文章编号：1000-8608(2010)03-0463-06

基于灰色关联分析的高阶神经网络剪枝算法

熊 焱*[1,2]， 吴 微[1]， 张 超[1]， 亢喜岱[1]

（1.大连理工大学 数学科学学院，辽宁 大连 116024；
2.辽宁科技大学 理学院，辽宁 鞍山 114051）

摘要： 在综合分析网络纵向、横向灰色关联分析特点的基础上提出了一种新的基于灰色关联分析的剪枝算法，并将其用于训练高阶神经网络.该算法运用灰色关联分析对比网络各节点输出值序列之间联系的紧密程度，用网络纵向灰色关联分析确定剪枝连接，再用网络横向灰色关联分析确定相应的并枝连接，实现网络结构的动态修剪.训练后的高阶神经网络具有合理的网络拓扑结构和较好的泛化能力.实验验证了该算法的合理性、有效性.

关键词： 灰色关联分析；高阶神经网络；灰色关联度；剪枝算法；最小二乘法

中图分类号： TP183 **文献标志码：** A

0 引 言

高阶神经网络(high-order neural network, HONN)是Lee等[1]提出的一类前馈神经网络的改进形式，它既保留了单层网络收敛速度快的特点，又具有平移不变性和旋转不变性.HONN具有高度的非线性映射能力和较强的存储能力[1,2]，广泛用于图像识别、分类、函数逼近、自动控制、医学等领域；文献[3]详尽地介绍了递归高阶网络在自适应控制中的应用；文献[4]利用高阶神经网络形成的复杂包络在特征空间中构造不同说话人的覆盖区域以达到说话人识别目的；文献[5]将高阶神经网络应用于储层分布参数的定量预测；文献[6]利用高阶网络研究了一类复杂系统的自适应控制.这些能力的获得是由于HONN结构不同于一般的前馈神经网络，输入层中增加了样本输入向量的高阶扩展项.但是随着样本输入向量维数的增加，全连接HONN中高阶扩展项的个数及相应的连接权值的数量呈指数阶增加，产生“维数灾难”.如何找到合理的训练算法，实现HONN结构的优化是HONN的一个核心问题.剪枝算法是一种优化前馈网络结构的常用方法.它采用自顶向下的设计方法，先构造一个足够大的网络，然后在训练中删除冗余的连接，达到精简网络结构、改进泛化的目的.例如权消去剪枝法[7]、基于灵敏度的剪枝算法[8]、相关性剪枝算法[9]、基于模式输出能量函数最小剪枝算法[10].上述方法主要是用于BP网络隐层连接的修剪，而有关高阶网络结构优化问题的剪枝算法研究较少.

1982年，邓聚龙创立灰色系统理论.灰色系统理论着重研究“外延明确，内涵不明确”的对象，是一种研究少信息、贫信息不确定问题的新方法[11,12].灰色关联分析是灰色系统理论的一种重要量化分析方法，其根据序列曲线几何形状的相似程度来判断其关系是否紧密.该方法已在农业、教育、经济、军事等众多领域得到了广泛应用.文献[13,14]在利用灰色关联分析方法优化BP网络结构方面做出了有意义的尝试.文献[13]所采用的方法综合考虑了各隐层节点输出值序列与输出层节点输出值序列的灰色关联度，对关联度小于指定值的连接进行剪枝，可以称其为网络纵向灰色关联分析.但是，每次剪枝后的网络都需要重新训练，导致计算量偏大.文献[14]给出的剪枝算法利用同一隐层各节点输出值序列之间的灰色关

收稿日期： 2007-06-14； **修回日期：** 2010-03-12.
基金项目： 国家自然科学基金资助项目(10471017).
作者简介： 熊 焱*(1973-)，女，博士，副教授，E-mail：xiongyan888@sohu.com；吴 微(1953-)，男，教授，博士生导师.

联度进行连接合并，实现网络结构的优化，可以称之为网络横向灰色关联分析. 但是，该方法没有考虑隐层节点输出值序列与输出层节点输出值序列之间的关联度，一些冗余连接无法去掉. 本文综合网络纵、横两种灰色关联分析的优点，提出基于灰色关联分析的一种新的剪枝算法，并将其用于训练 HONN，实现 HONN 结构优化.

