

交互式模糊稳健优化设计及其应用

张旭*, 孙伟, 许焕卫, 董荣梅

(大连理工大学 精密与特种加工教育部重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要: 产品质量与设计变量容差间的冲突性和模糊关联性往往导致稳健优化结果与设计者意图有所偏差. 针对这类问题, 在考虑工程稳健设计中存在主、客观不确定因素的前提下, 利用区间加权系数构造模糊稳健优化设计的容差模型, 采用物理规划表达设计者的局部偏好, 控制区间权值产生候选 Pareto 解集, 利用折中规划建立 Pareto 解到评分值的映射, 并据此改进设计偏好, 从而实现稳健优化过程的交互式决策. 实例证明, 所提方法获得了兼顾主、客观设计要求不确定性的最满意解.

关键词: 模糊稳健优化设计; 容差; 交互式决策; 物理规划

中图分类号: TH122 **文献标志码:** A

0 引言

稳健设计要求产品系统性能对于制造过程中的波动或其工作环境的变化不敏感, 而且尽管零部件会漂移或老化, 系统仍然在其寿命期间以可接受的水平持续工作. 通常影响产品质量的因素都具有一定的随机性和模糊性, 实际的工程优化设计中存在着大量的模糊因素, 不考虑这些客观存在的模糊因素的优化设计方法是不全面的. 模糊稳健优化设计是指同时考虑实际影响因素的不确定性, 将模糊理论应用到稳健优化设计中, 使产品在受到各种干扰因素影响下质量仍保持稳定的设计方法. 许多学者已对模糊稳健设计问题进行了研究. 文献[1]提出了模糊稳健设计准则, 建立了模糊稳健设计的单目标优化模型. 文献[2]将容差和优质品率作为优化目标, 建立了双目标优化模型. 该方法以主容差作为优化目标, 适用于各容差间难以确定其关系的情况. 文献[3]从不确定因素引起产品质量波动的角度建立模糊稳健设计模型, 但采用折中规划求解时需面临权值的合理性选择问题.

另一方面, 工程稳健设计通常要求通过调整设计变量与控制其容差来使各种因素对产品质量的影响限制在规定的容许范围之内^[4], 由于受系

统复杂性、随机性和模糊性等限制, 设计者往往很难在稳健设计初期就给出其精确的控制信息. 因而采用交互式设计方法可以在稳健设计过程中不断改进其设计要求, 有利于提高设计效率, 改善设计效果.

本文在文献[2,3]的基础上, 主要进行如下研究:

(1) 针对折中规划加权系数赋值合理性问题, 采用区间加权主容差作为优化目标构造模糊稳健设计模型.

(2) 采取物理规划法建立稳健优化问题的局部偏好模型.

(3) 针对一般工程稳健设计问题无法给出先验信息的问题, 建立两级评价系统, 根据折中规划(CP)结果不断改进局部偏好模型, 实现交互式的稳健设计过程.

1 改进的双目标模糊稳健优化设计模型

广义的讲, 产品质量优劣的评价是模糊的. 因此, 产品质量指标 y 可以定义为模糊指标, 其隶属函数为 $\mu_{\tilde{A}}(y)$, $\tilde{A}$ 为 y 的优质性的模糊概率描述. $f(y)$ 为 y 的分布密度函数, 它同时受系统的可控

因素和噪音因素的影响. 产品设计方案优劣或产品设计质量的品质稳健设计准则^[1]可表示为

$$P(\tilde{A}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_{\tilde{A}}(y) f(y) dy \tag{1}$$
$$P(\tilde{A}) \rightarrow \max$$

另一方面,设计参数的容差是衡量产品性能和制造成本的一个重要因素.减小容差,虽可提高产品的质量和可装配性,但是却大大提高了产品的制造费用.稳健设计中,在考虑产品品质的同时,还应该考虑到产品的可制造性,使产品的制造成本越低越好.采用主容差的最坏情况模型^[5]建立的容差稳健设计准则^[2]可表示为

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \Delta x_i \tag{2}$$
$$\Delta \rightarrow \max$$

该准则没有考虑容差间相对关系,这意味着对各设计变量的稳健可行域“缩放”程度的控制是置于同一标准下的.实际上,不同设计参数的容差对系统整体稳健特性的影响程度不同,即各容差具有不同重要性.因此,准则(2)仅适用于各设计变量容差间难以确定其关系的情况.考虑各容差间的相对重要程度,容差的稳健设计准则可改写为如下形式:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \omega_i \Delta x_i \tag{3}$$
$$\Delta \rightarrow \max$$

其中权重系数 ω_i 表示各容差的相对重要度.

