(q)}{\partial n} \right) dS + \\ & \int_{\Omega} q^* G(p, q) d\Omega \end{aligned} \tag{6}$$

式中: $p = (x_0, y_0, z_0)$ 和 $q = (x, y, z)$ 分别是源点和场点, $\alpha(p)$ 为固角系数. $G(p, q)$ 是格林函数, 由于目前所考虑的是近于无限大计算域问题, 如果应用简单格林函数 $(1/r)$ 求解将会十分困难; 这里采用镜像水槽格林函数来解决这个问题, 通过两水槽侧壁无限次反射得到的像叠加, 这样就可以把无限长的水槽侧壁排除在计算域外. 为了确保所建立格林函数的收敛性, 每项都减去参数 $1/nB$ ^[13]. 则所建立的格林函数写为

$$\begin{aligned} G(p, q) = & -\frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} + \right. \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{X^2 + (Y + 2nB)^2 + Z^2}} + \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{\sqrt{X^2 + (Y - 2nB)^2 + Z^2}} - \frac{1}{nB} \right) \right] \end{aligned} \tag{7}$$

式中: $X = x - x_0, Y = y - y_0, Z = z - z_0, B$ 是水槽宽度. 式(7)中的求和各项分别代表点源在两水槽侧壁中所形成的镜像. 相似的方法也曾被用在频域内解决线性波浪的绕射和辐射问题^[14]. 对于方程(7)这个趋于无穷的计算式子, 按照 Newman^[13] 方法将其转化为汉克尔 (Hankel) 函数精确求解.

式(1)中的流量密度可以写成如下形式:

$$q^* = 2v\delta(x - x_s) \tag{8}$$

式中: $v = v(x, y, z, t)$, 对应于所产生波浪的水平质点速度; x_s 是造波源的水平坐标, 本文选在 $x_s = 0$ 处, $\delta(x - x_s)$ 是 Dirac delta 函数.

2.2 离 散

在本文研究中, 用高阶边界元对边界面进行离散. 在边界单元内, 用形状函数对物理变量进行插值, 也就是说所有的单元都是等参的. 则单元内各变量可以写成如下形式:

$$[x, y, z] = \sum_{k=1}^K h^k(\xi, \zeta) [x_k, y_k, z_k] \tag{9}$$

$$\phi(\xi, \zeta) = \sum_{k=1}^K h^k(\xi, \zeta) \phi_k \tag{10}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} = \sum_{k=1}^K h^k(\xi, \zeta) \left(\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} \right)_k \tag{11}$$

式中: (ξ, ζ) 是指局部坐标; $[x_k, y_k, z_k], \phi_k, (\partial \phi / \partial \mathbf{n})_k$ 和 h^k 分别是节点 k 的坐标、速度势、速度势法向导数和形状函数; K 是单元节点个数 (本

文中采用八节点四边形单元)。

把方程(8)~(11)代入式(6)中,积分方程可以离散为如下形式:

$$\begin{aligned} &\alpha(p)\phi(p) - \sum_{i=1}^{N_{e_2}} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \sum_{k=1}^K h^k(\xi, \zeta) \phi_k \times \\ &\frac{\partial G(p, q(\xi, \zeta))}{\partial \mathbf{n}} \mid \mathbf{J}(\xi, \zeta) \mid \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\zeta = \\ &- \sum_{i=1}^{N_{e_2}} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 G(p, q(\xi, \zeta)) \frac{\partial \phi(q(\xi, \zeta))}{\partial \mathbf{n}} \times \\ &\mid \mathbf{J}(\xi, \zeta) \mid \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\zeta + \sum_{i=1}^{N_{e_1}} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 2vG(p, q(\xi, \zeta)) \times \\ &\mid \mathbf{J}(\xi, \zeta) \mid \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\zeta \end{aligned} \quad (12)$$

式中: $\mathbf{J}(\xi, \zeta)$ 是联系广义坐标和局部坐标的雅可比(Jacobian)矩阵, N_{e_1} 和 N_{e_2} 分别是自由水面和源造波面上的单元个数。

