文章编号: 1000-8608(2010)06-0912-05

# 轴、孔接触面荷载分布研究

董惠敏\*, 姜立学

(大连理工大学 机械工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘要:提出基于有限元法分析接触问题的方法,求解轴、孔半径相近且考虑接触宽度时接触面荷载分布,解决了赫兹弹性接触理论以及工程上常用的关于轴、孔接触面荷载分布方法的局限性.首先利用 ANSYS 建立轴、孔配合简化模型,采用有限元接触分析方法求解出接触面上荷载的分布形式;然后利用 MATLAB 拟合工具箱,使用三角函数、高斯函数拟合出荷载的空间分布方程;最后应用于确定大功率风力发电机增速器中大行星架、大行星轮轴接触面之间的荷载分布,验证了方法的优越性.

关键词:赫兹弹性接触理论;荷载分布;有限元法;接触分析

中图分类号: TH123.4 文献标志码: A

#### 0 引 言

轴、孔连接配合是机械行业中最为常见、最为 重要的配合形式之一.大功率、高寿命的行星传动 系统,需要设计人员对行星轮啮合过程进行准确 的模拟,而求解出孔、轴接触面荷载分布情况是设 计高寿命、高精度、低噪声、小振动行星传动系统 的基本前提.

在接触机械学众多杰出的解法方程中,应用于两个弹性体接触问题的赫兹公式最富盛名[1]。尽管赫兹理论得到广泛的认可,但是它的应用还受到一定的限制,例如对于轴、孔接触,如果轴、孔的直径接近,根据赫兹公式接触应力为零,显然不符合实际.

轴与孔接触,在接触面上存在法向压力的作用.在工程上,关于法向压力的分布,工程人员通常采用荷载在轴与孔的接触面上按照正弦规律<sup>[2]</sup>分布的方法,假设作用力的大小按照正弦分布.这种方法由于规律简单而又对于结构简单的孔和轴符合得很好,在实践上得到广泛的应用.但是这种方法是基于接触面上荷载在轴向方向上均匀分布这个假设,而实际上轴、孔接触面上的荷载是否均匀分布,与轴、孔的配合形式有密切的关系.

随着计算机技术和数值解法的兴起和发展,

出现了许多求解接触问题的非经典方法<sup>[3]</sup>,有限单元法作为解决复杂工程问题的最有效的数值方法,也成为求解接触问题的一种主要方法.本文利用机械工业中常用分析软件 ANSYS,建立工程上最为常见的轴、孔配合模型,采用有限元接触分析的方法求解出其接触面上荷载的分布形式;然后使用 MATLAB 软件拟合出荷载的空间分布方程;最后,结合具体的实例来验证该方法的优越性.

# 1 基于有限元方法模拟轴、孔接触 面荷载分布

#### 1.1 轴、孔接触有限元模型的建立

工程上最为常见的轴、孔配合形式为轴的一端高出孔,另一端陷入在孔当中.本文采用一端高出孔,另一端与孔平齐的简化模型.模型的尺寸参数如表1所示.

表 1 轴、孔尺寸参数

Tab. 1 Shaft and hole body dimension parameters

	轴向长度/mm	外径/mm	内径/mm
轴	200	200	0
孔	100	400	200

#### 1.2 材料属性定义

材料包括等向性材料、正交性材料、非等向性

材料、层状材料等各种类型. 轴和孔的材料牌号为QT700-2, 抗拉强度大于等于 700 MPa, 屈服强度大于等于 420 MPa, 延伸率大于等于 2%, 弹性模量 E=173 GPa, 泊松比  $\mu=0$ . 3. 因此将其在ANSYS中定义为等向性材料.

#### 1.3 单元类型的选取及单元网格划分

在划分单元网格的过程中,选取单元类型为solid45. solid45 单元是一种三维实体单元,此种单元由8个节点构成,每个节点有3个自由度.本文采用接触分析,还需要定义接触单元,targe170、conta174 单元定义为接触单元.targe170单元用于定义接触面的目标面,该单元依附于三维实体单元的表面上用于描述接触区域的变形和潜在的接触.conta174 单元用于描述目标接触面与变形面之间的接触和滑动.

