

基于损伤可识别性的传感器优化布置方法

孙小猛, 冯新, 周晶*

(大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要: 为了满足结构健康监测和损伤识别的要求,提出了一种以损伤可识别性与模态可观测性相协调为目标的传感器优化布置方法.考虑损伤导致的结构响应变化,由结构运动方程推导出了结构响应与振型和损伤灵敏度之间的解析关系式.根据 Fisher 信息熵原理,建立了同时包含模态独立性信息和损伤灵敏度信息的目标函数.利用奇异值分解技术,发展了以 Fisher 信息矩阵最大和条件数最小为准则的迭代算法.算例分析表明,所提方法有效地克服了基于模态可观测性和基于损伤可识别性的传感器优化布置结果存在的差异,利用其优化结果进行的损伤识别比单一目标的结果具有更高的精度.

关键词: 模态可观测性;损伤可识别性;损伤灵敏度;传感器优化布置

中图分类号: P315.9 **文献标志码:** A

0 引言

土木工程结构的型式复杂、体量巨大,受现场条件和建造费用的限制,只能在有限的位置上布设一定数目的传感器来监测结构的健康状态,因此如何将有限数目的传感器布设在结构的合适位置上并获得结构最接近真实的信息就成为结构健康监测系统设计需要解决的关键问题之一.近年来,基于振动模态测试的模型修正和指纹分析方法在结构健康监测和损伤识别中得到了广泛应用,然而其应用仍以有限测点条件下结构模态参数的准确获取为基本前提.由此产生的传感器优化布置问题就需要同时满足两个方面的优化目标:一方面,传感器的优化布置首先应该保证可观测的模态具有一定的准确性和线性无关性;另一方面,传感器的优化布置又要使可观测的模态参数对结构的局部损伤和状态退化足够敏感.

近二三十年来,基于振动模态测试的传感器优化布置研究逐渐受到重视,并且取得了许多重要的研究进展.早期的研究主要从模态的可观测性出发,研究传感器的优化配置.文献[1~7]通过使 Fisher 信息矩阵的某种范数、行列式或迹最大

来优选传感器位置. Kammer^[8]提出的有效独立法(effective independence algorithm,简称 EI法),从所有可能测点出发,根据估计误差的协方差最小来达到最佳估计的目的,通过计算有效独立分布状态向量,删除对其秩贡献最小的自由度,从而优化 Fisher 信息阵而使感兴趣的模态向量尽可能保持线性无关,最终得到一组传感器优化测点. Guyan^[9]提出了一种模型缩减法,该方法通过缩减后的模型把那些对模态反应起主要作用的自由度保留下来作为测点位置. Kim 等^[10]通过对待测模态矩阵进行奇异值分解,删除对 Fisher 信息矩阵贡献小的测点,尽量使目标模态线性独立,并给出了每次迭代删除测点的允许数目.模态应变能法选择具有较大模态应变能的自由度作为传感器的位置^[11].文献[12、13]利用结构振型矩阵转置的 QR 分解选择初始测点,以模态置信矩阵的最大非对角元为目标函数,根据序列法来优化传感器测点.以上基于模态可观测性的传感器优化研究中,目标函数不包含模态参数对局部损伤的敏感性信息,无法反映传感器位置对结构损伤识别的影响.为了满足结构损伤识别的要求,许多

收稿日期: 2007-12-20; 修回日期: 2009-11-23.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(重点项目 50439010);教育部科学技术研究重大资助项目(305003).

作者简介: 孙小猛(1980-),男,博士, E-mail: sxm_98@163.com;周晶*(1949-),男,博士,教授,博士生导师, E-mail: zhouj@dltu.edu.cn.

学者研究了以损伤识别为目的的传感器优化方法. Cobb等^[14]和 Shi等^[15]基于结构损伤灵敏度分析,建立了一种针对结构损伤识别的传感器优化模型.然而,结构损伤灵敏度 Fisher 信息矩阵的逆矩阵不一定存在.因此文献[16、17]为了避免求损伤灵敏度 Fisher 信息矩阵的逆,分解每个自由度对 Fisher 信息阵的迹的贡献,来确定每个自由度含有损伤信息的多少,从而来选择最佳测点.