对于线性波浪,式(12)中的速度可以表示为如下形式:

$$v(x, y, z, t) = A\omega e^{kz} \cos(kx - \omega t) \quad (13)$$

与其相应的线性波面为

$$\eta_l(x, y, z, t) = A \cos(kx - \omega t) \quad (14)$$

式中: k 是波数, A 是入射波幅, k 和 ω 满足下列深水线性色散方程

$$\omega^2 = gk \quad (15)$$

对于完全非线性波浪,这里入射波速度由适用于深水的五阶斯托克斯(Stokes)解析速度势求得得到^[15]

$$\begin{aligned} v(x, y, z, t) = &\frac{1}{k} \left[\left(k\epsilon - \frac{1}{2}k\epsilon^3 - \frac{37}{24}k\epsilon^5 \right) e^{kz} \times \right. \\ &\cos(kx - \omega t) + k\epsilon^4 e^{2kz} \times \\ &\cos 2(kx - \omega t) + \frac{1}{4}k\epsilon^5 e^{3kz} \times \\ &\left. \cos 3(kx - \omega t) \right] \cdot \sqrt{g/k} \end{aligned} \quad (16)$$

对应的波面高度为

$$\begin{aligned} \eta = &\frac{1}{k} \left[\left(\epsilon - \frac{3}{8}\epsilon^3 - \frac{422}{384}\epsilon^5 \right) \times \right. \\ &\cos(kx - \omega t) + \left(\frac{1}{2}\epsilon^2 + \frac{1}{3}\epsilon^4 \right) \times \\ &\cos 2(kx - \omega t) + \left(\frac{3}{8}\epsilon^3 + \frac{297}{384}\epsilon^5 \right) \times \\ &\cos 3(kx - \omega t) + \frac{1}{3}\epsilon^4 \cos 4(kx - \omega t) + \\ &\left. \frac{125}{384}\epsilon^5 \cos 5(kx - \omega t) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

式中波陡 $\epsilon = kA$,且满足如下色散关系:

$$1 + \frac{\epsilon^2}{2} + \frac{\epsilon^4}{8} = \frac{\omega}{\sqrt{gk}} \quad (18)$$

最后式(12)可以建立如下式的线性方程组

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (19)$$

式中: $\mathbf{x}$ 是自由水面上未知法向速度向量, $\mathbf{A}$ 是影响系数矩阵, $\mathbf{b}$ 是由式(12)右侧所得到的列向量。

由于所有的节点和网格在每一时间步都要更新,上述所建立的方程也要在每一时间步重新建立并求解一次.本文采用四阶龙格-库塔(Runge-Kutta)积分方法和半混合欧拉-拉格朗日方法来完成上述更新和求解任务,Ning等^[3]对其具体应用过程做了详细的描述.在计算初时的前两个周期内,一个缓冲函数应用到入射边界上,这样可以使入射波浪逐渐生成.在计算域的两个出流边界,布置数值阻尼层来吸收出流波浪,避免反射现象发生,额外的耗散项需要加到自由表面边界条件上^[3].

2.3 光滑技术

当模拟波陡很大的波浪时,需要对自由水面上进行光滑以免所谓的锯齿形波浪产生,导致计算不稳定.本文运用五点光滑技术对波面 η 和速度势 ϕ 进行光滑处理^[16]

$$\eta_i^* = \frac{1}{16}(-\eta_{i-2} + 4\eta_{i-1} + 10\eta_i + 4\eta_{i+1} - \eta_{i+2}) \quad (20)$$

和

$$\phi_i^* = \frac{1}{16}(-\phi_{i-2} + 4\phi_{i-1} + 10\phi_i + 4\phi_{i+1} - \phi_{i+2}) \quad (21)$$