进行单元网格划分之前,需要对轴、孔模型进行布尔运算.首先将轴高出孔的部分切割出来.然后,为了节省单元网格,将处在接触区域的轴、孔模型分别切割为两部分.其中,孔与轴接触的部分采用六面体单元进行网格划分,单元长度为4mm,单元总数轴为14950,节点数为19344;孔为17800,节点数为22984.剩余的两部分采用六面体单元进行网格划分,单元长度为20mm,单元总数为59625.

#### 1.4 确定接触面对及边界约束条件

孔与轴的过盈配合问题是柔性体对柔性体面面接触问题. ANSYS 支持柔性体对柔性体的面对面的接触单元. 本文使用 targe170 单元定义轴的接触面为目标面,使用 contal74 单元定义孔的接触面为接触面.

接触应力是一种局部作用力,只要孔内、外径差足够,接触应力不会影响到孔外表面,所以本文在孔外表面施加全位移约束. 荷载 f 施加在接触区域的宽度范围内,如图 1 所示,在轴中心轴线位置施加 x 方向荷载,给定大小为 1.015 MN.



图 1 轴、孔边界约束条件

Fig. 1 Shaft and hole body boundary conditions

## 2 基于 MATLAB 探寻接触面节点 荷载分布规律

#### 2.1 建立分析用圆柱坐标系

由于从 ANSYS 中导出的数据是在笛卡儿坐标系下的数据, MATLAB 中进行处理时需要将其转化为圆柱坐标系下进行 [4.5]. 以图 1 中坐标原点为圆柱坐标系原点,即轴、孔接触的中间截面与轴线的交点为坐标原点,水平轴正方向为圆柱坐标系 $\theta$ 的起点,轴向正方向为柱坐标系x轴建立圆柱坐标系.

#### 2.2 接触面节点反力空间分布

本文所研究的接触面节点反力是轴、孔圆柱接触面法向的节点反力,而从 ANSYS 中导出的节点反力输出格式为  $(f_x,f_y,f_z)$ ,其中轴向方向的节点反力  $f_z$  大小近乎为零,可以忽略. 接触面法向节点反力大小为

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \tag{1}$$

轴、孔接触面上节点反力空间分布如图 2 所示.

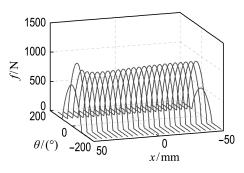


图 2 节点反力空间分布

Fig. 2 Node force distribution in space

从图 2 中可以看出轴、孔接触面被分为接触 区域和非接触区域两个部分,节点反力在非接触 区域值为零. 在接触区域的范围内(圆周方向 θ= -90°~90°),节点反力在圆周方向上呈现类似于 三角函数的规律分布;在轴向方向上,忽略接触面 最边缘由于孔边界引起的节点反力骤然降低,节 点反力在轴高出孔的一端有一段呈指数下降的趋势,在平齐的一端变化趋势很平缓.

#### 2.3 接触面节点反力圆周方向分布

研究节点反力在圆周方向的分布时,本文选取接触面中间位置的一个截面上的节点反力进行研究.根据节点反力曲线的形状,采用三角函数对其进行拟合,拟合方程如下:

$$f(\theta) = A_1 \sin \left( B_1 \theta + C_1 \right) \tag{2}$$

式中: $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$  为常数;变量  $\theta$  为圆周方向角度,取值范围( $-90^\circ$ ,  $90^\circ$ ). 拟合参数  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$  分别为 983.3、0.01687 和 1.571,拟合的适配度和评判因素分别为调整残留项平方 0.9892 和标准差 28.62 N.

图 3 为节点反力沿圆周方向正弦函数拟合图. 三角函数只拟合存在接触区域的节点反力. 从图 3 还可以看出正弦函数拟合曲线在接触区域内同原始的节点反力数据点集符合得很好,可以认为节点反力在圆周方向上符合正弦函数的分布规律.

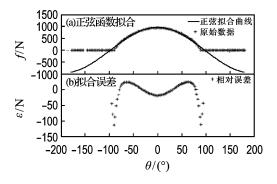


图 3 节点反力圆周方向正弦函数拟合曲线 Fig. 3 Node forces' sine function fitted curve along circle direction

#### 2.4 接触面节点反力沿轴向方向分布

从图 3 中可以看出,节点反力在圆周方向的分布在接触面上不同的截面之间是相似的,均符合三角函数的分布规律,所不同的是三角函数的幅值不同.如果确定了幅值在轴向方向的分布,那么也就确定了节点反力在空间上的分布.

