

市场细分网站竞争模型及其稳定性分析

任雅威*, 杨德礼, 刁新军

(大连理工大学 系统工程研究所, 辽宁 大连 116024)

摘要: 在微分系统建模理论的基础上, 构建了互联网市场中存在细分市场的网站竞争模型, 用全局定性分析的方法对三网站竞争模型进行了稳定性分析. 分析结果显示: 在强竞争市场中, 市场细分为弱势网站提供了在竞争中生存甚至胜出的机会, 而在弱竞争市场中, 市场细分为网站带来的却是较低的市场份额; 数值仿真验证了稳定性分析结果的正确性.

关键词: 竞争模型; 微分方程组; 稳定性; 市场细分

中图分类号: N945 **文献标志码:** A

0 引言

进入网络时代, 人们的日常生活与互联网上形形色色的网站联系日趋紧密, 与网站竞争相关的研究也引起了国内外众多学者的广泛关注. Maurer 等^[1]首先提出了一类网站动态竞争模型, 并指出该模型中竞争的激烈程度不同会导致多个网站共享市场或者少数霸主赢家通吃的局面. 文献^[1]的工作表明互联网市场的主要特征可以通过一个基于 Lotka-Volterra 系统的网站竞争模型再现. 这一模型可以表示为一个 n 元非线性微分方程组:

$$\frac{df_i}{dt} = f_i \left(\alpha_i \beta_i - \alpha_i f_i - \sum_{i \neq j} \gamma_{ij} f_j \right)$$

其中 f_i 是网站 i 的市场占有率; α_i 是网站的增长率; β_i 是网站 i 的饱和市场占有率; γ_{ij} 表示网站 i 和 j 之间的竞争率, γ_{ij} 越大则由于网站 j 的存在而导致网站 i 的用户流失比率就越大. 文献^[2,3]的研究表明当同时引入竞争与合作机制时, 文献^[1]中模型会呈现出一些独特的现象; 文献^[4]放宽了文献^[3]中模型的假设条件, 并给出了完整的竞争策略分类; 文献^[5]考虑了竞争过程中的时滞; 文献^[6,7]强调了电子商务网站竞争过程中强者愈强的效应, 给出了电子商务网站的竞争模型.

任何网站竞争模型都不能面面俱到, 而只能是对特定假设前提下的现实网站竞争过程的抽象描述. 本文考虑市场中存在细分市场的网站竞争模型, 研究何时网站应该专注于细分市场, 何时不应该进行市场细分.

1 市场细分的网站竞争模型

考虑 n 个网站竞争的情况, 有 r 个网站的目标用户分布在整个市场中, 而剩下的 $n-r$ 个网站其用户分布在占整个市场 θ 份额的细分市场中. 假设细分市场中的网站不参与细分市场以外的竞争, 而目标市场为整个市场的网站同时参与细分市场的竞争. 为了便于入手, 不妨把整个问题分为两个子问题.

(1) 在非细分子市场中, 有 r 个网站争夺容量为 $1-\theta$ 的子市场份额, r 个网站的竞争模型为

$$\frac{df_i^*}{dt} = f_i^* \left[\alpha_i \beta_i (1-\theta) - \alpha_i f_i^* - \sum_{i \neq j} \gamma_{ij} f_j^* \right]; \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (1)$$

其中 $f_i^* = (1-\theta)f_i$ 且 $0 \leq f_i^* \leq 1-\theta$, 是网站 i 在非细分子市场中的占有率.

(2) 在细分子市场中, 有 n 个网站争夺容量为 θ 的子市场份额, n 个网站的竞争模型为

收稿日期: 2008-03-12; 修回日期: 2010-04-29.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70672092).

