

# 水槽二维聚焦波浪特性试验研究

孙一艳<sup>1</sup>, 柳淑学<sup>\*1</sup>, 臧军<sup>2</sup>, 李金宣<sup>1</sup>

(1. 大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024;

2. 巴斯大学 建筑与土木工程系, 英格兰 巴斯 BA2 7AY)

**摘要:** 为更好地模拟波浪的非线性变化过程, 给出了在实验室水槽中采用波浪聚焦产生极限波浪的方法. 针对聚焦波浪的特点, 采用波峰聚焦和波谷聚焦相加减的方法分析了其谐波分量的特性, 结果表明, 波浪之间的相互作用, 导致低频和高频谱波分量的产生; 非线性波浪随着输入波幅的增大而增大, 高阶分量的频率范围随着输入频率范围的增大而增大.

**关键词:** 聚焦波; 谐波; 非线性

**中图分类号:** P731.2 **文献标志码:** A

## 0 引言

在研究波浪对海洋工程建筑物作用时, 以前一般都用规则波或者长时间的随机波浪来进行模拟研究, 但实际海浪是不规则的非线性波浪, 因此规则波不能很好地模拟实际的波浪情况. 而采用随机波浪模拟时, 要想生成一个符合实际的极限情况则需要很长的时间, 为实验室研究带来很大的不便. 由不同频率组成的波在指定的时间和地点波峰或波谷叠加产生的聚焦波浪则可以很好地在短时间内模拟实际极限海浪的真实情况, 因此采用聚焦波浪为实验室模拟极限波浪对建筑物的作用带来极大的方便.

目前关于聚焦波浪的特性研究较多, Rapp等<sup>[1]</sup>和 Kway等<sup>[2]</sup>对深水破碎波浪进行了实验研究, 详细介绍了实验室生成聚焦破碎波浪的方法和造波原理, 对破碎时不同输入谱、不同波浪破碎形式的能量损失进行了分析比较. Baldock等<sup>[3~5]</sup>将等波幅谱作为输入谱, 通过数学模型与实验结果的比较得出, 聚焦点处波形是对称的, 此时能量达到最大. 波与波之间的非线性随着输入波幅的增大而增大, 随着谱宽的增大而减小. 实验证明了聚焦波非线性作用的重要性, 但由于采用的是等波幅作为输入谱, 波浪特性与实际波浪有一定的

差异. Contento等<sup>[6]</sup>用数值模拟分析了封闭水槽内二维聚焦不破碎波浪的非线性作用, 提出波浪的非线性, 导致组成波相位的变化以及部分能量向高频的转移. 庞红犁等<sup>[7]</sup>主要对极端瞬态波浪的特性进行了总结, 指出了极端瞬态波浪的非正态分布、强非线性强非对称等特征. Hong等<sup>[8]</sup>、Liu等<sup>[9]</sup>主要是对多向聚焦破碎波浪的传播特性进行了试验研究, 研究表明, 当聚焦波能量(或波峰)达到一定极限时, 波浪发生破碎, 破碎过程中的能量损失主要来自高频谐波部分.

本文介绍在实验室生成二维聚焦波浪的方法, 并对聚焦波浪的传播特性进行试验研究.

## 1 水槽中聚焦波的产生方法

根据线性叠加原理, 波浪的波面升高可以表示成

$$\eta(x, t) = \sum_{i=1}^N a_i \cos(k_i x - \omega_i t + \varphi_i) \quad (1)$$

式中:  $N$  为组成波的个数,  $a_i$  为组成波的振幅,  $k_i$  为波数,  $\varphi_i$  为组成波的初始相位. 波数与频率满足色散关系.

假定波浪在指定时刻  $t = t_b$  时聚焦于位置  $x_b$ , 即各组成波的波峰在该处叠加, 则要求各组成波的初相位满足下式:

$$\varphi_i = -k_i x_b + \omega_i t_b + 2m\pi; m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2)$$

将式(2)代入式(1),并取  $m = 0$ ,这时任意位置处波浪的波面  $\eta(x, t)$  为

$$\eta(x, t) = \sum_{i=1}^N a_i \cos[k_i(x - x_b) - \omega_i(t - t_b)] \quad (3)$$

即聚焦波浪的波面取决于波浪聚焦的位置和时间以及相应组成波的频率. 假定造波机位于  $x = 0$  处,由线性造波理论可知,在水槽某一位置  $x_b$  产生聚焦波浪的造波机信号可以通过下式计算:

$$S(t) = \sum_{i=1}^N \frac{a_i}{T(f_i)} \sin[k_i(x - x_b) - \omega_i(t - t_b)] \quad (4)$$