分析国内外研究现状可知,当前的传感器优化布置研究分别基于两种不同的优化目标单独进行.优化目标的不同必将导致优化结果的不一致,即基于模态独立性的优化结果在某种程度上并不能满足损伤可识别性最优的条件,反之亦然.然而,在以往的研究中并未发现这一现象.同时,以往基于矩阵条件数最小的优化算法与基于信息矩阵最大的优化算法在实际计算中存在矛盾,当矩阵条件数最小时,信息矩阵却未必能取得最大值,反之亦然.为了解决以上存在的问题,本文推导出一种可以同时满足模态可观测性与损伤可识别性为最优的传感器优化模型,并发展一种协调 Fisher信息矩阵最大与条件数最小的优化算法,以期对结构健康监测系统的传感器优化布设提供理论依据.

1 传感器优化模型

近年来,基于模态可观测性或损伤可识别性的传感器优化布置方法已经广泛应用于土木工程中,然而作者通过研究发现,在相同条件下两种方法的优化结果不尽相同.前者的结果并不一定满足损伤可识别性最优的要求,而后的结果也并不一定满足目标模态独立性最优的要求.因此发展一种以损伤可识别性与模态可观测性相协调为目标的传感器优化布置方法对结构健康监测有着重要意义.

一个具有 n 自由度动力系统的运动方程可以表示为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Y}} + \mathbf{K}\mathbf{Y} = \mathbf{P}(t) \quad (1)$$

其中 \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 、 \mathbf{K} 分别表示结构的质量、阻尼和刚度矩阵, $\ddot{\mathbf{Y}}$ 、 $\dot{\mathbf{Y}}$ 、 \mathbf{Y} 分别表示加速度反应、速度反应和位移反应, $\mathbf{P}(t)$ 表示荷载.由动力分析振型叠加法可知,当出现损伤时,结构的动力反应可以表示为

$$\mathbf{Y}_d = (\mathbf{\Phi} + \Delta\mathbf{\Phi}) \cdot \mathbf{q} \quad (2)$$

其中 \mathbf{Y}_d 为结构损伤时的反应, $\mathbf{\Phi}$ 为结构未损状态时的振型, $\Delta\mathbf{\Phi}$ 为结构发生损伤时的振型改变量, \mathbf{q} 为模态坐标向量.

假设结构为小阻尼系统,结构损伤只引起刚度的变化,而质量和阻尼的特性不发生变化.根据文献[15~18],如果结构的刚度发生一个小的扰动, $\Delta\mathbf{\Phi}_i$ 可以表示为损伤前结构振型的线性组合,而且假定结构刚度的变化是各单元结构刚度变化的线性叠加,那么 $\Delta\mathbf{\Phi}_i$ 可以表示为

$$\Delta\mathbf{\Phi}_i = \sum_{k=1}^L \alpha_k \sum_{r=1}^n \frac{\phi_r^T \mathbf{K}_k \phi_i}{\omega_i^2 - \omega_r^2} \phi_r = \mathbf{S}_i \boldsymbol{\delta}_i \quad (3)$$

其中 α_k 表示单元 k 的损伤系数 ($-1 \leq \alpha_k \leq 0$), \mathbf{K}_k 表示单元 k 的刚度, ω 为结构的自振频率, \mathbf{S}_i 为第 i 阶损伤灵敏度 (damage sensitivity, DS), $\boldsymbol{\delta}_i$ 为结构单元损伤向量. \mathbf{S}_i 和 $\boldsymbol{\delta}_i$ 可以表示如下:

$$\mathbf{S}_i = \left(\begin{array}{ccc} \sum_{r=1}^n \frac{\phi_r^T \mathbf{K}_1 \phi_i}{\omega_i^2 - \omega_r^2} \phi_r & \cdots & \sum_{r=1}^n \frac{\phi_r^T \mathbf{K}_L \phi_i}{\omega_i^2 - \omega_r^2} \phi_r \end{array} \right) \quad (3a)$$

$$\boldsymbol{\delta}_i = (\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \cdots \quad \alpha_L)^T \quad (3b)$$

将式(3)代入式(2)可得

$$\mathbf{Y}_d = (\mathbf{\Phi} + \Delta\mathbf{\Phi}) \cdot \mathbf{q} = (\mathbf{\Phi} \quad \mathbf{S})(\mathbf{q} \quad \boldsymbol{\beta}\mathbf{q})^T \quad (4)$$

$\boldsymbol{\beta}$ 为一对角阵,且 $\boldsymbol{\beta} = \text{diag}\{\boldsymbol{\delta}_1, \cdots, \boldsymbol{\delta}_L\}$.令 $\boldsymbol{\Gamma} = (\mathbf{\Phi} \quad \mathbf{S})$, $\boldsymbol{\theta} = (\mathbf{q} \quad \boldsymbol{\beta}\mathbf{q})^T$,式(4)可以写成

$$\mathbf{Y}_d = \boldsymbol{\Gamma} \cdot \boldsymbol{\theta} \quad (5)$$

定义 $\boldsymbol{\Gamma}$ 为动力反应的灵敏度 (dynamic response sensitivity, DRS),其包含了模态的独立贡献与损伤灵敏度信息.