1 HONN 结构和灰色关联分析简介

1.1 HONN 结构

本节给出 k- 阶网络($k \geqslant 2$)结构. 设网络的样本输入向量为 $\boldsymbol{\xi} \in \boldsymbol{R}^P$，$\boldsymbol{\xi} = (\xi_1 \quad \xi_2 \quad \cdots \quad \xi_P)^{\mathrm{T}}$. 网络的实际输出向量为 $\boldsymbol{Y} \in \boldsymbol{R}^M$，$\boldsymbol{Y} = (y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_M)^{\mathrm{T}}$. 样本输入向量各分量间的乘积项形成了 HONN 输入层的高阶扩展项，保证网络具有较强的非线性映射能力. 完全连接的 k- 阶网络对应于每个输出向量分量所需的权值数为 $N = \sum_{i=0}^{k} \binom{P+i-1}{i}$，故连接输入向量和第 m($m = 1,2,\cdots,M$) 个输出神经元的权值向量可以表示为 $\boldsymbol{W}_m = (w_{m,1} \quad w_{m,2} \quad \cdots \quad w_{m,N})^{\mathrm{T}}$. 完全连接的 3- 阶网络结构如图 1 所示. BP 算法是 HONN 常用的训练方法，具体实现方式可参见文献[15].

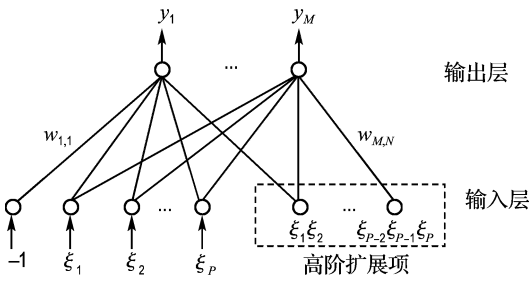

图 1 完全连接的 3-阶网络

Fig. 1 Fully connected 3-order neural network

1.2 灰色关联分析

灰色关联分析是一种多因素统计分析方法[16]，它弥补了采用数理统计方法作系统分析时，需要数据量大并且服从典型分布规律的困难，具有简单、直观和计算量小的优点. 灰色关联分析是以各因素的样本数据为依据用灰色关联度来判别各因素对结果的影响权重. 灰色关联度是指不同研究对象之间的关联程度，也是进行关联分析的主要量化指标. 如果样本数据序列反映出两因素变化的趋势基本一致，则它们之间的关联度较大；反之，关联度较小. 根据计算公式选取的不同关联度可分为绝对关联度、相对关联度、T 型关联度、一致关联度等. 这里仅简单介绍本文所用的绝对关联度的计算公式.

设 $\boldsymbol{X}_0$ 为系统特征序列，$\boldsymbol{X}_1$、$\boldsymbol{X}_2$、$\cdots$、$\boldsymbol{X}_L$ 为相关因素序列，且 $\boldsymbol{X}_i = (x_i(1) \quad x_i(2) \quad \cdots \quad x_i(n)) \in \boldsymbol{R}^n (i = 0,1,2,\cdots,L)$.

首先，对原始数据序列 $\boldsymbol{X}_0, \boldsymbol{X}_1, \cdots, \boldsymbol{X}_L$ 进行量纲一化处理，处理后的序列记为 $\widetilde{\boldsymbol{X}}_0, \widetilde{\boldsymbol{X}}_1, \cdots, \widetilde{\boldsymbol{X}}_L$. 例如形成各序列的初值像 $\widetilde{\boldsymbol{X}}_i = \left(\frac{x_i(1)}{x_i(1)} \quad \frac{x_i(2)}{x_i(1)} \quad \cdots \quad \frac{x_i(n)}{x_i(1)}\right) (i = 0,1,2,\cdots,L)$.