式中:  $T(f_i)$  为造波机的传递函数. 对于推板式造波机,可按下式计算:

$$T(f_i) = \frac{4 \sinh^2(k_i h)}{2k_i h + \sinh(2k_i h)} \quad (5)$$

各组成波的振幅  $a_i$  取决于波浪的频谱分布形式,聚焦波波幅  $A$  由输入的频谱参数决定,假设把  $A$  定义为聚焦点处的波浪振幅,则有

$$A = \sum_{i=1}^N a_i \quad (6)$$

很明显,当给定的聚焦波幅  $A$  为正值,波峰聚焦;如果给定的波幅  $A$  为负值,波谷聚焦. 另外假设离散频率  $f_i$  均匀分布在频率区间  $[f_{\min}, f_{\max}]$  内,定义频率区间的宽度为

$$\Delta f = f_{\max} - f_{\min} \quad (7)$$

实际上,在大波峰的区域,极限波的平均波形同海浪谱的自相关函数的形状基本一致. 对于波浪中的最大波,其振幅由瑞利分布给出. 则生成聚焦波组成波的振幅可表示为

$$a_i = AS_i(\omega) \Delta\omega_i / \sum_i S_i(\omega) \Delta\omega_i \quad (8)$$

其中  $S_i(\omega)$  为能量谱,  $\Delta\omega_i$  为频率增量,本文谱型采用 JONSWAP 谱<sup>[10,11]</sup>,即

$$S(\omega) = \alpha \left(\frac{f}{f_p}\right)^{-5} f_p \exp\left[-1.25\left(\frac{f}{f_p}\right)^4\right] \times \gamma^{\exp[-(f/f_p)^2/2\sigma^2]} \quad (9)$$

式中:  $\sigma = 0.07(f \leq f_p)$  或  $0.09(f > f_p)$ ,  $f_p$  为谱峰频率;  $\alpha$  为可以调节谱型同聚焦波幅相匹配的参数.

## 2 试验布置及试验条件

试验是在大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室的海洋环境水槽内进行的,水槽长 50 m,宽 3 m,深 1 m,最大工作水深为 0.7 m. 在水槽一端布置有液压伺服不规则造波机,另一端布置有消能设备. 试验布置如图 1 所示,水槽内沿波浪方向布置 18 个浪高仪,试验中假设聚焦点为 29# 浪高仪处,距造波板距离为 11.4 m. 试验水深为 0.5 m,试验数据采集间隔为 0.02 s,采集次数为 3 000 次.

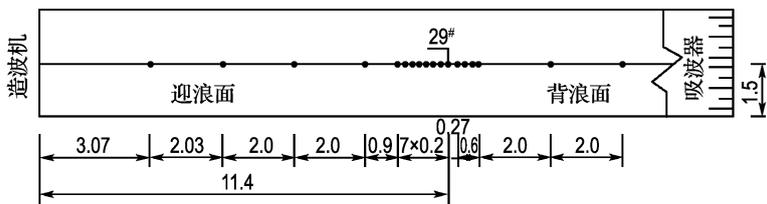


图 1 水槽内浪高仪布置图

Fig. 1 The arrangement of the wave gages

试验组次及输入参数如表 1,其中  $f_p$  为谱峰频率,  $A_i$  为输入的假定聚焦点处的波幅,  $A_0$  为实际测得的波幅. 很明显,实测波幅要大于输入波幅,而且这种差别随谱峰频率和波峰的增大而增大,但相对频率宽度的影响不大,其原因是,由于采用的是线性造波理论,并且忽略了造波系统的

机械传递函数以及波浪传播过程中的变形,产生的波浪与输入波浪有一定差别. 同时由于采用 JONSWAP 谱,很明显在高频和低频侧,频率宽度的变化对于波浪的特性影响较小. 因此在实际分析中,波浪大小应以实测波浪大小为准.