考虑观测噪声的影响,损伤结构的动力响应可以近似表示为

$$\mathbf{Y}_d = \boldsymbol{\Gamma} \cdot \boldsymbol{\theta} + \mathbf{w} \quad (6)$$

其中 \mathbf{w} 是观测噪声向量,是一个方差为 Ψ_0^2 的相互独立的高斯白噪声.待识别参数的真实值 $\boldsymbol{\theta}$ 与其估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 的协方差矩阵为

$$\mathbf{P} = E[(\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}})(\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}})^T] \quad (7)$$

将式(6)代入式(7)可得

$$\mathbf{P} = \left(\left(\frac{\partial \mathbf{Y}_d}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right)^T (\Psi_0^2)^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{Y}_d}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right) \right)^{-1} = \left(\frac{\boldsymbol{\Gamma}^T \boldsymbol{\Gamma}}{\Psi_0^2} \right)^{-1} \quad (8)$$

那么可以根据上式定义 Fisher 信息矩阵为

$$\mathbf{Q}_r = \boldsymbol{\Gamma}^T \boldsymbol{\Gamma} \quad (9)$$

如果不考虑结构损伤的影响,式(9)定义的 Fisher 信息矩阵将退化为如下的形式:

$$\mathbf{Q}_\phi = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{\Phi} \quad (10)$$

式(10)是 Kammer^[8]提出的有效独立法中的传感器优化模型,它不包含结构损伤灵敏度信息,仅仅反映了目标振型中各自由度的贡献.如果仅考虑损伤对于振型改变的影响,Fisher 信息矩阵可以退化为另外一种形式:

$$\mathbf{Q}_s = \mathbf{S}^T \mathbf{S} \quad (11)$$

式(11)是 Cobb 等^[14]和 Shi 等^[15]所建议的传感器优化模型,它仅仅包含了振型的损伤灵敏度信息.式(11)的优化模型隐含了这样一个假定,即对于所有的自由度均可以得到最优的目标振型,然而对于大多数结构而言,这一假定不一定成立.同时,从式(4)可知,受损结构的动力反应应该包含完好结构的模态信息和结构损伤灵敏度信息.因此本文定义的传感器优化模型式(9)与式(10)和(11)不同,是两类信息的叠加:一类是未损伤结构每个自由度的振型信息,另外一类是每个自由度的损伤灵敏度信息.

2 优化算法

为了得到式(6)中待识别参数的良好估计,必须使式(9)中的 \mathbf{Q}_r 取最大值,因此应使 Fisher 信息矩阵在某种范数意义下取最大值.然而式(6)中 DRS 矩阵 $\mathbf{\Gamma}$ 的条件数与范数有关,它刻画了方程组解的相对误差大小,当 \mathbf{Q}_r 的某种范数取最大时, $\mathbf{\Gamma}$ 的条件数可能相对较大.因此为了使 Fisher 信息矩阵较大,同时使 DRS 矩阵具有较小的条件数,本文将建立一种协调 Fisher 信息矩阵的 2-范数最大和 DRS 矩阵条件数最小的优化算法.

由矩阵范数的定义可知, \mathbf{Q}_r 的 2-范数为

$$\|\mathbf{Q}_r\|_2 = \|\mathbf{\Gamma}^T \mathbf{\Gamma}\|_2 = \|\mathbf{\Gamma}\|_2^2 = \lambda_{\max}(\mathbf{Q}_r) \quad (12)$$