这里光滑的次数要根据所模拟波浪的陡缓情况来决定。

3 计算结果和讨论

利用前面所建立的模型对无限水深中的线性和完全非线性波浪传播进行数值模拟,首先通过数值实验对源造波面的长度进行检验,从式(13)和(16)可以看出,线性和完全非线性波浪质点速度都随着水深的增加而衰减.换言之,只有一定深度的造波源才对波浪的产生有贡献.这里选取波浪周期 $T=2.0$ s和波陡 $kA=0.2$ 的线性波和非线性波来进行数值实验,通过截取不同长度的造波源面产生的稳定波浪幅值,并分别与线性解析

解(A_1)和五阶斯托克斯解析解(A_5)对比,结果如图 2 和 3.从图中可以看出,当造波面截取到 0.5 倍波长时,就可以产生本文需要的波浪,其中图 3 中的结果分别是波峰处的幅值(A_c)对比和波谷处的幅值(A_t)对比.

考虑角频率为 ω 和周期为 T 的波浪在极限深海域内传播,其相对应的线性和完全非线性波数 k 和波长 λ 可以分别通过式(15) 和(18) 求得. 计算域的大小分别定义为长 $L = 6\lambda(-1.5\lambda \leq x \leq 4.5\lambda)$,宽 $B = 0.2\lambda(0 \leq y \leq 0.2\lambda)$;布置在两个出流边界的阻尼层长度均是 1.5λ .

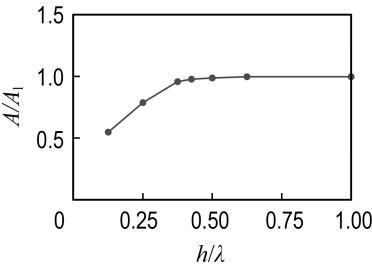


图 2 造波源布置深度对生成线性波浪幅值的影响

Fig. 2 Effect of the depth of sources on the linear wave amplitude generated

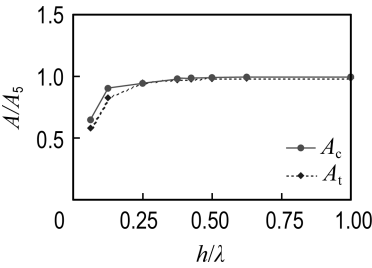


图 3 造波源布置深度对生成非线性波浪幅值影响

Fig. 3 Effect of the depth of sources on the nonlinear wave amplitude generated

首先对周期 $T = 2.0\text{ s}$,波陡 $kA = 0.1$ 的波浪,通过数值实验对空间步长 Δx 和时间步长 Δt 的收敛性进行检验. 图 4 给出了点 $(\lambda/2, B/2)$ 的波面时间历程,其结果分别来自粗网格(M1: $\Delta x = \lambda/8$)、中等网格(M2: $\Delta x = \lambda/16$)和细网格(M3: $\Delta x = \lambda/24$)3 种,从图中可以看出,由细网格和中等网格计算的波面已经很好地重合在一起了,说明用 M2 网格即可以满足收敛要求. 相似的

数值实验分别针对时间步长 $\Delta t = T/20, T/40$ 和 $T/60$ 进行,当 $\Delta t = T/40$ 时即可以满足收敛要求.

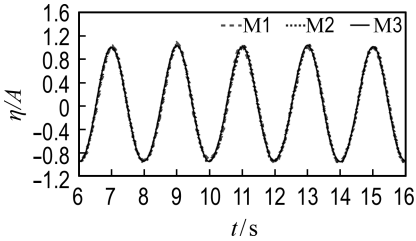


图 4 选用不同网格大小时点 $(\lambda/2, B/2)$ 的波面时间历程

Fig. 4 Time history of wave elevation at $(\lambda/2, B/2)$ for different element sizes

利用式(13)作为入射边界条件对上述极限水深线性波浪进行模拟,图 5 给出了当波陡 $kA = 0.05$ 时,点 $(1.5\lambda, B/2.0)$ 的线性数值波面时间历程及与解析解(由式(14)可推得)的比较,图中纵坐标通过除以入射波幅做量纲一化处理. 从图中可以看出,由于在入射边界应用缓冲函数,波面的增长有个渐变的过程,当波面稳定后数值结果与线性解析结果吻合得非常好. 图 6 给出了 $t = 10T$ 和 $11T$ 时水槽中线的波面分布及与线性解析结