表1 试验参数及实测波幅

Tab.1 Experimental parameters and measured amplitudes

组次	$f_p/\text{Hz}$	$(f_{\min} \sim f_{\max})/\text{Hz}$	$\Delta f/\text{Hz}$	$\Delta f/f_p$	频率数	$A_i/\text{cm}$	$A_o/\text{cm}$
C1	1.25	1.05~1.45	0.40	0.320	29	2.8	5.14
C2	1.25	1.05~1.60	0.55	0.440	29	2.8	4.01
C3	0.83	0.60~1.06	0.46	0.554	29	3.0	3.19
C4	0.83	0.60~1.06	0.46	0.554	29	6.0	6.53
C5	0.83	0.60~1.06	0.46	0.554	29	8.0	9.67
C6	0.83	0.50~1.16	0.66	0.795	29	3.0	2.68
C7	0.83	0.50~1.16	0.66	0.795	29	6.0	6.62
C8	0.83	0.50~1.16	0.66	0.795	29	8.0	9.81
C9	0.62	0.40~1.00	0.60	0.968	29	3.0	3.31
C10	0.62	0.40~1.00	0.60	0.968	50	6.0	6.80
C11	0.83	0.50~1.36	0.86	1.036	50	3.0	3.06
C12	0.83	0.50~1.36	0.86	1.036	50	6.0	6.60
C13	0.83	0.50~1.36	0.86	1.036	50	8.0	10.43
C14	0.62	0.30~1.10	0.80	1.290	50	6.0	6.74
C15	0.62	0.40~1.20	0.80	1.290	50	6.0	6.84

### 3 试验结果分析

#### 3.1 聚焦波群的波面演变过程及时间序列的振幅谱

作为示例,考虑 C4 组波浪,图 2 分别给出了波峰波谷聚焦时水槽 4 个位置处的波面及其相应的振幅谱,4 个点距造波板的距离分别为 7.1、10.6、11.4 和 12.27 m.由图(a)所示的波峰聚焦波浪时间序列演变过程中可以看出,随着波浪向聚焦点处传播,波峰逐渐达到最大,在  $x=10.6$  m 处时,最大波峰两侧的波谷为左侧波谷大于右侧波谷;在聚焦点( $x=11.4$  m)处,波峰两侧波谷具有相同的幅值,波浪发生聚焦,而过了聚焦点后,右侧波谷开始增大.由振幅谱可以看出,分析 C4 组主峰频率等于 0.83 Hz,与给定的谱峰频率一致,而且 4 个点处的谱峰基本一致,线性波浪的能量基本不变,但由于波浪在传播过程中的非线性变化,低频和高频侧出现次峰.图(b)所示的波谷聚焦波浪具有类似的变化.

#### 3.2 波浪的谐波分量分析结果

如前所述,由于波浪在传播过程中,波浪之间的相互作用,产生低频和高频谐波分量.而采用聚焦波浪,对波峰和波谷聚焦波浪进行加减,可以很方便地分析所产生的谐波分量.为了说明这一问题,首先考虑两个不同频率、沿  $x$  方向传播的规则波,其合成波面可以写成

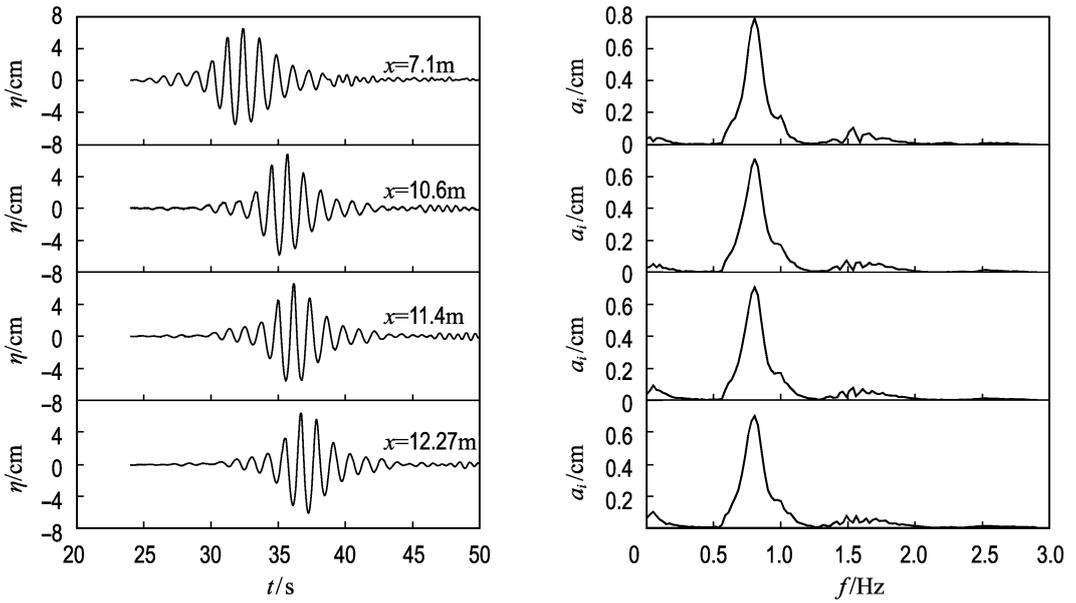
$$\eta(x,t) = a_1 \cos \psi_1 + a_2 \cos \psi_2 \quad (10)$$