其次，计算序列 $\widetilde{\boldsymbol{X}}_i$ 对序列 $\widetilde{\boldsymbol{X}}_0$ 的第 k($k = 1,2,\cdots,n$) 个分量关联系数

$$\begin{aligned}\gamma(\tilde{x}_0(k), \tilde{x}_i(k)) = \{&\min_i \min_k \{|\tilde{x}_0(k) - \tilde{x}_i(k)|\} + \\ &\xi \max_i \max_k \{|\tilde{x}_0(k) - \tilde{x}_i(k)|\}\} / \\ &\{|\tilde{x}_0(k) - \tilde{x}_i(k)| + \\ &\xi \max_i \max_k \{|\tilde{x}_0(k) - \\ &\tilde{x}_i(k)|\}\}\end{aligned} \tag{1}$$

其中 $\xi \in [0,1]$ 称为分辨系数，一般取 $\xi = 0.5$.

最后，计算相关因素序列 $\boldsymbol{X}_i$ 对系统特征序列 $\boldsymbol{X}_0$ 的灰色关联度 $\gamma_{0,i} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \gamma(\tilde{x}_0(k), \tilde{x}_i(k))$ $(i = 1,2,\cdots,L)$.

由上述关联度计算公式可知，$\gamma_{0,i} \in [0,1]$，其值越大说明相关因素序列 $\boldsymbol{X}_i$ 对系统特征序列 $\boldsymbol{X}_0$ 的关联程度越大，两个序列反映的因素变化趋势越一致.

2 基于灰色关联分析的剪枝算法

2.1 网络纵(横)向灰色关联度

在文献[13、14]中提出的用于 BP 网络优化的灰色关联分析方法基础上，本文给出 HONN 纵(横)向灰色关联度的定义和意义.

设给定 J 个样本输入向量 $\{\boldsymbol{\xi}^j\}_{j=1}^{J}$，其中 $\boldsymbol{\xi}^j = (\xi_1^j \quad \xi_2^j \quad \cdots \quad \xi_P^j)^{\mathrm{T}}$. 为了简洁将 HONN 输入向量记为

$$\bar{\boldsymbol{\xi}}^j = (\bar{\xi}_1^j \quad \bar{\xi}_2^j \quad \cdots \quad \bar{\xi}_N^j) = (-1 \quad \xi_1^j \quad \xi_2^j \quad \cdots \quad \xi_P^j \quad \xi_1^j\xi_2^j \quad \cdots \quad \xi_{P-2}^j\xi_{P-1}^j\xi_P^j)$$

式中：$\bar{\xi}_1^j$ 是与阈值相对应的输入；$\bar{\xi}_i^j(2 \leqslant i \leqslant P+1)$ 是样本输入向量的分量值；$\bar{\xi}_i^j(P+2 \leqslant i \leqslant N)$ 是样本输入向量的高阶扩展项. 网络实际输出向量为 $\boldsymbol{Y}^j \in \boldsymbol{R}^M$，$\boldsymbol{Y}^j = (y_1^j \quad y_2^j \quad \cdots \quad y_M^j)^{\mathrm{T}}$，与输出神经元 m 相连接的输入节点集为 $\tau_m = \{m_1, m_2, \cdots, m_K\} \subseteq \{1, 2, \cdots, N\}$，相应的连接权值向量记为 $\boldsymbol{W}_m = (w_{m,m_1} \quad w_{m,m_2} \quad \cdots \quad w_{m,m_K})^{\mathrm{T}}$. 全连接的 HONN 结构可参看 1.1. 令 $P_{\mathrm{o},m} = \{y_m^1, y_m^2, \cdots, y_m^J\}(1 \leqslant m \leqslant M)$ 表示输出神经元 m 对应各输入样本的输出值序列，$P_{\mathrm{i},m,m_n} = \{w_{m,m_n}\bar{\xi}_{m_n}^1, w_{m,m_n}\bar{\xi}_{m_n}^2, \cdots, w_{m,m_n}\bar{\xi}_{m_n}^J\}$ 表示输出神经元 m 与输入节点 m_n 相连的对应各输入样本的输入值序列，其中 $m_n \in \tau_m$.