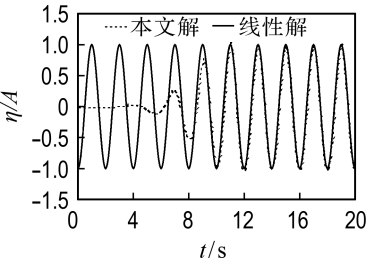


图 5 点 $(1.5\lambda, B/2.0)$ 波面时间历程图

Fig. 5 Time history of wave elevation at $(1.5\lambda, B/2.0)$

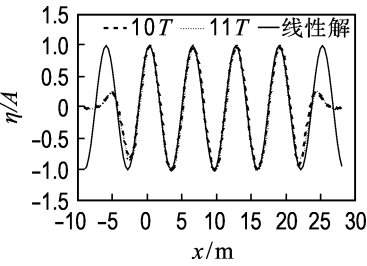


图 6 水槽中线波面分布图

Fig. 6 Wave elevations along the plane of symmetry

果的对比,可以看出,两出流边界的阻尼层消波效果非常好,基本上没有反射现象发生,同时两个不同周期的波面与解析解都重合得很好,说明波浪传播在 $t=10T$ 时就已经达到稳定了.需要说明的是,在这个算例中,没有应用光滑技术.

将式(16)代入入射边界条件,对极限水深的完全非线性波浪传播进行模拟.图 7 给出了上述波浪不同波陡情况下的完全非线性波面时间历程及与五阶斯托克斯解析解的对比,其中图 7(a)对应波陡 $kA=0.21$ 时点 $(0.5\lambda,B/2,0)$ 的波面时间历程,图 7(b)对应波陡 $kA=0.31$ 时点 $(1.0\lambda,B/2,0)$ 的波面时间历程,这里数值模拟中都用了光滑技术,其中前者每 8 个时间步光滑一次,后者每 4 个时间步光滑一次.从图中可以看出,数值结果与五阶解析解吻合得非常好,除了初始阶段外,波面最大幅值几乎保持为常值;同时也看出波面的非线性特点非常明显,波峰高而尖,波谷扁而平,这些现象随着波陡 kA 的增大变得更加显著.为了进一步分析波浪的非线性效果,对图 7(b)进行富里埃分析得到波浪谱随频率 $f(=1/T)$ 分布情况,如图 8 所示,从图中可以看出,数值结果和五阶斯托克斯解析解的波浪谱吻合得非常好,除了明显的线性波作用外,可以看到二倍频、三倍频波

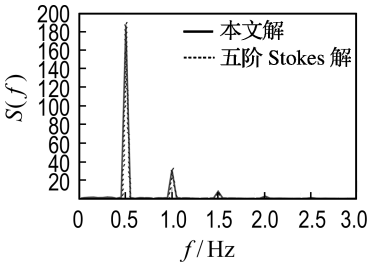
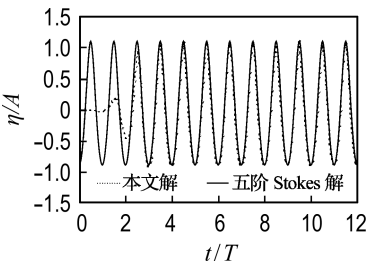


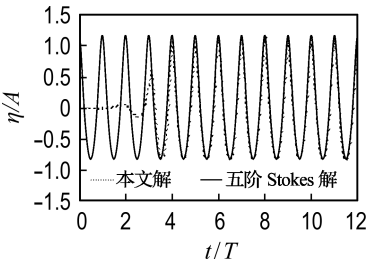
图 8 波陡 $kA=0.31$ 时点 $(1.0\lambda,B/2.0)$ 的波面谱分析