式中: $\psi_i = k_i x - \omega_i t$  ( $i = 1, 2$ ),为波浪的相位.满足二阶边界条件的波面可以写成

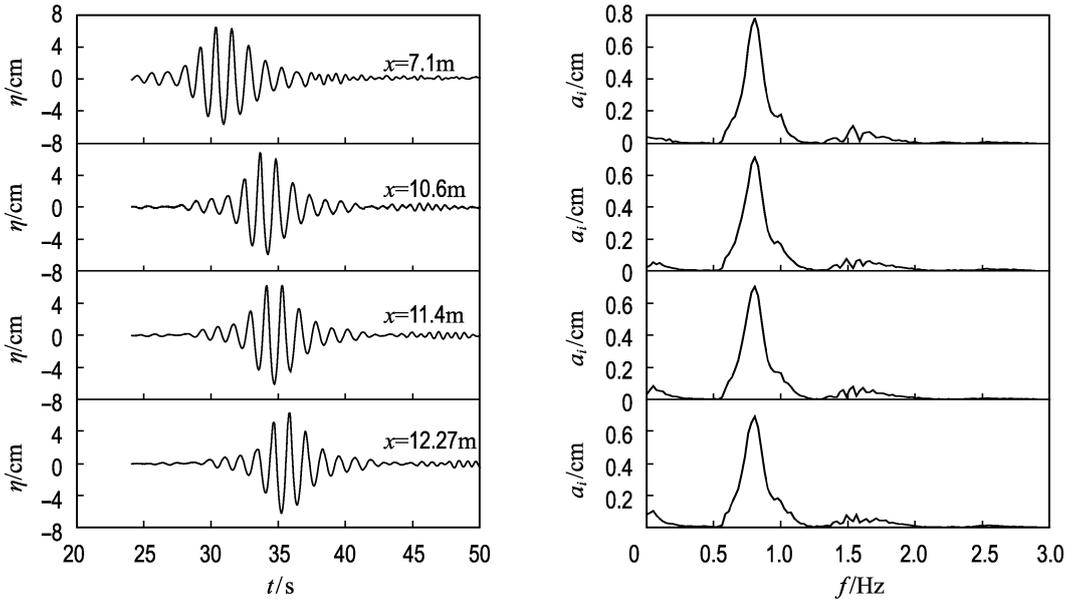
$$\begin{aligned} \eta(x,t) = & \eta_{(1)} + \eta_{(2)} + \eta_{(1,2)} = \\ & a_1 \cos \psi_1 + a_2 \cos \psi_2 + \\ & \frac{1}{2} a_1^2 H_2^+(\omega_1, \omega_1) \cos 2\psi_1 + \\ & \frac{1}{2} a_2^2 H_2^+(\omega_2, \omega_2) \cos 2\psi_2 + \\ & a_1 a_2 H_2^+(\omega_1, \omega_2) \cos(\psi_1 + \psi_2) + \\ & a_1 a_2 H_2^-(\omega_1, \omega_2) \cos(\psi_1 - \psi_2) \quad (11) \end{aligned}$$

式中: $H_2^+(\omega_1, \omega_2)$  和  $H_2^-(\omega_1, \omega_2)$  为二阶波面升高的传递函数,它只与组成波浪的频率和波数有关,与组成波的波幅无关,其表达式见文献[12]; $a_1 \cos \psi_1$  和  $a_2 \cos \psi_2$  分别为第 1 个波和第 2 个波的线性项,即自由波,满足前面所述的色散关系; $\frac{1}{2} a_1^2 H_2^+(\omega_1, \omega_1) \cos 2\psi_1$  和  $\frac{1}{2} a_2^2 H_2^+(\omega_2, \omega_2) \cos 2\psi_2$  分别为第 1 个波和第 2 个波的二阶项,其频率为线性组成波的 2 倍,称为锁相波,不满足色散关系方程;最后两项  $a_1 a_2 H_2^+(\omega_1, \omega_2) \cos(\psi_1 + \psi_2)$  和  $a_1 a_2 H_2^-(\omega_1, \omega_2) \cos(\psi_1 - \psi_2)$  为两个波的相互作用项,同样为锁相波,不满足色散关系方程,分别称为高频和低频谐波或和频和差频波.