其中 $\lambda_{\max}(\mathbf{Q}_r)$ 为 \mathbf{Q}_r 的最大特征值.那么,当 \mathbf{Q}_r 的 2-范数取得极大值时, \mathbf{Q}_r 就能够取得最大.根据矩阵理论,矩阵的条件数很大,那么识别结果的精度将会很差,当条件数接近 1,得到的识别精度较高,反之较差.DRS 矩阵的条件数可以表示为

$$\text{cond}_2(\mathbf{\Gamma}) = \sqrt{\lambda_{\max}(\mathbf{\Gamma}^T \mathbf{\Gamma}) / \lambda_{\min}(\mathbf{\Gamma}^T \mathbf{\Gamma})} \quad (13)$$

矩阵的奇异值分解不仅可以判断其向量是否线性相关,而且能够得到矩阵的 2-范数.DRS 矩阵的奇异值分解如下:

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{V}^T \quad (14)$$

其中 $\mathbf{\Sigma} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Sigma}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Sigma}_2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{\Sigma}_1 = \text{diag}(\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \cdots \quad \sigma_r)$,

$\sigma_1 > \sigma_2 > \cdots > \sigma_r$, $\mathbf{\Sigma}_2 = \mathbf{0}$, $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i(\mathbf{\Gamma}^T \mathbf{\Gamma})}$, $i = 1, 2, \cdots, r$, r 为非零特征值个数.根据式(14),式(12)变为

$$\|\mathbf{Q}_r\|_2 = \lambda_{\max}(\mathbf{\Gamma}^T \mathbf{\Gamma}) = \sigma_1^2 \quad (15)$$

DRS 矩阵的条件数等于 DRS 矩阵奇异值分解的最大奇异值与最小奇异值的比值,可以表示为

$$\text{cond}_2(\mathbf{\Gamma}) = \sigma_1 / \sigma_r \quad (16)$$

由式(15)和(16)明显可知, \mathbf{Q}_r 的 2-范数取得最大值时,对应的 σ_r 未必是最大的,因此 DRS 矩阵 $\mathbf{\Gamma}$ 的条件数也未必是极小的,反之亦然.

信息矩阵的 2-范数和 DRS 矩阵的条件数可以看做是自由度上的两种量度,显然这两种量度具有矛盾性,即如果采用某种方案去改进某一目标时,可能会使另一目标的值变坏(信息矩阵的最大化可能导致较大的条件数).为了让 \mathbf{Q}_r 尽可能大的同时, $\mathbf{\Gamma}$ 的条件数也尽可能小,本文构造了一个协调这两种量度的目标函数:

$$f = \max\{\|\mathbf{Q}_r\|_2 + 1/\text{cond}_2(\mathbf{\Gamma})\} \quad (17)$$

由于这两种量度同等重要,这里取相同的权重因子.式(17)为隐式函数,目标函数的自变量是结构的自由度.当 $\|\mathbf{Q}_r\|_2$ 和 $1/\text{cond}_2(\mathbf{\Gamma})$ 同时达到较大值时,目标函数 f 才能取得最大值.为了避免 $\|\mathbf{Q}_r\|_2$ 和 $1/\text{cond}_2(\mathbf{\Gamma})$ 在量级上差别过大,要保证它们在同一尺度上,根据文献[19]可以通过下式对其进行变换:

$$\gamma_{ij} = \frac{x_{ij} - x_j^-}{x_j^+ - x_j^-}; \quad i = 1, 2, \cdots, n, j = 1, 2 \quad (18)$$

其中 n 为自由度数目, x_{ij} 为 $\|\mathbf{Q}_r\|_2$ 和 $1/\text{cond}_2(\mathbf{\Gamma})$ (自变量对目标函数的贡献), x_j^+ 和 x_j^- 分别代表 x_{ij} 对应的最大值和最小值,那么根据式(18),式(17)可以写成

$$f = \max\{\gamma_{ij}(\|\mathbf{Q}_r\|_2) + \gamma_{ij}(1/\text{cond}_2(\mathbf{\Gamma}))\} \quad (19)$$

$$\gamma_1 = \gamma_{ij}(\|\mathbf{Q}_r\|_2) \quad (19a)$$

$$\gamma_2 = \gamma_{ij}(1/\text{cond}_2(\mathbf{\Gamma})) \quad (19b)$$

其中 γ_1 和 γ_2 是 $\|\mathbf{Q}_r\|_2$ 和 $1/\text{cond}_2(\mathbf{\Gamma})$ 根据式(19)变换后的值,其值在 $0 \sim 1$.