Fig. 8 Distribution of wave spectrum at $(1.0\lambda,B/2.0)$ with $kA=0.31$

浪的明显效果,并可以在 $f=2.0、2.5$ 处隐约辨别到四倍频和五倍频波浪,这里线性波、二倍频、三倍频、四倍频和五倍频波浪分别占总波浪的 81.26%、13.64%、3.53%、1.13%和 0.44%,由此可以看出,对于极深海域内的大浪若只是用线性理论进行工程计算,将会造成很大误差.图 9 分别给出了不同时刻这两种波陡的波浪水槽中线波面分布及与五阶斯托克斯解析解的对比.能够看出,波浪从造波面稳定向两端传播,在两出流边界仍没有反射现象发生,说明本文用到的人工阻尼层对于非线性很强的波浪仍然有效.图 10 给出了 $kA=0.21$ 和 $t=8T$ 时的水槽中线波面分布,其中



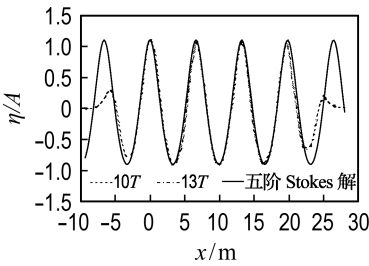
(a) $kA=0.21$



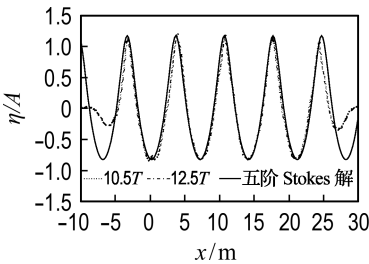
(b) $kA=0.31$

图 7 不同波陡时的波面历程

Fig. 7 Time histories of surface elevation with different wave slopes



(a) $kA=0.21$



(b) $kA=0.31$

图 9 两种波陡情况下水槽中线波面分布

Fig. 9 Free surface elevation spatial profiles for two steepnesses

两条曲线一条是没有经过光滑处理的,另一条是经过光滑处理的,从图中可以看出未经过光滑处理的曲线有很多锯齿形的毛刺,显然无法符合要求.图11给出了波陡 $kA=0.31$, $t=12T$ 时的三维波面图.

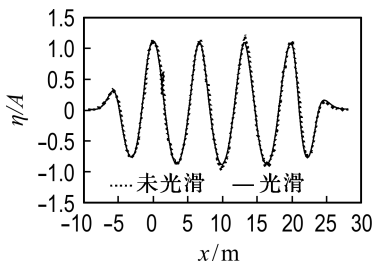


图10 光滑与未光滑结果的比较

Fig. 10 Comparison of results with and without smoothing

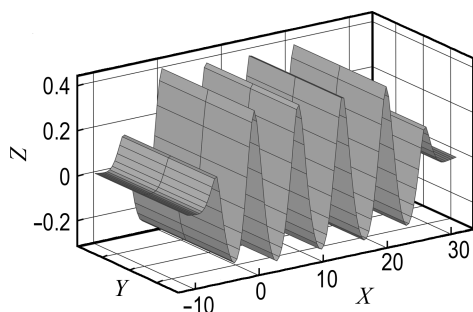


图11 $kA=0.31$ 和 $t=12T$ 时三维波面图

Fig. 11 3D wave profile at $t=12T$ as $kA=0.31$

4 结 语

本文通过将一个镜像水槽格林函数应用到高阶边界元方法中,进而将无限水深的无限域问题转化为有限域问题,建立了适用于极限水深的完全非线性数值波浪水槽模型.计算结果表明,新方法模拟的结果与解析解吻合非常好,可以产生任意需要的波浪而且能够准确地模拟极限水深中强非线性波浪的传播.在此基础上,下一步将开展关于完全非线性波浪与结构物在极深水域内的相互作用问题研究,以便为工程实践提供依据.