观察导入到 MATLAB 中的数据点集,采用高斯函数拟合方法. 高斯拟合方法即是用形如 $G_i(x) = a_i \exp(-(x-b_i)^2/c_i^2)$ 的高斯函数<sup>[6]</sup> 对数据点集进行函数逼近的方法. 本文使用的高斯函数公式为

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} G_i(x)$$
 (3)

式中:n = 6;变量x为轴向方向距离,取值范围为 (-50,50).高斯函数拟合的结果如表 2 所示. 拟合的适配度评判因素分别为调整残留项平方 0.998 7和标准差 10.24 N.

图 4 为节点反力沿轴向方向高斯函数曲线拟合图,高斯函数拟合的标准差为 1.306 N,而节点

反力的绝对值在 900 N 以上,相对误差小于 0.2%,可以认为节点反力沿轴向方向上符合高斯函数的分布规律.

表 2 高斯函数拟合参数 Tab. 2 Gauss function fitted parameters

i	$a_i$	$b_i$	$c_i$
1	$5.197 \times 10^{15}$	240.7	34.97
2	931.9	-41.78	111
3	-78.93	4.703	19.28
4	388	52.61	29.12
5	0	-85.91	0.667
6	176.3	7.302	23.32

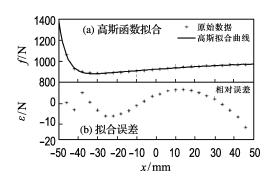


图 4 节点反力沿轴向方向高斯函数曲线拟合 Fig. 4 Node forces' Gauss function fitted curve along axial line direction

#### 2.5 接触面节点反力空间分布规律

前文对节点反力在圆周方向、轴向方向的分布做了详细的论证,推导出节点反力在两个方向上的分布方程.节点反力在空间上的分布可以认为是在轴向、圆周两个方向分布的综合.

轴、孔接触面上节点反力在圆周方向上的分布为正弦函数分布,而正弦函数的振幅在轴向方向上为高斯函数分布,联立式(2)、(3)就可得到节点反力在空间的分布函数:

$$f(x,\theta) = \sum_{i=1}^{6} G_i(x) \sin(B_1 \theta + C_1)$$
 (4)

式中:变量 x 为轴向方向距离,取值范围为(-50, 50);变量  $\theta$  为接触区域圆周方向角度,取值范围为( $-90^{\circ}$ , $90^{\circ}$ ).由式(4)可以得到接触面节点反力分布的空间曲面,图 5 为拟合后节点反力空间分布曲面与原始数据的比较效果图.

图 5 中的曲面拟合标准差为 28.7 N,相对误差小于 3%.可见,用本文方法得到的轴、孔接触面荷载空间分布曲面与导入原始数据符合得很

好. 工程上最为常见的轴、孔接触面荷载分布规律就可以认为在接触面圆周方向上符合正弦函数的分布;在轴向方向上,从轴高出的一端到另一端符合高斯函数的分布规律.

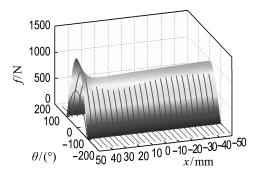


图 5 拟合后节点反力空间分布曲面、原始数据 Fig. 5 The fitted node force distribution surface with original data in space

#### 3 应用实例

### 3.1 风力发电机增速器中大行星架、大行星轮轴 布局和荷载分析

风力发电机增速器中传动部分包括两级行星 传动和一级定轴传动.其中行星传动部分由行星 架、行星轮和太阳轮组成.图 6 给出大行星架、大 行星轮轴的布局和荷载分析的简图.

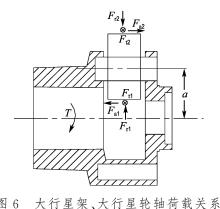


图 6 人们 生来、人们 生牝 抽刊 報大 於
Fig. 6 The load relation between major planet

frame and major planet gear shaft

在额定功率的条件下,大行星轮轴的受力情况为 $F_{t1} = F_{t2} = 1.02 \text{ MN}, F_{a1} = F_{a2} = 1.43 \times 10^2 \text{ kN}, F_{r1} = F_{r2} = 3.74 \times 10^2 \text{ kN}.$ 

# 3.2 大行星架、大行星轮轴接触面荷载分布

考虑到接触应力是一种局部作用力,本文取出大行星架体的 1/3,轴孔接触部分参数如表 3

所示.