作者简介: 任雅威*(1978-), 男, 博士生, E-mail: renyawei1978@sina.com; 杨德礼(1939-), 男, 博士, 教授, 博士生导师.

$$\begin{cases} \frac{df_i^\#}{dt} = f_i^\# \left[\alpha_i (\beta_i \theta - f_i^\#) - \sum_{j=1, j \neq i}^r \gamma_{ij} f_j^\# - \sum_{j=r+1}^n \gamma_{ij} f_j \right]; i = 1, 2, \dots, r \\ \frac{df_i}{dt} = f_i \left[\alpha_i (\beta_i \theta - f_i) - \sum_{j=1}^r \gamma_{ij} f_j^\# - \sum_{j=r+1, j \neq i}^n \gamma_{ij} f_j \right]; i = r+1, r+2, \dots, n \end{cases} \quad (2)$$

其中 $f_i^\# = \theta f_i$ 且 $0 \leq f_i^\# \leq \theta$, 是网站 i 在细分子市场中的占有率。

系统(1)、(2)分别描述了两个子市场中网站竞争的情形。对于整个市场而言,当 $i \in [1, r]$ 时 $f_i = f_i^* + f_i^\#$ 。因此结合系统(1)、(2)就可以给出市场细分的网站竞争数学模型:

$$\begin{cases} f_i = f_i^* + f_i^\#; i = 1, 2, \dots, r \\ \frac{df_i^*}{dt} = f_i^* \left[\alpha_i \beta_i (1 - \theta) - \alpha_i f_i^* - \sum_{i \neq j} \gamma_{ij} f_j^* \right]; i = 1, 2, \dots, r \\ \frac{df_i^\#}{dt} = f_i^\# \left[\alpha_i (\beta_i \theta - f_i^\#) - \sum_{j=1, j \neq i}^r \gamma_{ij} f_j^\# - \sum_{j=r+1}^n \gamma_{ij} f_j \right]; i = 1, 2, \dots, r \\ \frac{df_i}{dt} = f_i \left[\alpha_i (\beta_i \theta - f_i) - \sum_{j=1}^r \gamma_{ij} f_j^\# - \sum_{j=r+1, j \neq i}^n \gamma_{ij} f_j \right]; i = r+1, r+2, \dots, n \end{cases} \quad (3)$$

2 3个站点竞争的情况

对于模型(3)所描述的非线性系统,从最简单的而又足以说明问题的情形入手。考虑3个网站组成的系统,其中2个网站采用全市场策略,1个网站采用细分市场策略。网站1、2的目标用户分布在整个市场中,而网站3的目标用户则分布在市场容量为 θ 的细分市场中。

此时,在非细分子市场中,子系统模型为

$$\begin{cases} \frac{df_1^*}{dt} = f_1^* [\alpha_1 (1 - \theta) - \alpha_1 f_1^* - \gamma_{12} f_2^*] \\ \frac{df_2^*}{dt} = f_2^* [\alpha_2 (1 - \theta) - \alpha_2 f_2^* - \gamma_{21} f_1^*] \end{cases} \quad (4)$$

在细分子市场中,子系统模型为

$$\begin{cases} \frac{df_1^\#}{dt} = f_1^\# [\alpha_1 (\theta - f_1^\#) - \gamma_{12} f_2^\# - \gamma_{13} f_3] \\ \frac{df_2^\#}{dt} = f_2^\# [\alpha_2 (\theta - f_2^\#) - \gamma_{21} f_1^\# - \gamma_{23} f_3] \\ \frac{df_3}{dt} = f_3 [\alpha_3 (\theta - f_3) - \gamma_{31} f_1^\# - \gamma_{32} f_2^\#] \end{cases} \quad (5)$$

结合系统(4)、(5)从而得到存在细分市场的三网站竞争系统的模型为

$$\begin{cases} f_i = f_i^* + f_i^\#; i = 1, 2 \\ \frac{df_1^*}{dt} = f_1^* [\alpha_1 (1 - \theta) - \alpha_1 f_1^* - \gamma_{12} f_2^*] \\ \frac{df_2^*}{dt} = f_2^* [\alpha_2 (1 - \theta) - \alpha_2 f_2^* - \gamma_{21} f_1^*] \\ \frac{df_1^\#}{dt} = f_1^\# [\alpha_1 (\theta - f_1^\#) - \gamma_{12} f_2^\# - \gamma_{13} f_3] \\ \frac{df_2^\#}{dt} = f_2^\# [\alpha_2 (\theta - f_2^\#) - \gamma_{21} f_1^\# - \gamma_{23} f_3] \\ \frac{df_3}{dt} = f_3 [\alpha_3 (\theta - f_3) - \gamma_{31} f_1^\# - \gamma_{32} f_2^\#] \end{cases} \quad (6)$$