在所有自由度内循环,每次删除一个自由度后根据式(19a)和(19b)计算自变量在两种量度上的贡献 γ_1 和 γ_2 ,删除 γ_1 和 γ_2 之和最大时对应的自由度,并更新 Fisher 信息矩阵和 DRS 矩阵.删除该自由度后能保证 Fisher 信息矩阵 \mathbf{Q}_r 相对较大,同时 DRS 矩阵 $\mathbf{\Gamma}$ 的条件数相对较小.重复

以上步骤,最终剩余的自由度使信息矩阵保留尽可能多的信息,而且使 DRS 矩阵具有较好的性能.根据以上原理与推导公式,该方法的主要过程可以表示如下:

- (1) 由有限元方法得到结构的振型矩阵和刚度矩阵;
- (2) 由式(3a)、(4)和(5)求得结构的 DS 矩阵 S 和 DRS 矩阵 T ;
- (3) 在所有自由度里进行循环,删除第 j 个自由度(自变量),根据式(18)和(19)计算 $\gamma_1 + \gamma_2$,并降序排列,删除 $\gamma_1 + \gamma_2$ 最大值对应的自由度;
- (4) 在剩余自由度里重复第(3)步,最后剩余的自由度即为所求.

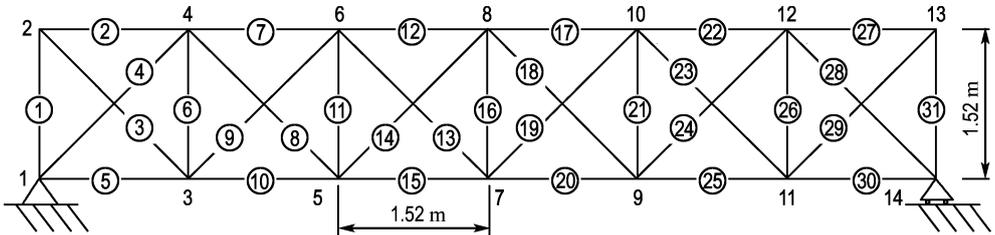


图 1 桁架结构示意图
Fig. 1 Bar truss structure

3 数值算例

为了验证本文提出方法的有效性,对二维六跨筒支桁架进行计算分析.结构几何特性如图 1 所示,桁架包含 14 个节点,31 个单元,25 个自由度,无内节点.结构的材料特性为弹性模量 $E=70$ GPa,质量密度 $2\ 770\text{ kg/m}^3$,单元截面积 0.001 m^2 .根据有限元方法计算得到的桁架模型前 3 阶频率分别为 36.432、76.095、133.810 Hz.

3.1 传感器优化布置

根据 Kammer^[8]提出的有效独立法(EI法)以及 Shi 等^[15]提出的损伤灵敏度法(DS法),选取结构前 3 阶模态信息进行计算.

利用结构前 3 阶振型信息,根据 EI 法计算各自由度的有效独立向量分布如图 2 所示,图中横坐标表示自由度,纵坐标表示有效独立向量分布值.利用结构前 3 阶损伤灵敏度信息,根据 DS 法计算各自由度对测试矩阵^[15]的秩的贡献分布如图 3 所示,图中横坐标表示自由度,纵坐标表示测试矩阵的对角元素.图 2 和 3 所示是两种方法在第一次迭代时的结果,由图可知两种方法各自由度对目标函数的贡献并不相同.

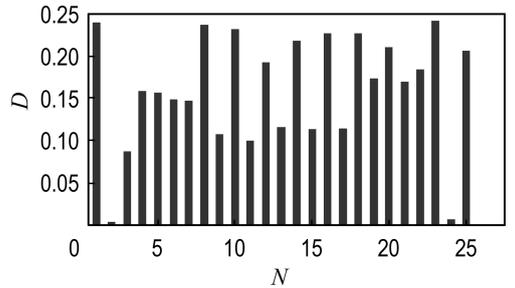


图 3 对角元素分布

Fig. 3 Diagonal terms distribution

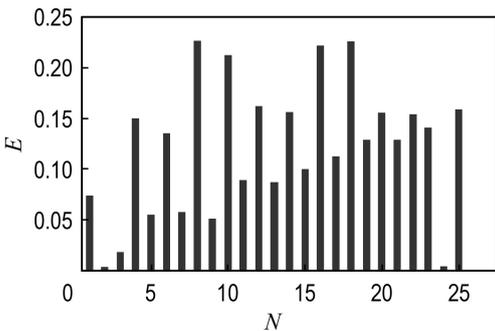


图 2 有效独立向量分布

Fig. 2 Effective independence vector distribution

在结构 25 个自由度中保留了 15 个自由度作为传感器位置,传感器优化结果(自由度、节点、方向)如表 1 和 2 所示.