2.1.1　网络纵向灰色关联度　以输出神经元 m 的输出值序列 $P_{\mathrm{o},m}$ 为特征序列，输出神经元 m 的各输入值序列 $P_{\mathrm{i},m,m_1}, P_{\mathrm{i},m,m_2}, \cdots, P_{\mathrm{i},m,m_K}$ 为相关因素序列，计算的灰色关联度称为输出神经元 m 对应各输入值序列的网络纵向灰色关联度，记为 $\gamma_{\mathrm{v},m,m_n}(m_n \in \tau_m)$. 令 $\gamma_{\mathrm{v},m}^{\min} = \min\{\gamma_{\mathrm{v},m,m_n} \mid m_n \in \tau_m\}$ 表示输出神经元 m 的网络最小纵向灰色关联度. 网络纵向灰色关联度主要考察神经元的各输入值序列对其输出值序列的影响大小，关联度值越小，相应的输入值序列对输出值序列贡献越小.

2.1.2　网络横向灰色关联度　以输出神经元 m 的第 m_n 个输入值序列 P_{i,m,m_n} 为特征序列，输出神经元 m 的其他输入值序列 $P_{\mathrm{i},m_j}(m_j \in \tau_m$，且 $m_j \neq m, m_n)$ 为相关因素序列，计算灰色关联度称为输出神经元 m 的第 m_n 个输入值序列对应其他输入值序列的网络横向灰色关联度，记为 $\gamma_{\mathrm{h},m_n,m_j}(m_j \in \tau_m$ 且 $m_j \neq m_n)$. 令 $\gamma_{\mathrm{h},m_n}^{\max} = \max\{\gamma_{\mathrm{h},m_n,m_j} \mid m_j \in \tau_m$，且 $m_j \neq m_n\}$ 表示输出神经元 m 的第 m_n 个输入值序列的网络最大横向灰色关联度. 网络横向灰色关联度主要考察对应同一神经元的输入值序列彼此之间的关联程度，关联度值越大，两个输入值序列的相关性越大.

2.2　基于灰色关联分析的剪枝算法

利用网络纵(横)向灰色关联分析构造剪枝算法优化 HONN 结构. 首先对全连接的 HONN 开始训练(常用的训练前馈神经网络的学习算法均可采用，如 BP 算法)，当满足下述的训练暂停准则时，训练过程暂停，剪枝过程开始. 利用网络纵(横)向灰色关联度来确定网络的冗余连接和并枝连接，进行剪枝、并枝操作，然后继续训练过程. 这样通过训练过程和剪枝过程的交替进行，动态地调整网络结构，最终获得合理的网络拓扑结构.

首先，给出算法终止准则.

训练终止准则：迭代次数达到指定最大迭代次数 N 或误差函数值小于指定标准 ε.

训练暂停准则：训练终止准则不满足，但本次迭代次数达到 $N_1 < N$，或权值改变量满足 $\|\Delta \boldsymbol{w}\| < \varepsilon_1$ 或误差函数梯度 $\|\nabla_{\boldsymbol{w}} E\| < \varepsilon_2$，其中 N_1、ε_1、ε_2 是给定正常数.

关于训练暂停准则，本文指出，BP 算法和其他常用训练方法通常都能保证 $\|\nabla_{\boldsymbol{w}} E\| \to 0$，见文献[17、18].