类似文献[1,2],令 $\beta = \beta_i = 1, \alpha = \alpha_i, \gamma = \gamma_{ij}$ 。系统中各参数取值范围: $\alpha, \gamma > 0, 0 < \theta < 1$ 。

2.1 非细分市场中的情形

要研究系统(6)所描述的模型,不妨首先分别分析系统(4)、(5)。易知系统(4)的奇点有4个,分别为 $P_1(0, 0), P_2(1 - \theta, 0), P_3(0, 1 - \theta), P_4(\alpha(1 - \theta)/(\alpha + \gamma), \alpha(1 - \theta)/(\alpha + \gamma))$ 。

下面分析各奇点的稳定性。系统(4)对应的Jacobi矩阵可表示为

$$J_1 = \begin{pmatrix} \alpha(1 - \theta) - 2\alpha f_1^* - \gamma f_2^* & -\gamma f_1^* \\ -\gamma f_2^* & \alpha(1 - \theta) - 2\alpha f_2^* - \gamma f_1^* \end{pmatrix}$$

将点 P_1, P_2, P_3, P_4 分别代入 f_1^*, f_2^* 即可得到各个奇点所对应的Jacobi矩阵。为讨论系统(4)平衡点的局部稳定性,计算其在各平衡点处的Jacobi矩阵的特征根。

系统(4)在 P_1 点处的Jacobi矩阵的特征根 $\lambda_1 = \lambda_2 = \alpha(1 - \theta)$, 由 α 和 θ 的取值范围可知 $\lambda_1, \lambda_2 > 0$, 因此 P_1 点为不稳定结点。

系统(4)在 P_2, P_3 点处的Jacobi矩阵的特征根分别为 $-\alpha(1 - \theta)$ 和 $(\alpha - \gamma)(1 - \theta)$, 此时,当 $\alpha/\gamma > 1$ 时, λ_1, λ_2 不全为负, P_2, P_3 点是不稳定奇点; 当 $\alpha/\gamma < 1$ 时, $\lambda_1, \lambda_2 < 0$, P_2, P_3 点为稳定结点。

系统(4)在 P_4 点处的Jacobi矩阵的特征根分

别为 $-\alpha(1-\theta)$ 和 $-\alpha(\alpha-\gamma)(1-\theta)/(\alpha+\gamma)$, 此时, 当 $\alpha/\gamma < 1$ 时, λ_1, λ_2 不全为负, P_4 点是不稳定奇点; 当 $\alpha/\gamma > 1$ 时, $\lambda_1, \lambda_2 < 0$, P_4 点为稳定结点.

结合以上分析, 对于系统(4)可以得出如下引理.

引理 1 系统(4)在第一象限中有 4 个奇点: P_1, P_2, P_3, P_4 , 其中 P_1 点为不稳定结点. 此外有

(1) $0 < \alpha/\gamma < 1$ 时, P_2, P_3 点为稳定结点, 设 f_i^* (0) 为系统(4)中网站 i 市场份额的初值, 则当

$f_1^*(0) > f_2^*(0)$, 系统均衡时稳定于 P_2 点; 当 $f_1^*(0) < f_2^*(0)$, 系统均衡时稳定于 P_3 点, P_4 点是不稳定奇点.

(2) 当 $\alpha/\gamma > 1$ 时, P_4 点为稳定结点, P_2, P_3 点是不稳定奇点.

此时对系统(4)进行数值仿真其相图如图 1 所示. 系统(4)在不同条件下的竞争过程如图 2 所示.