表 1 EI 法传感器优化方案

Tab. 1 Optimum sensor placement by EI method

自由度	节点	方向	自由度	节点	方向	自由度	节点	方向
4	3	y	14	8	y	20	11	y
6	4	y	16	9	y	21	12	x
8	5	y	17	10	x	22	12	y
10	6	y	18	10	y	23	13	x
12	7	y	19	11	x	25	14	x

表 2 DS 法传感器优化方案

Tab.2 Optimum sensor placement by DS method

自由度	节点	方向	自由度	节点	方向	自由度	节点	方向
1	2	x	11	7	x	17	10	x
3	3	x	12	7	y	18	10	y
6	4	y	13	8	x	19	11	x
7	5	x	14	8	y	20	11	y
10	6	y	15	9	x	22	12	y

由表 1 和表 2 可以看出, EI 法和 DS 法计算得到的传感器优化布置的结果不尽相同, 说明基于模态可观测性与基于损伤可识别性的传感器优化布置结果只单独考虑了结构单一反应的影响. 因此建立包含振型信息和损伤灵敏度信息的优化模型具有一定的理论价值. 根据式(17)和(19), 第一次迭代结果见表 3.

表 3 第一次迭代结果

Tab.3 Results of the first iteration

自由度	γ_1	γ_2	$\gamma_1 + \gamma_2$
1	0.655 25	0.116 43	0.771 68
2	0.411 87	0.304 52	0.716 39
3	0.962 63	0.010 576	0.973 20
4	0.768 18	0.666 62	1.434 8
5	0.948 43	0.017 627	0.966 06
6	0.972 86	0.601 44	1.574 3
7	0.979 19	0.005 702 9	0.984 89
8	0.874 39	0.655 72	1.530 1
9	0.505 15	0.189 45	0.694 6
10	0.931 20	0.572 00	1.503 2
11	0.997 18	0	0.997 18
12	0	0.408 51	0.408 51
13	1.000 0	0.112 25	1.112 2
14	0.154 25	0.349 52	0.503 77
15	0.980 65	0.018 234	0.998 88
16	0.896 86	1.000 0	1.896 9
17	0.425 32	0.258 70	0.684 02
18	0.954 99	0.970 57	1.925 6
19	0.988 25	0.081 709	1.070 0
20	0.654 11	0.742 89	1.397 0
21	0.971 70	0.022 026	0.993 73
22	0.961 64	0.683 64	1.645 3
23	0.479 05	0.165 53	0.644 58
24	0.322 14	0.313 53	0.635 67
25	0.969 17	0.099 306	1.068 5

由表 3 可以看出, 使信息矩阵最大的是删除第 13 个自由度, 此时对应的 γ_2 为 0.112 25. 而使 DRS 矩阵条件数最小的是删除第 16 个自由度,

此时对应的 γ_1 为 0.896 86. 显然单独考虑信息矩阵最大和 DRS 矩阵条件数最小的结果不一致, 而且信息矩阵最大时 DRS 矩阵的条件数并不是最小值(可能是较大值), 反之亦然. 因此为了协调以上两种目标的不一致, 按照式(19)中的目标函数, 删除第 18 个自由度, 就能保证信息矩阵较大, 而且 DRS 矩阵的条件数较小.

按照本文的优化算法程序, 在 25 个自由度中同样保留了 15 个自由度作为传感器位置, 最终传感器优化布置结果如表 4 所示.

表 4 DRS 法传感器优化方案

Tab.4 Optimum sensor placement by DRS method

自由度	节点	方向	自由度	节点	方向	自由度	节点	方向
1	2	x	10	6	y	17	10	x
2	2	y	11	7	x	20	11	y
4	3	y	12	7	y	21	12	x
8	5	y	14	8	y	23	13	x
9	6	x	16	9	y	24	13	y