综上所述,建立模糊稳健设计的双目标优化模型:

$$\max \quad [f_1(x), f_2(x)]$$
$$f_1(x) = P(\tilde{A}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_{\tilde{A}}(y) f(y) dy$$
$$f_2(x) = \Delta = \sum_{i=1}^n \omega_i \Delta x_i$$
$$\text{s. t.} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_{\tilde{B}_k}(g_k) f(g_k) dg_k \geq \beta_k \tag{4}$$
$$(X, Z, \Delta X, \Delta Z) \in \mathbf{R}$$
$$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1, i = 1, 2, \dots, n$$

$\tilde{B}_k$ 为模糊约束条件所决定的安全事件,其定义如下:

$$\tilde{B}_k \triangleq \{g_k(x, z) \leq G_k\}; k = 1, 2, \dots \tag{5}$$

$\tilde{B}_k$ 的隶属函数为 $\mu_{\tilde{B}_k}(g_k)$, $g_k(x, z)$ 的分布密度函数为 $f_k(g_k)$, β_k 为预定的稳健设计水平.

2 交互式稳健优化方法

传统的基于权重的优化方法的缺陷是模型中的权重可能无实际物理意义.因此,对于设计者无法清晰判断各目标间重要性关系的情况,只给定权重取值的可能范围,比假定其为某一确定值更为合理.针对模型(4),可设 ω_i 的可能范围为 ω_i^l , ω_i^l 通过如下规则确定:

$$\omega_i \in \omega_i^l = [\omega_i^c - \Delta\omega_i, \omega_i^c + \Delta\omega_i]$$
$$\sum_{i=1}^n \omega_i^c = 1 \tag{6}$$
$$\Delta\omega_i / \omega_i^c = \Delta\omega_j / \omega_j^c$$
$$\Delta\omega_{i\max} < \omega_{i\min}^c$$

当容差个数较多时, ω_i^c 可以利用模糊偏好法^[6]确定.若对 ω_i 在 ω_i^l 范围内均匀取值进行检验,取值步长为 λ_i ,则给定 ω_i 的控制参数 $(\omega_i^c, \Delta\omega_i, \lambda_i)$ 时,将得到 m 组 $\omega = (\omega_1 \ \omega_2 \ \dots \ \omega_n)$, $m = \lfloor \Delta\omega_i / \lambda_i \rfloor$.代入模型(4)求解,会得到一系列的 $\Delta X = (\pm \Delta x_1 \ \pm \Delta x_2 \ \dots \ \pm \Delta x_n)^T$.设 Δx_i^u 为各容差的理想解, $\Delta\omega_{i\min}$ 为各目标的最差解.根据折中规划,定义衡量 ΔX 为设计满意解的尺度函数 D ,

$$D = \left[\sum_{i=1}^n \left| \frac{\Delta x_i - \Delta x_i^u}{\Delta x_{i\min} - \Delta x_i^u} \right|^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha}} \tag{7}$$

其中 $1 \leq \alpha \leq +\infty$,通常取 1 或 2,满足 D 最小的 ΔX 为设计满意解.

以式(7)作为决策层的评价函数,建立如图 1 所示的交互式决策模型,模型分为决策层和分析层.分析层求解得到局部最优解集,提供给决策层评价;决策层根据评价结果将对候选解集的满意程度反馈给分析层,从而改进分析层的局部偏好,继续分析.该过程反复进行直至决策者满意为止.

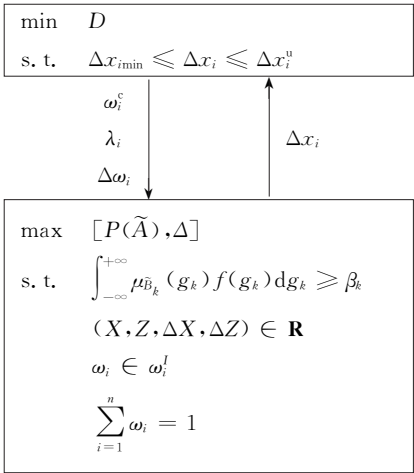


图 1 交互式决策模型

Fig. 1 Interactive decision-making model

3 基于物理规划的交互式设计过程

物理规划(physical programming)是一种处理多目标优化问题的有效方法,已在稳健设计中得到了应用^[7,8].文献[9]给出了物理规划的数学模型:

$$\begin{aligned} \min_x \quad & f_p(x) = \lg \left\{ \frac{1}{n_{sc}} \sum_{i=1}^{n_{sc}} f_{p_i}(f_i(x)) \right\} \\ \text{s. t.} \quad & f_i(x) \leq f_{i5} \quad (\text{for class1-S}) \\ & f_i(x) \geq f_{i5} \quad (\text{for class2-S}) \\ & f_{i5l} \leq f_i(x) \leq f_{i5r} \quad (\text{for class 3-S and 4-S}) \\ & f_i(x) \leq f_{imax} \quad (\text{for class1-H}) \\ & f_i(x) \geq f_{imin} \quad (\text{for class2-H}) \\ & f_{imin} \leq f_i(x) \leq f_{imax} \quad (\text{for class 3-H and 4-H}) \\ & x_{jmin} \leq x_j \leq x_{jmax} \end{aligned} \tag{8}$$

式中: n_{sc} 为软偏好函数的个数, f_{ij} 为区间边界, f_{imin} 、 f_{imax} 、 x_{jmin} 、 x_{jmax} 表示相应的最小值和最大值, $f_{p_i}(f_i(x))$ 为第*i*个设计目标 $f_i(x)$ 的偏好函数.

利用物理规划求解模型(4)时,将原目标函数分解为*n*个容差目标和1个优质品率目标.稳健设计要求容差越大越好,优质品率越高越好,故模糊稳健优化设计共有*n*+1个2-S型软偏好函数, $n_{sc} = n + 1$.根据相关法则和设计者经验构造偏好函数,基于物理规划的模糊稳健优化设计模型为

$$\begin{aligned} \max \quad & f_p(x) = \lg \left\{ \frac{1}{n_{sc}} \left[\sum_{i=1}^{n_{sc}} f_{p_i}(f_i(x)) \right] \right\} \\ \text{s. t.} \quad & f_i(x) \geq f_{i5} \\ & x_{jmin} \leq x_j \leq x_{jmax} \end{aligned} \tag{9}$$

以各容差的偏好函数值作为决策层评价的对象,建立基于物理规划的交互式决策模型见图2.

图2中,各容差的偏好函数值 $p_i = f_{p_i}/\omega_i$, p_i^u 、 p_{imax} 为 p_i 的理想解和最差解, D_p 为衡量 p_i 的尺度函数:

$$D_p = \left[\sum_{i=1}^n \left| \frac{p_i - p_i^u}{p_{imax} - p_i^u} \right|^a \right]^{\frac{1}{a}} \tag{10}$$

具体的交互式决策流程主要步骤及相关解释如下:

(1) 根据模糊稳健设计准则,建立模糊稳健优化设计模型.

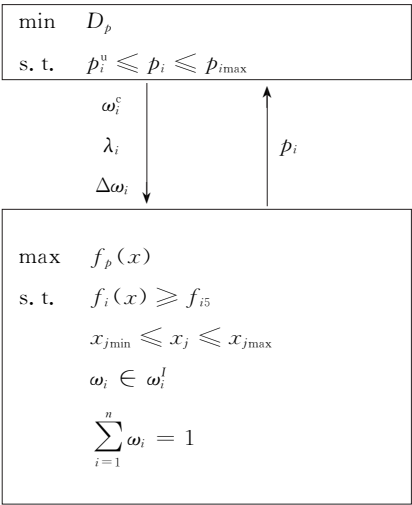


图 2 基于物理规划的交互式决策模型
Fig. 2 Physical programming based interactive decision-making model

(2) 确定各容差的偏好函数 p_i 和权重参数 ω_i^c ,建立模糊稳健优化设计的物理规划模型.求解模型获得初始解,并改进偏好函数 p_i .

(3) 确定容差权重参数 $\Delta\omega_i$ 、 λ_i ,求解模型获得候选解集.

(4) 构造尺度函数 D_p ,对每个候选解评分分值,按照得分进行排序,得到初始最优方案.如果设计者满意,转到(7).

(5) 调整 $\Delta\omega_i$ 、 λ_i ,转到(3)重新计算.该步骤是在初始最优方案附近的局部搜索,是对原偏好函数的“微调”. $\Delta\omega_i$ 代表决策者主观的不确定性; λ_i 代表对设计精度的要求.如果设计者无法提供更精确的偏好信息或对优化精度表示满意,该步骤可以略过.