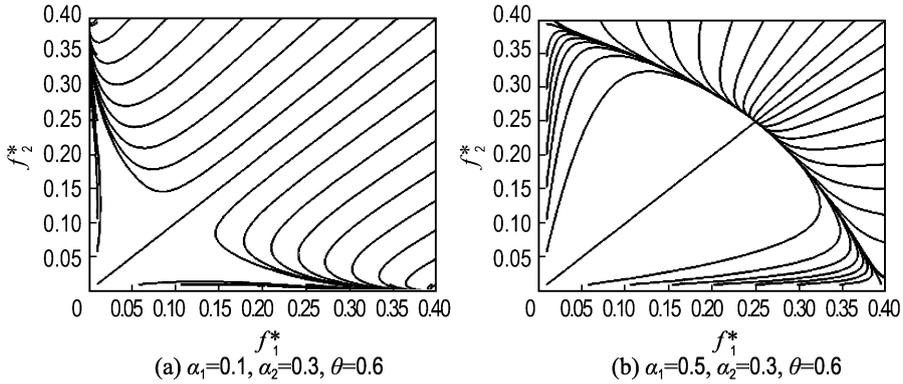


图 1 系统(4)的相图

Fig. 1 Phase diagram of System (4)

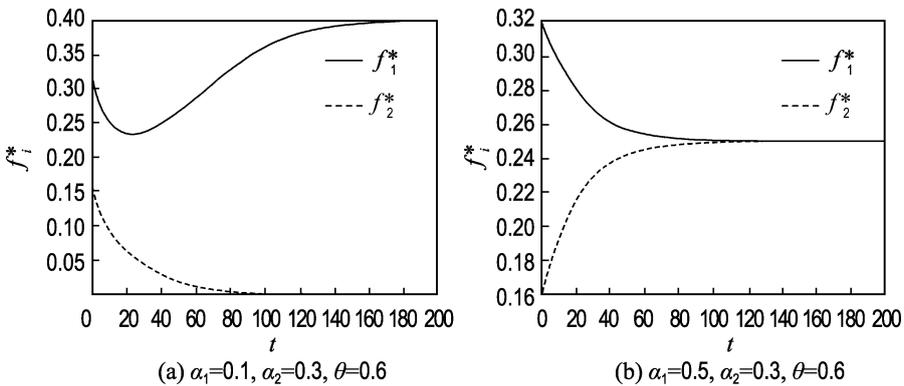


图 2 系统(4)的网站竞争过程示意图

Fig. 2 Schematic of competitive processes between websites of System (4)

2.2 细分市场中的情形

系统(5)的奇点有 8 个, 令 $m = \alpha\theta/(\alpha + \gamma)$, $n = \alpha\theta/(\alpha + 2\gamma)$, 则这 8 个奇点分别为 $Q_1(0, 0, 0), Q_2(\theta, 0, 0), Q_3(0, \theta, 0), Q_4(0, 0, \theta), Q_5(m, m,$

$0), Q_6(m, 0, m), Q_7(0, m, m), Q_8(n, n, n)$.

下面分析各奇点的稳定性. 系统(5)对应的 Jacobi 矩阵可表示为

$$J_2 = \begin{pmatrix} \alpha\theta - 2\alpha f_1^\# - \gamma f_2^\# - \gamma f_3 & -\gamma f_1^\# & -\gamma f_1^\# \\ -\gamma f_2^\# & \alpha\theta - 2\alpha f_2^\# - \gamma f_1^\# - \gamma f_3 & -\gamma f_2^\# \\ -\gamma f_3 & -\gamma f_3 & \alpha\theta - 2\alpha f_3 - \gamma f_1^\# - \gamma f_2^\# \end{pmatrix}$$

将 Q_1, Q_2, \dots, Q_8 点分别代入 $f_1^\#, f_2^\#, f_3$ 即可得到各个奇点所对应的 Jacobi 矩阵。为讨论系统 (5) 平衡点的局部稳定性, 计算其在各奇点处的 Jacobi 矩阵的特征根。