很明显,如果考虑两个组成波的波峰在某一位位置聚焦,则波峰聚焦的波面升高可由式(11)表示,记为  $\eta_c$ .考虑相同的两个组成波,但输入的波幅取负值,则会在同一位置产生波谷聚焦,聚焦波面为



(a) 波峰聚焦波群



(b) 波谷聚焦波群

图 2 C4 组沿波浪方向 4 个点的时间序列和对应的振幅谱  
 ( $A_i = \pm 6.0 \text{ cm}$ ,  $f_p = 0.83 \text{ Hz}$ ,  $f_{\min} \sim f_{\max} = 0.60 \sim 1.06 \text{ Hz}$ )

Fig. 2 Time history and amplitude spectra at four points for group C4  
 ( $A_i = \pm 6.0 \text{ cm}$ ,  $f_p = 0.83 \text{ Hz}$ ,  $f_{\min} \sim f_{\max} = 0.60 \sim 1.06 \text{ Hz}$ )

$$\begin{aligned} \eta_t = & -a_1 \cos \psi_1 - a_2 \cos \psi_2 + \\ & \frac{1}{2} a_1^2 H_2^+(\omega_1, \omega_1) \cos 2\psi_1 + \\ & \frac{1}{2} a_2^2 H_2^+(\omega_2, \omega_2) \cos 2\psi_2 + \\ & a_1 a_2 [H_2^+(\omega_1, \omega_2) \cos (\psi_1 + \psi_2) + \\ & H_2^-(\omega_1, \omega_2) \cos (\psi_1 - \psi_2)] \end{aligned} \quad (12)$$

下标 t 代表波谷聚焦. 从式(11) 和式(12) 可以看

出, 对于相同的两个组成波波峰和波谷聚焦波浪, 一阶波浪符号相反, 而二阶波浪符号相同. 将波峰波谷这两个时间序列相加相减则有

$$\begin{aligned} \eta_{\text{add}} = & (\eta_c + \eta_t) / 2 = \\ & \frac{1}{2} a_1^2 H_2^+(\omega_1, \omega_1) \cos 2\psi_1 + \\ & \frac{1}{2} a_2^2 H_2^+(\omega_2, \omega_2) \cos 2\psi_2 + \end{aligned}$$

$$a_1 a_2 [H_2^+(\omega_1, \omega_2) \cos(\psi_1 + \psi_2) + H_2^-(\omega_1, \omega_2) \cos(\psi_1 - \psi_2)] \quad (13)$$

$$\eta_{\text{sub}} = (\eta_c - \eta_t) / 2 = a_1 \cos \psi_1 + a_2 \cos \psi_2 \quad (14)$$

这样相加后只剩下二阶项，相减后只有一阶线性项存在。事实上当扩展到高阶项时，则相加后只有偶数谐波项，相减后只有奇数谐波项存在。因此，采用波峰和波谷聚焦波浪，对波面进行简单的加减，即可得到波浪的谐波变化情况。

图 3 和 4 分别给出了对应 C3 和 C5 组波峰和波谷聚焦波浪相加相减后所得波面及对应的振幅谱，两组波浪除波幅大小不同外，其他参数均相同。从图中可以看出，波峰聚焦和波谷聚焦波浪相减后所得的波谱，主要为线性波浪谱，其谱峰频率为 0.83 Hz 左右，与实际输入的谱峰频率一致。同时出现三阶谐波波浪，其峰频在 2.5~2.6 Hz，与理论结果一致。线性波浪能量的大小随波幅的增大而增大，三阶波浪能量也同样如此，从图中可以

看出，基本未出现五阶以上波浪能量。

从波峰聚焦和波谷聚焦波浪相加后所得的波谱可以看出，波浪主要为二阶波浪，其主峰频率基本为线性波谱峰频率的 2 倍，同样与理论结果一致。二阶波浪的大小也同样随波幅的增大而增大。而在低频侧，有较大长波波浪产生，这里除包含波浪差频项的能量外，还有在造波过程中，由于采用线性造波理论而产生的伴随长波，因此在实际应用时，应考虑采用非线性造波理论，避免造波机产生污染波浪。

图 5 为 C8 组波浪的分析结果，该组波浪与 C5 组波浪除频率范围不同外，其余完全一致。与图 4 相比可以看出，随着线性波频率范围的增大，非线性高阶波浪的频率范围有增大的趋势，但由于在谱峰频率一定的情况下，考虑一定频率范围的波浪，当增大频率范围时，两侧频率对应的波浪能量较小，因此频率范围的影响并不显著。