(6) 调整 ω_i^c ,转到(2)重新计算;该步骤是对偏好函数的“粗调”过程,即改变原有的优化方向,确定牺牲哪些设计目标而使其他设计目标得到改进,并确定改进或牺牲的程度.

(7) 结束.

4 实例分析

以图3所示的偏置曲柄滑块机构的稳健设计为例,对提出的算法进行验证.设各构件的长度服从正态分布,且运动误差不大于 $[\epsilon] = 0.25 \text{ mm}$,而考虑模糊因素影响,允许超过该值的最大量为 $\Delta\epsilon = 0.0125 \text{ mm}$.该机构设计质量的特性指标 $y(\varphi) = S(\varphi) - S_0(\varphi)$,令 $y(\varphi)$ 为模糊指标.

$S(\varphi)$ 、 $S_0(\varphi)$ 、 $\mu_{y_0}(y(\varphi))$ 的定义参见文献[1]. 求构件长度 a_1 、 a_2 及其制造公差.

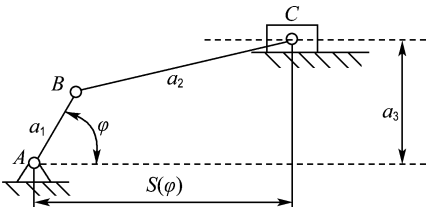


图 3 曲柄滑块机构运动简图

Fig. 3 Kinematic diagram of a slider-crank mechanism

设各杆的制造误差为 $\pm\Delta a_1$ 、 $\pm\Delta a_2$, $f[y(\varphi)]$ 为 $y(\varphi)$ 的分布密度函数. 设计变量 $\mathbf{x}^T = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4) = (\tilde{a}_1 \ \tilde{a}_2 \ \Delta a_1 \ \Delta a_2)$, 噪声因素为 $\mathbf{z}^T = (z_1 \ z_2) = (\tilde{a}_3 \ \Delta a_3)$, $y(\varphi)$ 为 x 、 z 和 φ 的函数. 则该问题的模糊稳健优化设计数学模型为

max $(f_1(x), f_2(x), f_3(x))$

$$f_1(x) = \omega_1 x_3$$
$$f_2(x) = \omega_2 x_4$$
$$f_3(x) = \int_{-0.262\ 5}^{+0.262\ 5} \mu_{\tilde{A}}(y(\varphi_m)) f(y(\varphi_m)) dy(\varphi_m)$$

s. t.
$$\int_{-0.262\ 5}^{+0.262\ 5} f(y(\varphi_m)) dy(\varphi_m) \geq 1 - \alpha_f$$

$$x_2 - x_1 - z_1 \geq 0$$
$$x_i > 0$$
$$\omega_i \in \omega_i^I$$
$$\omega_1 + \omega_2 = 1 \tag{11}$$

式中产品缺陷率 $\alpha_f = 0.01\%$.

设 $(\omega_i^I, \Delta\omega_i, \lambda_i) = (0.4, 0.15, 0.01)$, 确定 30 组 ω_1 、 ω_2 值, 获得候选解集. 根据分值评价结果, 得到 $\omega = (0.32 \ 0.68)$ 时的结果最优. 如果设计者对此结果满意, 优化过程结束. 若设计者对本轮最优解不满意, 可通过调整权重控制参数进行重新计算, 直至得到满意解为止.

根据约束条件和设计者的经验确定设计目标的偏好函数偏好区间边界值如表 1 所示, 优化后的设计变量如表 2 所示. 通过结果分析可知, 当 ω 的控制参数确定时, 通过折中规划可得唯一的最优解. ω_1 取值的减小体现了设计者牺牲 x_4 而改进其他设计参量的主观意图. 另外, 文献[2]方法实际上是本文方法 ω 取 $(0.5 \ 0.5)$ 时的特例.

表 1 设计目标的局部偏好区间

Tab. 1 Region limits of progressive preference functions of objectives

	g_{i5} (高度不满意)	g_{i4} (不满意)	g_{i3} (可容忍)	g_{i2} (满意)	g_{i1} (高度满意)
$f_1(x)$	0.025	0.03	0.035	0.04	0.05
$f_2(x)$	0.050	0.06	0.070	0.08	0.09
$f_3(x)$	0.700	0.75	0.800	0.85	0.90

表 2 稳健设计参数的设计结果

Tab. 2 The results of robust design variables

	x_1	x_2	x_3	x_4	优质品率
本文方法	57.806 3	164.024 8	0.090 9	0.180 5	0.817 8
文献[2]方法	57.858 4	164.068 5	0.085 1	0.183 8	0.814 2
文献[1]方法	57.819 2	164.061 7	0.116 1	0.182 9	0.861 8

综上所述, 本文方法具有如下特点:

(1) 设计者通过调整局部偏好边界值和 ω 两种方式表达设计意图, 有利于在设计过程中控制多个目标的改进方向.