系统 (5) 在 Q_1 点处的 Jacobi 矩阵的特征根 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = a\theta$, 由 α 和 θ 的取值范围可知 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 > 0$, 因此 Q_1 点为不稳定结点。

系统 (5) 在 Q_2, Q_3, Q_4 点处的 Jacobi 矩阵的特征根分别为 $-a\theta, a\theta - \gamma\theta, a\theta - \gamma\theta$, 此时, 当 $\alpha/\gamma > 1$ 时, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 不全为负, Q_2, Q_3, Q_4 点为鞍点, 是不稳定奇点。当 $\alpha/\gamma < 1$ 时, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 < 0$, Q_2, Q_3, Q_4 点为稳定结点。

系统 (5) 在 Q_5, Q_6, Q_7 点处的 Jacobi 矩阵的特征根分别为 $-a\theta, a\theta(\alpha - \gamma)/(\alpha + \gamma), -a\theta(\alpha - \gamma)/(\alpha + \gamma)$, 此时 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 始终不全为负, 因此 Q_5, Q_6, Q_7 点是不稳定奇点。

系统 (5) 在 Q_8 点处的 Jacobi 矩阵的特征根分别为 $-a\theta, -a\theta(\alpha - \gamma)/(\alpha + 2\gamma), -a\theta(\alpha - \gamma)/(\alpha + 2\gamma)$, 此时, 当 $\alpha/\gamma < 1$ 时, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 不全为

负, Q_8 点是不稳定奇点; 当 $\alpha/\gamma > 1$ 时, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 < 0$, Q_8 点为稳定结点。

结合以上分析, 对于系统 (5) 可以得出如下引理。

引理 2 系统 (5) 在第一象限中有 8 个奇点: Q_1, Q_2, \dots, Q_8 , 其中 Q_1, Q_5, Q_6, Q_7 点为不稳定结点。此外有

(1) $0 < \alpha/\gamma < 1$ 时, Q_2, Q_3, Q_4 点为稳定结点, 设 $f_i^\#(0) (i = 1, 2), f_3(0)$ 分别为系统 (5) 中网站 1、2 和 3 的市场份额初值, 则当 $f_1^\#(0) > f_2^\#(0), f_1^\#(0) > f_3(0)$, 系统均衡时稳定于 Q_2 点; 当 $f_2^\#(0) > f_1^\#(0), f_2^\#(0) > f_3(0)$, 系统均衡时稳定于 Q_3 点; 当 $f_3(0) > f_1^\#(0), f_3(0) > f_2^\#(0)$, 系统均衡时稳定于 Q_4 点, Q_8 点是不稳定奇点。

(2) 当 $\alpha/\gamma > 1$ 时, Q_8 点为稳定结点, Q_2, Q_3, Q_4 点是不稳定奇点。

此时对系统 (5) 进行数值仿真其相图如图 3 所示。系统 (5) 在不同条件下的竞争过程如图 4 所示。

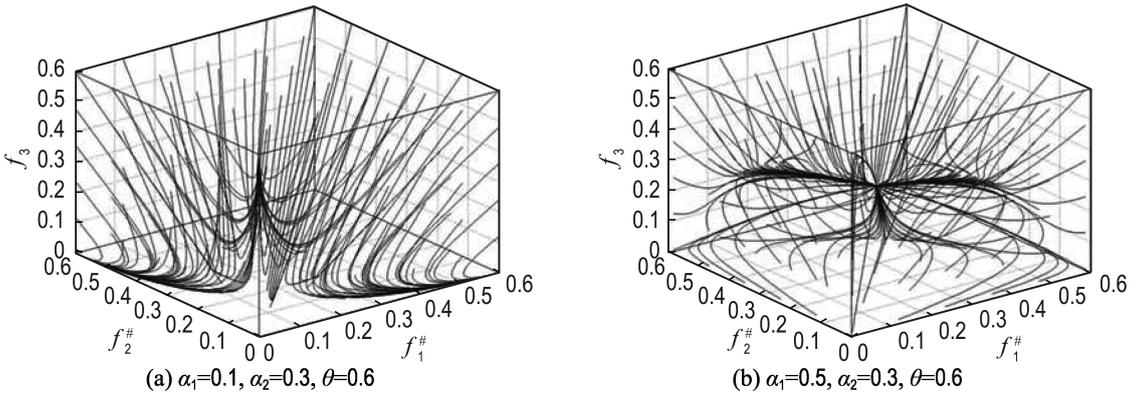


图 3 系统 (5) 的相图

Fig. 3 Phase diagram of System (5)