接下来，给出基于灰色关联分析的新剪枝算法具体步骤(见图 2)：

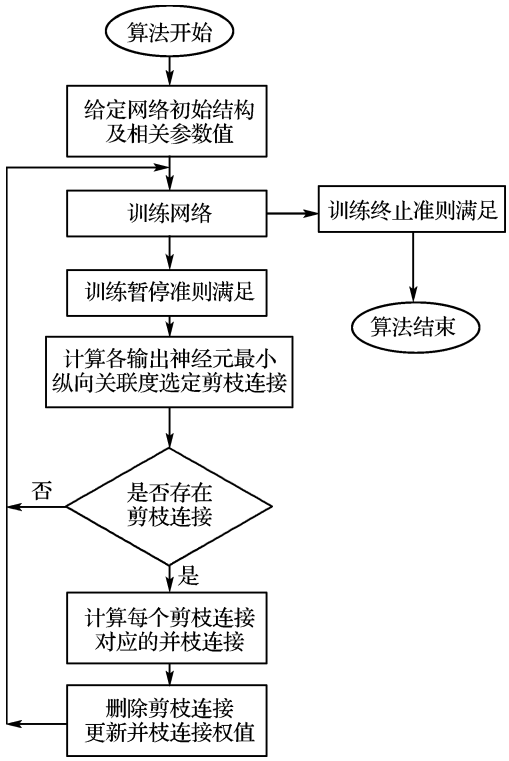

图 2　基于灰色关联分析的剪枝算法流程图

Fig. 2　Flow chart of pruning algorithm based on grey incidence analysis

步骤1 确定初始网络结构、训练算法及相关参数.

步骤2 训练过程开始,直到训练终止准则满足并转到步骤7,或者训练暂停准则满足,转到步骤3.

步骤3 训练过程暂停,剪枝过程开始.利用各输出神经元的网络最小纵向灰色关联度确定其剪枝连接,即求出每个输出神经元的网络最小纵向灰色关联度 $\gamma_{\mathrm{v},1}^{\min},\gamma_{\mathrm{v},2}^{\min},\cdots,\gamma_{\mathrm{v},M}^{\min}$,若 $\gamma_{\mathrm{v},m}^{\min}<\gamma_{\min}$ $(1\leqslant m\leqslant M)$,其中 $\gamma_{\min}$ 是给定界值,则取其对应连接为输出神经元 m 的剪枝连接,转到步骤4.若 $\gamma_{\mathrm{v},m}^{\min}(1\leqslant m\leqslant M)$ 均大于给定界值 $\gamma_{\min}$,则转到步骤2,继续训练.

步骤4 利用网络横向灰色关联分析方法为每个剪枝连接选定相应的并枝连接.具体地说,不妨假设上一步中输出神经元 m 取定与输入节点 m_n 的连接为剪枝连接,则计算输入值序列 P_{i,m,m_n} 的网络最大横向灰色关联度 $\gamma_{\mathrm{h},m_n}^{\max}$,取其对应连接为并枝连接.

步骤5 删除剪枝连接,利用最小二乘法,修改并枝连接的权值,具体权值调整公式参见式(2).

步骤6 剪枝过程暂停,转到步骤2,继续训练过程.

步骤7 网络结构确定,训练过程结束.

步骤4中的给定界值 $\gamma_{\min}\in(0,1)$,当某个输出神经元的网络最小纵向关联度小于这个值时,则认为其相应的输入值序列与输出值序列相关性很小,对应连接可以剪除.

下面给出利用最小二乘法调整并枝连接权值的公式.假设步骤3选定输出神经元 m 与输入节点 i 的连接为剪枝连接,其连接权值为 $w_{m,i}$,相应的输入值序列为 $P_{\mathrm{i},m,m_i}=\{w_{m,i}\bar{\xi}_i^{\,1},w_{m,i}\bar{\xi}_i^{\,2},\cdots,w_{m,i}\bar{\xi}_i^{\,J}\}$;步骤4选定输出神经元 m 与输入节点 k 的连接为并枝连接,其连接权值为 $w_{m,k}$,相应输入值序列为 $P_{\mathrm{i},m,m_k}=\{w_{m,k}\bar{\xi}_k^{\,1},w_{m,k}\bar{\xi}_k^{\,2},\cdots,w_{m,k}\bar{\xi}_k^{\,J}\}$,则新的并枝连接权值 $w_{m,k}^{\mathrm{new}}$ 为

$$w_{m,k}^{\mathrm{new}}=w_{m,k}+w_{m,i}\frac{\sum_{j=1}^{J}(\bar{\xi}_k^j\bar{\xi}_i^j)}{\sum_{j=1}^{J}(\bar{\xi}_k^j)^2}\tag{2}$$

3 仿真实验

为了验证本文所提出算法的合理性和有效性,将算法用于HONN结构优化,并分别针对分类问题和逼近问题做对比实验.实验中训练过程应用BP算法,并将加入剪枝过程后的BP算法记为PBP算法.实验中初始权值均在[−0.5,0.5]内选取,分辨系数取为 $\xi=0.5$.