3.2 三种方法损伤识别比较分析

在现代控制论的系统识别理论中, 线性参数系统的识别可以采用最小二乘估计法. 式(3)满足这一理论, 通过结构损伤前后结构振型的变化, 可以对结构单元损伤系数进行有效的估计, 其最小二乘解可以表示为

$$\hat{\delta} = (S^T S)^{-1} S^T \Delta \Phi_i \quad (20)$$

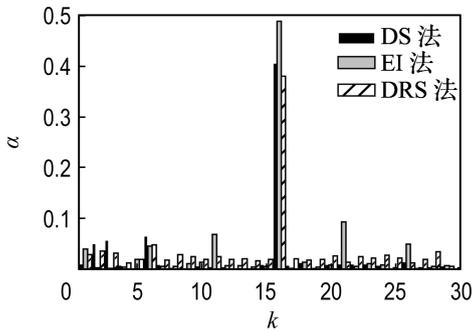
该式应满足所有选择模态阶次上的方程在广义最小二乘意义下都成立.

为了与 EI 法^[8]和 DS 法^[15]比较, 根据表 1、2、4 中的优化测点以及式(20)进行损伤识别比较分析. 结构损伤考虑以下几种情况: (1)结构的单元 16(腹杆)受损, 刚度降低 30%; (2)结构的单元 13(斜杆)受损, 刚度降低 30%; (3)结构的单元 15(下弦杆)和单元 17(上弦杆)同时受损, 刚度分别降低 20%和 30%.

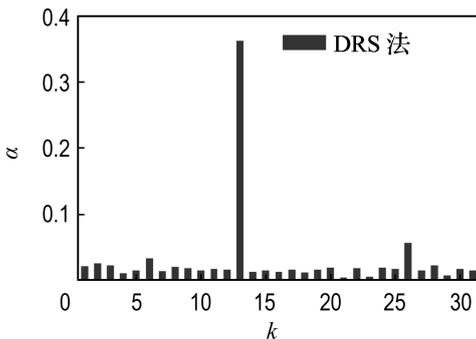
根据表 1、2、4 的优化结果, 在相同条件下, 3 种方法在考虑 3 种损伤情况时的识别结果如图 4 所示, 其中横坐标为单元数, 纵坐标为单元损伤系数.

3 种方法(DS、EI、DRS)在单元 16(腹杆)受损 30%时, 损伤系数 α 分别为 0.401、0.476 和 0.372, 如图 4(a)所示, 由图可以看出 DRS 模型在损伤位置识别结果较精确, 而且在损伤位置没

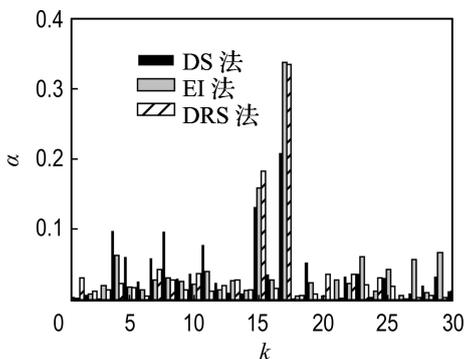
有误判的现象,而EI法识别结果在无损位置有损伤,这与实际不符,单元13(斜杆)受损时,见图4(b),在同等条件下EI法和DS法无法识别出斜杆单元的损伤情况,而DRS法在损伤位置识别损伤系数为0.355.3种方法在单元15(下弦杆)损伤20%和单元17(上弦杆)损伤30%时识别结果如图4(c)所示.由图可以看出,DRS法在损伤位置识别精度较EI法和DS法高,而且在无损位置误判现象没后两者明显.



(a) 单元16(腹杆)损伤30%



(b) 单元13(斜杆)损伤30%



(c) 单元15(下弦杆)损伤20%和
单元17(上弦杆)损伤30%

图4 三种方法结构损伤识别结果比较

Fig. 4 Comparisons of damage detection for three methods

4 结 论

为了满足结构健康监测和损伤识别的要求,本文由结构运动方程出发,考虑损伤对结构响应的影响,建立了同时包含模态独立性信息和损伤灵敏度信息的传感器优化模型.同时考虑到系统识别问题的不适定性,发展了一种协调信息矩阵最大与条件数最小的优化算法.

二维简支桁架数值算例结果表明,由于Fisher信息矩阵不同,结构每个自由度对目标函数的贡献分布也不尽相同,基于模态可观测性与基于损伤可识别性的传感器优化布置结果并不一致.本文发展的 Q_r 模型包含振型和损伤灵敏度信息,克服了以往 Q_o 模型和 Q_s 模型的局限性,能够满足健康监测和损伤识别的要求.而且协调信息矩阵最大和条件数最小的优化算法兼顾了敏感性和鲁棒性,数值结果验证了本文方法能够利用有限的测点数据获得较高的损伤识别精度.