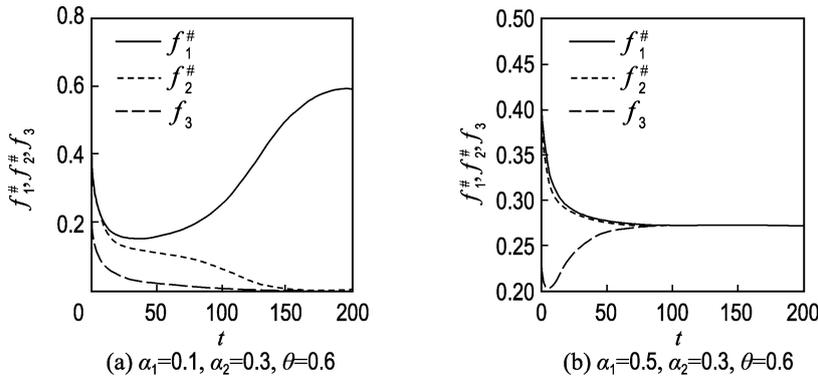


图 4 系统 (5) 的网站竞争过程示意图

Fig. 4 Schematic of competitive processes between websites of System (5)

2.3 整体市场中的情形

与文献[2、8]类似,给出如下定义:

定义 1 如果 $0 < \alpha/\gamma < 1$, 则称系统(6)中的各网站之间属强竞争; 如果 $\alpha/\gamma > 1$, 则称系统(6)中的各网站之间属弱竞争.

由于当 $i \in [1, r]$ 时 $f_i^* = (1 - \theta)f_i, f_i^\# = \theta f_i$, 根据引理 1、2 可得下面定理.

定理 1 在第一象限, 三网站市场细分的网站竞争模型稳定的平衡点有 5 个. 令 $f = (\alpha^2 + 2\alpha\gamma - \alpha\gamma\theta)/[(\alpha + \gamma)(\alpha + 2\gamma)]$, 则这 5 个平衡点分别是 $O_1(f, f, \alpha\theta/(\alpha + \gamma))$ 、 $O_2(1, 0, 0)$ 、 $O_3(0, 1, 0)$ 、 $O_4(1 - \theta, 0, \theta)$ 、 $O_5(0, 1 - \theta, \theta)$.

(1) $0 < \alpha/\gamma < 1$ 时, O_2, O_3, O_4, O_5 点为稳定结点, 设 $f_i(0)$ 为系统(7)中网站 i 的市场份额初值, 则当 $f_3(0) > (1 - \theta)f_{\max}(0)$ (其中 $f_{\max}(0)$ 是未进行市场细分的网站中市场占有率的最大值), 系统均衡时稳定于 O_4 或者 O_5 点; 当 $f_3(0) < (1 - \theta)f_{\max}(0)$, 系统均衡时稳定于 O_2 或者 O_3 点, O_1 点是不稳定奇点.

(2) 当 $\alpha/\gamma > 1$ 时, O_1 点为稳定结点, O_2, O_3, O_4, O_5 点是不稳定奇点.

此时对系统(6)进行数值仿真其相图如图 5 所示. 系统(6)在不同条件下的竞争过程如图 6 所示.