例1 分类问题

"与、或"函数学习问题:

$$f=(a\vee b)\wedge(c\vee d\vee e)$$

式中:∧、∨ 分别表示逻辑"与"运算和逻辑"或"运算.本例为五输入一输出函数,共有32个输入模式.随机选取其中的24个样本为训练样本,余下8个样本作为测试样本,分别利用BP算法和PBP算法训练.输出函数取为 $g(x)=\tanh x$,学习率取为0.05,最大训练次数为5 000,$\varepsilon=0.01$,$\varepsilon_1=\varepsilon_2=0.05$.$\gamma_{\min}$ 对2、3、4阶网络分别取为0.70、0.70、0.75.表1给出了BP算法与PBP算法的运行结果,表2给出了训练样本集和测试样本集的识别率.可以看到随着阶数的增加,网络所需权值数量快速增加,BP算法受影响程度较大,运行时间较长,泛化能力降低;而PBP算法受阶数影响较弱,运行时间较短,泛化能力平稳.

表1 分类问题结果对比

Tab.1 Comparison results for the classification problem

网络阶数	网络结构	测试样本误差		训练样本误差		训练时间/s	
		PBP	BP	PBP	BP	PBP	BP
2	21-1	1.395 7	0.804 3	0.016 2	0.010 0	2.796 0	3.125 0
3	56-1	1.606 0	2.603 6	0.010 0	0.010 0	1.937 0	2.266 0
4	126-1	1.864 8	5.779 6	0.009 2	2.001 3	7.859 0	18.922 0

表 2　分类问题识别率

Tab. 2　Recognition rate for the classification problem

网络阶数	测试样本集		训练样本集	
	PBP	BP	PBP	BP
2	100	100	100	100
3	100	100	100	87.25
4	100	95.83	100	75.00

例 2　函数逼近问题

分别利用 BP 算法和 PBP 算法逼近二维 Gabor函数[19]

$$h(x,y)=\frac{1}{2\pi(0.5)^2}\cdot e^{-(x^2+y^2)/(2(0.5)^2)}\times\cos(2\pi(x+y))$$

在 $x\in[-1,1]$，$y\in[-1,1]$ 内均匀选取 72 个样本点. 随机选取其中 36 个为训练样本，剩余的 36 个为测试样本. 输出函数为 $g(x)=x$，学习率取为 0.05，最大训练次数为 10 000，$\varepsilon=0.05$. 对 2、3、4 阶 $\gamma_{\min}$ 分别为 0.83、0.88、0.90，$\varepsilon_1=\varepsilon_2=0.10$，表 3 给出了 BP 算法和 PBP 算法的运行结果. 可以看出 PBP 算法受网络阶数增加影响较小，运行时间短，泛化能力优于 BP 算法.

表 3　函数逼近问题结果对比

Tab. 3　Comparison results for the function approximation problem

网络阶数	网络结构	测试样本误差		训练样本误差		训练时间/s	
		PBP	BP	PBP	BP	PBP	BP
2	6-1	0.642 1	0.651 3	0.641 8	0.651 7	1.562 5	1.619 2
3	10-1	0.642 4	0.663 6	0.642 2	0.673 6	1.625 5	1.878 2
4	15-1	0.642 9	0.696 2	0.642 6	0.721 9	2.027 0	2.349 1

4　结　语

本文利用灰色关联分析方法，分析了一类高阶神经网络纵向信息和横向信息的传输特点，并在此基础上设计了一种用于确定高阶前馈网络拓扑结构的剪枝算法. 通过实例验证了算法可以使高阶网络获得较优的拓扑结构和较好的泛化能力. 本文提出的剪枝算法是否适用于其他类别的网络还需要进一步的研究.