参考文献:

- [1] QURESHI Z H, NG T S, GOODWIN G C. Optimum experimental design for identification of distributed parameter systems [J]. **International Journal of Control**, 1980, **31**(1):21-29
- [2] YU T K, SEIFELD J H. Observability and optimal measurement locations in linear distributed parameter systems [J]. **International Journal of Control**, 1973, **18**(4):785-799
- [3] OMATU S, KOIDE S, SOEDA T. Optimal sensor location for linear distributed parameter systems [J]. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 1978, **AC-23**(4):665-673
- [4] SAWARGI Y, SOEDA T, OMATU S. Modeling, estimation and their application for distributed parameter systems [C] // **Lecture Notes in Control & Information Science**. Berlin:Springer-Verlag, 1978
- [5] LIM K B. A method of optimal actuator and sensor placement for large flexible space structures [C] // **Proceedings of the AIAA Guidance Navigation and Control Conference**. Washington D C:AIAA, 1990
- [6] UDWADIA F E. Methodology for optimal sensor locations for parameter identification in dynamic systems [J]. **American Society of Civil Engineers, Journal of Engineering Mechanics**, 1994, **120**(2):

368-390

- [7] LIU C, TASKER F A. Sensor placement for multi-input multi-output dynamic identification [C] // **Proceedings of the 36th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference**. Washington D C: AIAA, 1995
- [8] KAMMER D C. Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures [J]. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, 1991, **14**(2):251-259
- [9] GUYAN R J. Reduction of stiffness and mass matrices [J]. **AIAA Journal**, 1965, **3**(2):380
- [10] KIM H B, PARK Y S. Sensor placement guide for structural joint stiffness model improvement [J]. **Mechanical Systems and Signal Processing**, 1997, **11**(5):651-672
- [11] PAPADOPOULOS M, GARCIA E. Sensor placement methodologies for dynamic testing [J]. **AIAA Journal**, 1998, **36**(2):256-263
- [12] 刘娟, 黄维平. 传感器优化配置的修正逐步累积法 [J]. 青岛海洋大学学报, 2003, **33**(3):476-482
- [13] 秦仙蓉, 张令弥. 一种基于 QR 分解的逐步累积法传感器配置 [J]. 振动、测试与诊断, 2001, **21**(3):168-173
- [14] COBB R G, LIEBST B S. Sensor location prioritization and structural damage localization using minimal sensor information [J]. **AIAA Journal**, 1997, **35**(2):369-374
- [15] SHI Z Y, LAW S, ZHANG L M. Optimizing sensor placement for structural damage detection [J]. **Journal of Engineering Mechanics**. ASCE, 2000, **126**(11):1173-1179
- [16] 刘晖, 翟伟廉, 袁润章. 基于灵敏度分析的结构损伤识别中的传感器优化布置 [J]. 地震工程与工程振动, 2003, **23**(6):85-90
- [17] 崔飞, 袁万城, 史家钧. 传感器优化布设在桥梁健康监测中的应用 [J]. 同济大学学报, 1999, **27**(2):165-169
- [18] 冯新, 李国强, 范颖芳. 几种常用损伤动力指纹的适用性研究 [J]. 振动、测试与诊断, 2004, **24**(4):277-280
- [19] 徐玖平, 吴巍. 多属性决策的理论与方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006

A method for optimum sensor placement based on damage identifiability

SUN Xiao-meng, FENG Xin, ZHOU Jing*

(State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: A method of prioritizing sensor locations for structural health monitoring and damage detection is presented based on the harmony between damage identifiability and modal observability. Considering the structural response changes resulting from damage, the relationship of the structural response, node shape and damage sensitivity was deduced from the structural motion equation by a quasi-analytical mode. According to the Fisher information entropy, an objective function was set up including the information of mode independence and damage sensitivity. Utilizing the technique of singular value decomposition, an iterate algorithm for optimum sensor placement is proposed with the criterion of minimum condition number of coefficient matrix and maximum norm of the Fisher information matrix. Numerical example analyses show that this approach effectively avoids the contradiction between the two different optimization criteria, and the result of damage detection from the optimal sensor locations is more accurate comparing with the result of single objective.

Key words: modal observability; damage identifiability; damage sensitivity; optimum sensor placement