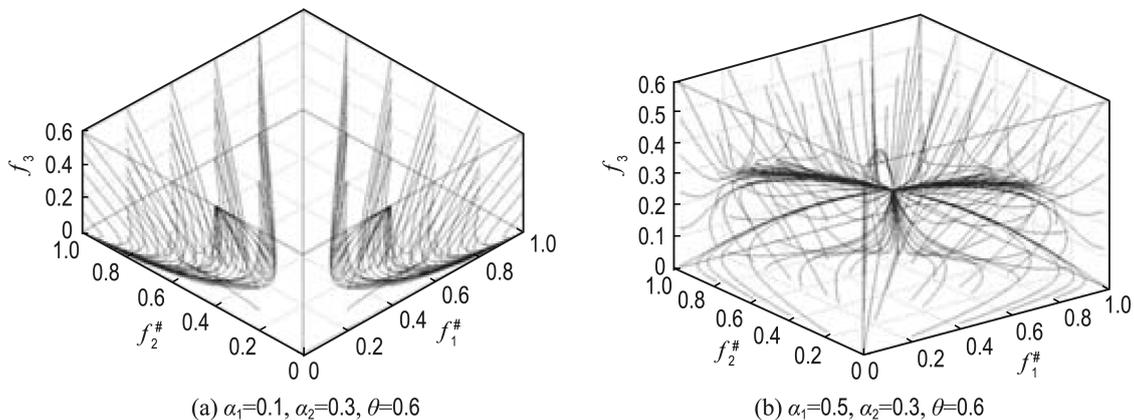


图 5 系统(6)的相图

Fig. 5 Phase diagram of System (6)

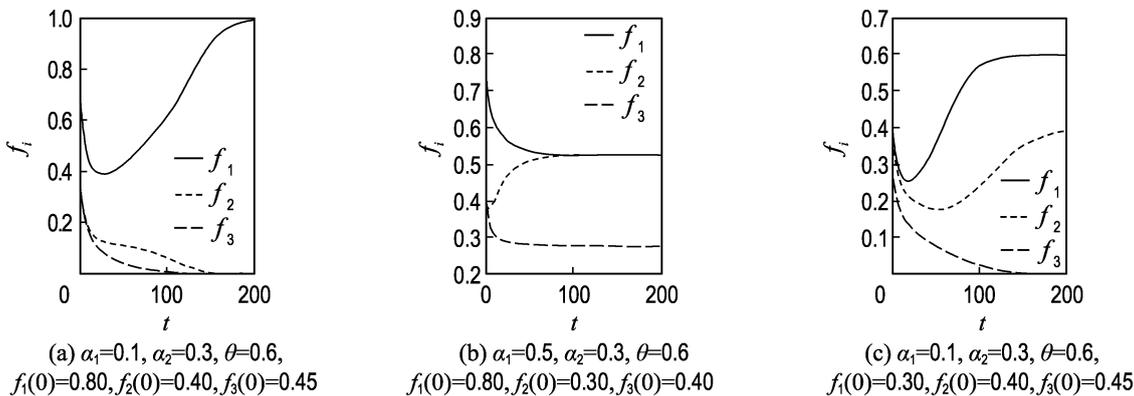


图 6 系统(6)的网站竞争过程示意图

Fig. 6 Schematic of competitive processes between websites of System (6)

3 参数分析

由上述分析可知, 系统(6)在参数取值发生变化时均衡状态会随之发生改变. 在基于 Lotka-Valterra 系统的网站竞争模型所描述的三网站竞争系统中, 如果网站间的竞争非常的激烈, 则访问了一个网站的用户将不再去访问其他的网站, 由文献[3]知, 对于基于 Lotka-Valterra 系统的网站

竞争模型而言, 激烈的市场竞争直接导致初始市场占有率高的站点成为霸主, 而其他站点消亡. 而由定理 1 知, 在本文所描述的市场细分的网站竞争模型中, 情况则有所不同.

当市场中各网站之间的竞争关系属弱竞争时, 系统中各网站可以共存, 但因为在 θ 的取值范围内均有 $\frac{\alpha^2 + 2\alpha\gamma - \alpha\gamma\theta}{(\alpha + \gamma)(\alpha + 2\gamma)} > \frac{\alpha\theta}{\alpha + \gamma}$, 因此未进行

市场细分的网站最终保有较高的市场占有率,此时,对于参与市场竞争的网站来说,进行市场细分就不是最优的选择了.在互联网发展初期,一些综合性的门户网站占据着主要的市场份额恰好成了这一结论的佐证.