参考文献：

[1] LEE Y C, DOOLEN G, CHEN H H, *et al*. Machine learning using a higher order correlation network [J]. **Physica D**, 1986, **2**(1-3):276-306

[2] GILES C L, MAXWELL T. Learning, invariance, and generalization in high order neural networks [J]. **Applied Optics**, 1987, **26**(23):4972-4978

[3] ROVITHAKIS G A, CHRISTODOULOU M A. **Adaptive Control with Recurrent High-Order Neural Networks** [M]. Berlin:Springer-Verlag, 2000

[4] 武　妍，金明曦，王守觉. 基于仿生模式识别理论的高阶神经网络说话人识别方法[J]. 计算机工程，2006，**32**(12):184-186

[5] 郑庆生，韩大匡. 高阶神经网络在储层分布参数定量预测中的应用[J]. 地球物理学进展，2007，**22**(2):552-555

[6] 张颖伟，周　玮，刘建昌，等. 一类复杂系统的自适应控制[J]. 控制与决策，2006，**21**(8):929-936

[7] WEIGENDA S, RUNELHART D E, HUBERMAN B A. Generalization by weight-elimination with application to forecasting [C] // **Proceedings of the 1990 Conference on Advances in Neural Information Processing Systems 3**. Denver:Morgan Kaufmann Publishers, 1990:875-882

[8] KARNIN E D. A simple procedure for pruning back-propagation trained neural networks [J]. **IEEE Transactions on Neural Networks**, 1990, **1**(2):239-242

[9] SIETSMA J, DOW R J F. Neural net pruning — why and how? [C] // **Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks**. San Diego:IEEE Computer Society Press, 1988:325-333

[10] CASTELLANO G, FANELLI A M, PELILLO M. An iterative pruning algorithm for feedforward

neural networks [J]. **IEEE Transactions on Neural Networks**, 1997, **8**(3):519-531

[11] DENG J L. Control problems of grey systems [J]. **Systems and Control Letters**, 1982, **5**(1):288-294

[12] 邓聚龙. 灰色系统理论教程[M]. 武汉:华中理工大学出版社, 1987

[13] 唐万梅. BP 神经网络网络结构优化问题的研究[J]. 系统工程理论与实践, 2005, **25**(10):95-100

[14] 赵林明. 基于灰色关联分析的自适应神经网络及其在水轮机建模中的应用[J]. 应用基础与工程科学学报, 1995, **13**(2):217-221

[15] RUMELHART D E, HINTON G E, WILLIAMS R J. Learning internal representation by error propagation [M] // **Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition.** Cambridge:MIT Press, 1986:318-362

[16] 刘思峰,党耀国,方志耕. 灰色系统理论及其应用[M]. 3 版. 北京:科学出版社, 2004

[17] WU W, FENG G R, LI Z X. Deterministic convergence of an online gradient method for BP neural networks [J]. **IEEE Transactions on Neural Networks**, 2005, **16**(3):533-540

[18] ZHANG N M, WU W, ZHENG G F. Convergence of gradient method with momentum for two-layer feedforward neural networks [J]. **IEEE Transactions on Neural Networks**, 2006, **17**(2):522-525

[19] SHIN Y, GHOSH J. Approximation of multivariate functions using ridge polynomial networks [C] // **Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks.** Baltimore:IEEE Computer Society Press, 1992:380-385

Pruning algorithm training high-order neural network based on grey incidence analysis

XIONG Yan*[1,2], WU Wei[1], ZHANG Chao[1], KANG Xi-dai[1]

(1. School of Mathematical Sciences, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. School of Science, University of Science and Technology Liaoning, Anshan 114051, China)

Abstract: A comprehensive analysis of the characteristics of the network lateral and vertical grey incidence analyses is given, and then a new pruning algorithm based on grey incidence analysis for high-order neural network is presented. In this algorithm, grey incidence analysis is used to compare the correlation degree of each output sequence of the network units. The pruned connections and the incorporated connections are determined by the network vertical and lateral grey incidence analyses, respectively. The topological structure of the network is adjusted dynamically. After training, the pruned network has the optimum topological structure and obtains good generalization. The simulation results show the rationality and effectiveness of the proposed approach.

Key words: grey incidence analysis; high-order neural network; degree of grey incidence; pruning algorithm; least-square method