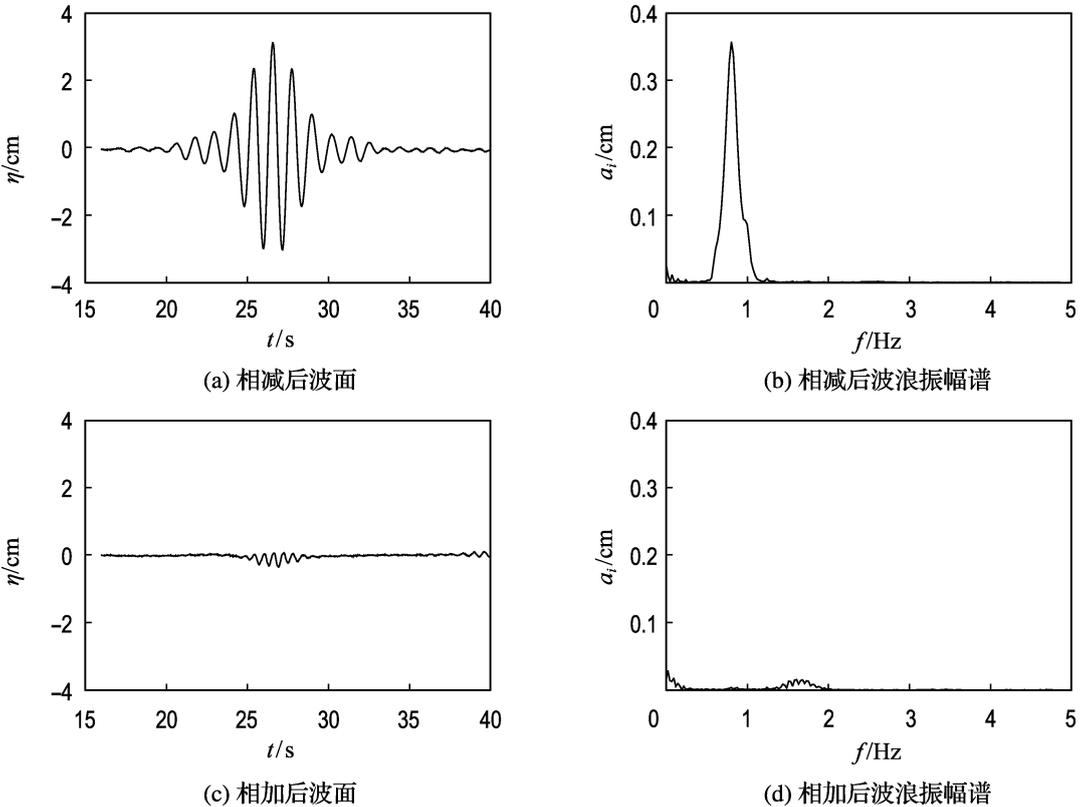


图 3 C3 组波峰和波谷聚焦波浪相减和相加后得到的波面及对应的振幅谱  
 ( $A_0 = 3.19 \text{ cm}$ ,  $f_p = 0.83 \text{ Hz}$ ,  $f_{\text{min}} \sim f_{\text{max}} = 0.6 \sim 1.06 \text{ Hz}$ )

Fig. 3 Wave surface and equivalent amplitude spectrum of subtraction and addition terms for group C3  
 ( $A_0 = 3.19 \text{ cm}$ ,  $f_p = 0.83 \text{ Hz}$ ,  $f_{\text{min}} \sim f_{\text{max}} = 0.6 \sim 1.06 \text{ Hz}$ )