参考文献:

[1] XU H. Numerical study of fully nonlinear water waves in three dimensions [D]. Cambridge:

Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1992

- [2] KIM D J, KIM M H. Wave-current-body interaction by a time-domain high-order boundary element method [C] // **Proceeding of the 7th International Offshore and Polar Engineering Conference (ISOPE-97)**. Honolulu:International Society of Offshore and Polar Engineering, 1997:107-115
- [3] NING De-zhi, TENG Bin. Numerical simulation of fully nonlinear irregular wave tank in three-dimension [J]. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, 2007, **53**(12):1847-1862
- [4] FERRANT P. Fully nonlinear interactions of long-crested wave packets with a three-dimensional body [C] // **Proceeding of 22nd ONR Symposium on Naval Hydrodynamics**. Washington:National Academy Press, 1998:403-415
- [5] FERRANT P, LE TOUZÈ D, PELLETIER K. Nonlinear time domain models for irregular wave diffraction about offshore structures [J]. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, 2003, **43**:1257-1277
- [6] CELEBI M S. Nonlinear transient wave-body interactions in steady uniform currents [J]. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 2001, **190**:5149-5172
- [7] BECK R F. Time-domain computations for floating bodies [J]. **Applied Ocean Research**, 1994, **16**: 267-282
- [8] HU P, WU G X, MA Q W. Numerical simulation of nonlinear wave radiation by a moving vertical cylinder [J]. **Ocean Engineering**, 2002, **29**(14):1733-1750
- [9] WANG C Z, KHOO B C. Finite element analysis of two-dimensional nonlinear sloshing problems in random excitations [J]. **Ocean Engineering**, 2005, **32**:107-133
- [10] BRORSEN M, LARSEN J. Source generation of nonlinear gravity waves with the boundary integral equation method [J]. **Coastal Engineering**, 1987, **11**:93-113
- [11] BREBBIA C A, WALKER S. **Boundary Element**

Techniques in Engineering [M]. London: Newnes-Butterworths, 1980

diffraction/radiation [J]. Applied Ocean Research, 1995, 17:71-77

[12] LIGGET J A, LIU P L. The Boundary Integral Equation Method for Porous Media Flow [M]. London:George Allen & Unwin, 1983

[15] FENTON J D. A fifth-order Stokes theory for steady waves [J]. Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, 1985, 111: 216-234

[13] NEWMAN J N. Approximation of free-surface Green functions [M] // MARTIN P A, WHICKHAM G R. Wave Asympotics. Cambridge: Cambridge University Press, 1992:107-142

[16] LONGUET-HIGGINS M S, COKELET E D. The deformation of steep surface waves on water, I:a numerical method of computation [J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1976, 350A:1-25

[14] TENG B, TAYLO R E. New higher-order boundary element methods for wave

Foundation of fully nonlinear numerical wave tank in an infinite water-depth

NING De-zhi^{*1}, TENG Bin¹, GOU Ying¹, SUN Jin-li²

(1.State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2.Offshore Oil Engineering Co., Ltd., Tianjin 300452, China)

Abstract: Inviscid three-dimensional fully nonlinear numerical wave tank is founded using a quadratic higher-order boundary element model (HOBEM) based on potential theory for irrotational, incompressible fluid flow in an infinite water-depth. The free surface boundary conditions are fully nonlinear, and so nonlinear effects up to a high order can be modeled. An image Green function is applied to the present model so that two lateral surfaces of an infinite-depth wave tank can be excluded from the calculation domain. In order to generate incident waves and dissipate outgoing waves, a non-reflective wave generator, composed of a series of vertically aligned point sources in the computational domain, is used in conjunction with a downstream damping layer. Numerous numerical experiments are carried out with linear and fully nonlinear waves. It can be seen from the results that the present approach is effective in generating a specified wave profile in an infinite water-depth without reflection at the open boundaries, and fully nonlinear numerical simulations compare well with theoretical solutions.

Key words: numerical wave tank; image Green function; higher-order boundary element model (HOBEM); fully nonlinearity