表 3 轴、行星架尺寸参数

Tab. 3 Shaft and planet frame dimension parameters

	轴向长度/mm	外径/mm	内径/mm
轴	520	200	0
行星架	左右接触 70,100	最小尺寸 400	200

根据本文的方法定义材料属性、单元网格、边界条件以后,再建立局部圆柱坐标系.有限元模型包括单元网格、边界条件如图 7 所示,其中在底面和左右外表面施加全位移约束.考虑到图 7 的显示问题,图中仅显示了底面全位移约束.求得接触面上荷载,对大行星架、大行星轮轴的右侧接触面荷载采用式(4)拟合,拟合后节点反力空间分布曲面与原始数据的比较效果如图 8 所示.

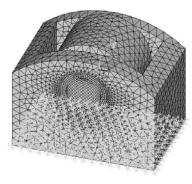


图 7 大行星架、大行星轮轴有限元模型

Fig. 7 Major planet frame and planet gear shaft FE model

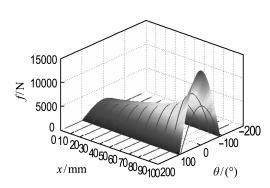


图 8 接触面荷载分布

Fig. 8 Load distribution in contact interface

 $f(x,\theta)$  对应的拟合参数为  $B_1 = 0.016~5$ ,  $C_1 = 1.473$ , n = 3, 其他见表 4. 拟合的适配度评判因素分别为调整残留项平方 0.949 0 和标准差 329.8 N, 在整个拟合曲面相对误差为 3.27% ~ 12.7%. 由此说明, 使用三角函数、高斯函数拟合

荷载的空间分布方程应用于确定大功率增速器中 大行星架、大行星轮轴接触面之间的荷载分布是 适用的.

表 4  $f(x,\theta)$  函数拟合参数

Tab. 4  $f(x,\theta)$  function fitted parameters

i	$a_i$	$b_i$	$c_i$
1	$1.127 \times 10^4$	174.2	142.6
2	4.355 $\times$ 10 <sup>4</sup>	134.6	26.08
3	1 149	1 015	-179.5

#### 4 结 语

本文提出基于有限元接触分析法求解轴、孔接触荷载分布新方法,利用正弦高斯函数拟合有限元分析得到的较精确荷载结果,得出轴、孔接触荷载空间分布公式,解决了在工程上应用赫兹理论分析此类问题的局限性.将该方法应用于风力发电机增速器中大行星架、大行星轮轴接触荷载

分布规律的研究中,为行星传动系统设计、齿轮修形,以及行星架体结构分析中所涉及的荷载分布问题,提供了可靠的方法和依据.

#### 参考文献:

- [1] FU Guang-hui. An extension of Hertz's theory in contact mechanics [J]. **ASME**, **Journal of Applied Mechanics**, 2007, **74**(2):373-374
- [2] 薛守义. 弹塑性力学[M]. 北京:中国建材工业出版 社,2005:121-128
- [3] 孙林松,王德信,谢能刚. 接触问题有限元分析方法 综述[J]. 水力水电科技进展,2001(3):18-20
- [4] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京:清华大学出版社, 2003:156-160
- [5] 求是科技. MATLAB 7.0 从入门到精通[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2006;241-263
- [6] 方学荣,冯 平. 高斯函数的性质[J]. 新疆师范大学学报,2004(2):13-15

# Study of loads distribution between shaft and hole body contact interface

DONG Hui-min\*, JIANG Li-xue

( School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China )

Abstract: A method on loads distribution between shaft and hole body is proposed based on FE contact analysis, and the problem is solved in Hertz contact theory and common method on loads distribution between shaft and hole body in engineering when their radii are close and contact interface's width is taken into account. First of all, the most common FE model of shaft and hole body in engineering in ANSYS is established, and FE contact method is made full use of to simulate the loads distribution in contact interface. Then, the loads distribution function is given in space through triangle function and Gauss function in MATLAB curve fit tool box. In the end, the method is used in loads distribution on the shaft and hole body between the major planet frame and major planet gear shaft in large power wind energy generator accelerator system, and the results testify the superiority of the method.

Key words: Hertz elastic contact theory; loads distribution; FEM; contact analysis