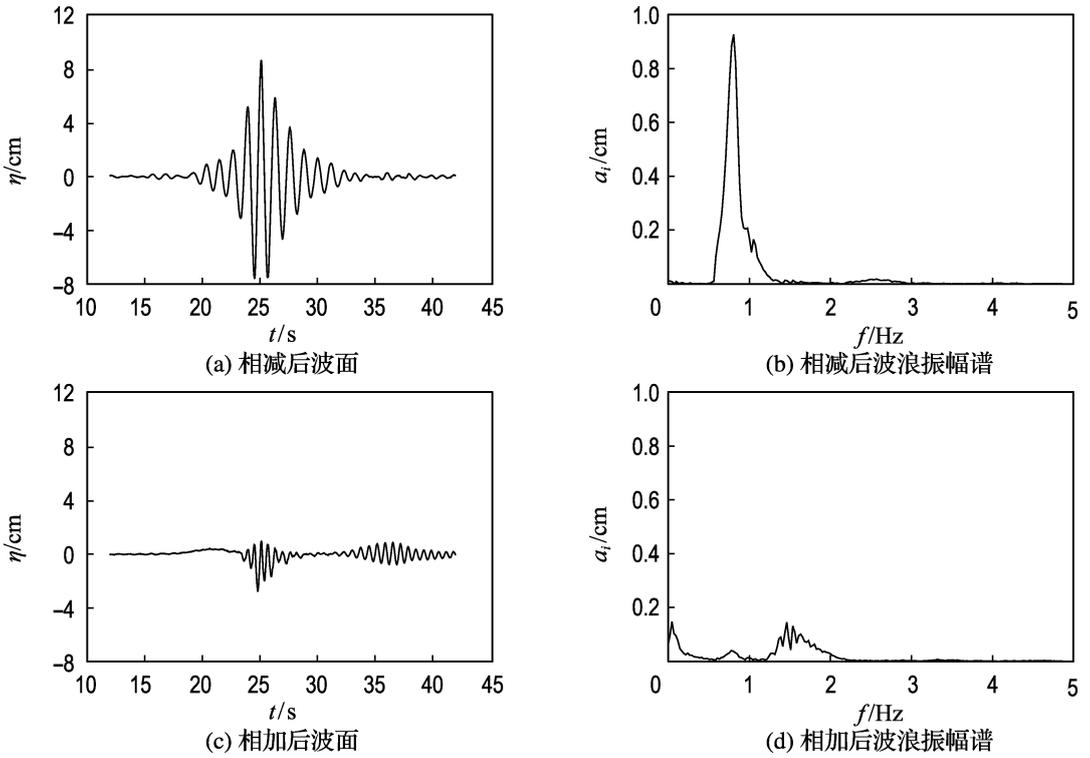


图4 C5组波峰和波谷聚焦波浪相减和相加后得到的波面及对应的振幅谱

( $A_0=9.67$  cm,  $f_p=0.83$  Hz,  $f_{\min}\sim f_{\max}=0.6\sim 1.06$  Hz)

Fig. 4 Wave surface and equivalent amplitude spectrum of subtraction and addition terms for group C5 ( $A_0=9.67$  cm,  $f_p=0.83$  Hz,  $f_{\min}\sim f_{\max}=0.6\sim 1.06$  Hz)