当市场中各网站之间存在强竞争关系时,网站竞争的结果不再是单纯的趋于 O_2 或 O_3 点,而是呈现“赢家通吃”的局面,通过进行适当的市场细分并且初始市场占有率满足 $f_3(0) > (1 - \theta)f_{\max}$ 时,竞争结果有可能趋于 O_4 或 O_5 点,从而弱者有可能在激烈的竞争中生存下来;而当 $\theta > 0.5$ 时,弱者专注于细分市场甚至会在竞争中胜出.这一结论很好地解释了在网络经济日趋成熟的今天,诸如优酷、泡泡网、淘宝、阿里巴巴等专注于某一细分市场的网站纷纷崛起,新的综合性门户网站却鲜有出现的现象.

4 结 语

在本文所建立的存在细分市场的网站竞争模型中,如果网站间的竞争关系属于弱竞争,未进行市场细分的网站最终保有高市场份额,从而在竞争中处于优势地位.如果市场中各网站之间存在强竞争关系,弱者有可能通过适当地对目标市场进行细分而在激烈的市场竞争中生存下来,避免整个市场呈现“赢家通吃”的局面.如果弱者锁定的细分市场潜力巨大,则弱势网站甚至可能后来居上在竞争中胜出.

本文及以往的网站竞争模型均假设网站推广过程类似于生物学中的种群增长及病毒扩散,即网站推广策略为病毒营销模式,而实际情况并不完全如此.很多运营商在进行网站推广的时候,综合运用了传统推广模式和病毒营销模式,显然研究这一类网站相互竞争的情况是很有意义的工

作,有待于进一步拓展.另外,以往模型均假设忽略推广成本,假设网站在竞争中以追求市场份额最大化为目标,而阿里巴巴一度陷入困境正是因为忽略了推广可能付出的巨大成本而一味地追求大的市场份额,因此,对于网站竞争过程的成本与效益进行分析也是有待于进一步研究的内容.

参 考 文 献:

- [1] MAURER S M, HUBERMAN B A. Competitive dynamics of web sites [J]. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2003, **27**(11-12):2195-2206
- [2] LÓPEZ L, SANJUAN M A F. Defining strategies to win in the Internet market [J]. *Physica A:Statistical Mechanics and Its Applications*, 2001, **301**(1-4):512-534
- [3] WANG Yuan-shi, WU Hong. Dynamics of a cooperation-competition model for the WWW market [J]. *Physica A:Statistical Mechanics and Its Applications*, 2004, **339**(3-4):609-620
- [4] JIANG Ji-fa, CHENG Zhi-xin. The complete strategic classification for a cooperation-competition model in the WWW market [J]. *Physica A:Statistical Mechanics and Its Applications*, 2006, **363**(2):527-536
- [5] XIAO M, CAO J. Stability and Hopf bifurcation in a delayed competitive web sites model [J]. *Physics Letters A*, 2006, **353**(2-3):138-150
- [6] LI Y H, ZHU S M. Competitive dynamics of e-commerce web sites [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2007, **31**(5):912-919
- [7] 李艳会,朱思铭. 一类电子商务网站竞争模型分析 [J]. 中山大学学报, 2003, **42**(5):6-10
- [8] 吴红,王世远. 网站竞争模型的定性分析 [J]. 控制理论与应用, 2005, **22**(2):218-222

Websites competition model with market segmentation and its stability analysis

REN Ya-wei*, YANG De-li, DIAO Xin-jun

(Institute of Systems Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: A model to describe the competitive dynamics of websites is presented on the internet market on the basis of the theory of differential system modelling, and the stability of the model for three websites is analyzed by means of global qualitative analyses. The analytical results show that some weak websites can survive, even win through market segmentation in the strong competitive environments. While in weak competitive environments, market segmentation can only lead to lower market share. By numerical simulation, the results of stability analyses are verified.

Key words: competitive model; differential equation group; stability; market segmentation