(2) 定义 ω 的可能性区间, 使优化得到的不是一个 Pareto 解, 而是一个候选解集, 从而实现最优设计方案的选择. 区间权重参数的控制水平体现了设计者对原决策问题认识的不断提高和对目标结果偏好逐渐清晰的过程.

(3) 利用式(7)进行折中规划时, 理想解由 ω 的可能性区间确定, 因此设计者可以通过调整 ω 控制参数的方式改变理想点, 从而改变对各设计目标的优化方向.

(4) 使用物理规划的难点在于偏好函数边界值的确定. 本文利用物理规划表达设计者的局部偏好, 通过折中规划与物理规划的交互, 实现对物理规划偏好函数边界值的改进.

5 结 论

本文应用物理规划构造稳健优化设计模型的偏好函数, 符合工程稳健设计的真实情况. 通过对稳健设计容差模型的改进, 不仅表达了各目标函数间的相对重要性, 而且将设计者的经验引入到稳健设计过程中, 使设计者能够在一定程度上控制优化进程, 提高了设计效率, 改善了设计效果. 交互式决策被分为“粗调”和“微调”两个阶段, 使设计者可以根据实际情况制订偏好改进策略, 将整个稳健设计过程置于一个更加灵活的框架中.

实例证明,本文提出的方法在机械系统稳健设计中的应用是有效的.该方法符合稳健设计理论的本质和现代稳健设计技术的发展方向.

参考文献:

- [1] 郭惠昕. 产品质量的模糊稳健性研究及模糊稳健优化设计方法[J]. 中国机械工程, 2002, **13**(2): 221-224
- [2] 黄洪钟,刘鸿莉,古莹奎,等. 基于物理规划的模糊稳健优化设计[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2005, **45**(8):1020-1022
- [3] 许焕卫,黄洪钟,张 旭. 基于模糊折中规划的稳健多目标优化设计[J]. 大连理工大学学报, 2007, **47**(4):368-371
(XU Huan-wei, HUANG Hong-zhong, ZHANG Xu. A fuzzy compromise programming approach to robust multi-objective optimization design [J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2007, **47**(4):368-371)

- [4] 陈立周. 工程稳健设计[J]. 机械设计, 1998(7):4-5
- [5] 陈立周. 稳健设计[M]. 北京:机械工业出版社, 2000
- [6] 关志华,寇纪淞,李敏强. 基于模糊偏好的多目标进化优化算法[J]. 天津大学学报, 2002, **35**(3): 275-280
- [7] CHEN W, SAHAI A, MESSAC A, *et al.* Exploration of the effectiveness of physical programming in robust design [J]. *ASME Transactions, Journal of Mechanical Design*, 2000, **122**(2):155-163
- [8] MESSAC A, ISMAIL-YAHAYA A. Multiobjective robust design using physical programming [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2002, **23**(5):357-371
- [9] MESSAC A, ISMAIL-YAHAYA A. Multiobjective robust design using physical programming [J]. *AIAA Journal*, 1996, **34**(1):149-158

Interactive fuzzy robust optimization design and its application

ZHANG Xu*, SUN Wei, XU Huan-wei, DONG Rong-mei

(Key Laboratory for Precision & Non-traditional Machining Technology of Ministry of Education, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: The conflictive and fuzzy coupling relationships between product quality and tolerances of design variables always bring out the deviation between optimization results and design intention to a certain extent. Considering the fuzzy subjective and objective factors, which exist in engineering robust design problem, a fuzzy robust optimization model based on tolerance objectives is established using interval weighted coefficient method. Physical programming is used to describe the designers' progressive preference. A Pareto design set is obtained by controlling the interval weighted coefficients. A map from Pareto designs to their corresponding evaluation value is established using compromise programming. An interactive decision-making is carried out through improving the progressive preference by the tradeoff of the conflictive degree between objectives. The given numerical example illustrates that the proposed method can get the optimal solution which satisfies the subjective and objective uncertainties of robust design requirements.

Key words: fuzzy robust optimal design; tolerance; interactive decision-making; physical programming