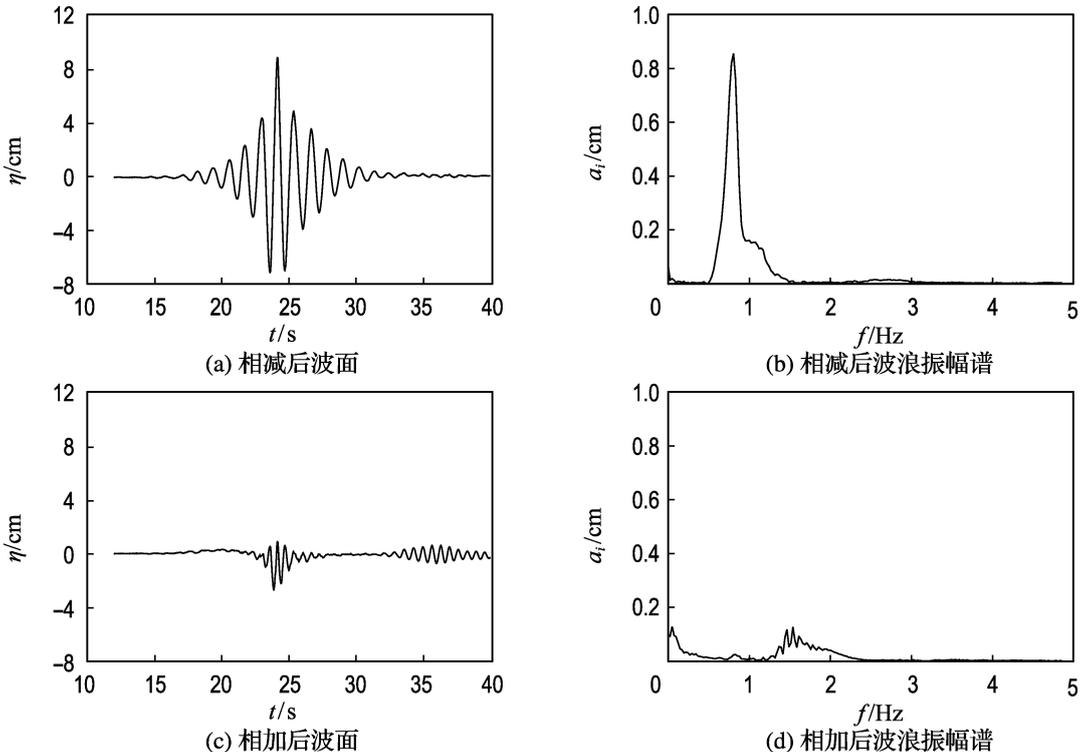


图5 C8组波峰和波谷聚焦波浪相减和相加后得到的波面及对应的振幅谱

( $A_0=9.81$  cm,  $f_p=0.83$  Hz,  $f_{\min}\sim f_{\max}=0.5\sim 1.16$  Hz)

Fig. 5 Wave surface and equivalent amplitude spectrum of subtraction and addition terms for group C8 ( $A_0=9.81$  cm,  $f_p=0.83$  Hz,  $f_{\min}\sim f_{\max}=0.5\sim 1.16$  Hz)

### 3 结 论

(1)采用上述方法,可以在水槽中产生所期望的聚焦波浪.

(2)采用波峰和波谷聚焦波浪的相加、相减,可以很好地分析高阶谐波分量,在其他参数相同时,波浪的非线性随着输入波幅的增大而增大,非线性的频率范围随着输入频率范围的增大而增大.

(3)波与波之间的相互作用,导致能量在低频和高频处产生,波浪的非线性不可忽略.

(4)采用聚焦波浪模拟技术,可以很好地模拟波浪的非线性变化过程.

### 参考文献:

- [1] RAPP R J, MELVILLE W K. Laboratory measurements of deep-water breaking waves [J]. *Transactions Philosophical of the Royal Society of London*, 1990, **A331**:735-800
- [2] KWAY H L, LOH Y S, CHAN E S. Laboratory study of deep-water breaking waves [J]. *Ocean Engineering*, 1998, **25**(8):657-676
- [3] BALDOCK T E, SWAN C. Numerical calculations of large transient water waves [J]. *Applied Ocean Research*, 1996, **16**:101-112
- [4] BALDOCK T E, SWAN C. Extreme waves in shallow and intermediate water depths [J]. *Coastal Engineering*, 1996, **27**:21-46
- [5] BALDOCK T E, SWAN C, TAYLOR P H. A

- laboratory study of nonlinear surface waves on water [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1996, **354**:649-676
- [6] CONTENTO G, CODIGLIA R, D'ESTE F. Nonlinear effects in 2D transient nonbreaking waves in a closed flume [J]. *Applied Ocean Research*, 2001, **23**(1): 3-13
- [7] 庞红犁, 于定勇. 极端瞬态波浪的特征分析[J]. 海岸工程, 2001, **20**(3):15-20
- [8] HONG Key-yong, MEZA Eustorgio, LIU Shu-xue. Energy dissipation and transfer in breaking waves generated by directional and multi-frequency focusing in deep water [C] // *International Society of Offshore and Polar Engineers*, Cupertino, CA 95015-0189, France:ISPOE, 2004: 299-305
- [9] LIU Shu-xue, HONG Key-yong. Physical investigation of directional wave focusing and breaking waves in wave basin [J]. *China Ocean Engineering*, 2005, **19**(1):21-35
- [10] HASSELMANN K, BERNETT T P, BOCAWS E, *et al.* Measurement of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP) [J]. *Erganzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift Reihe*, 1973, **A8**(12): 1-95
- [11] 俞聿修. 随机波浪及其工程应用[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2003:148-155
- [12] 邹志利. 水波理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005:408-413

## Experimental study of 2-D focused wave in flume

SUN Yi-yan<sup>1</sup>, LIU Shu-xue<sup>\*1</sup>, ZANG Jun<sup>2</sup>, LI Jin-xuan<sup>1</sup>

( 1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering , Dalian University of Technology , Dalian 116024, China;

2. Department of Architecture & Civil Engineering, University of Bath, Bath BA2 7AY, UK )

**Abstract:** A method to generate a large transient wave through the focusing of the component waves in experiment flume is described. It can well represent the nonlinear transformation of waves. For the characteristics of focused waves, a method of the addition and subtraction of the wave crest and wave trough focusing is introduced, and the speciality of the harmonic waves is analyzed. The results show that the lower and higher harmonics can be generated because of the interaction of the component waves. The nonlinear waves increase with the incident wave amplitude and the frequency width.

**Key words:** focused waves; harmonic waves; non-linearity