

芯板垂向可压缩夹层板有限元建模及声辐射性能分析

王海英*, 赵德有

(大连理工大学 船舶工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 针对以往夹层板理论大多忽略芯板的垂向应变这一不足, 构造了一种考虑芯板垂向可压缩变形的夹层板位移模式, 并推导了相应的有限元单元及控制方程, 求解了夹层板动力响应, 进而利用有限元结果通过边界元法求解了一定频率范围内的夹层板声辐射功率, 分析了芯板几何物理参数对夹层板声辐射性能的影响. 结果表明, 考虑芯板垂向可压缩变形在夹层板声辐射性能研究中是合理的, 也是必要的; 在一定范围内增加芯板厚度、降低其弹性模量均可减小夹层板单点简谐激励下的声辐射水平.

关键词: 夹层板; 有限元法; 边界元法; 声辐射

中图分类号: O327 **文献标志码:** A

0 引言

夹层板是在两块高强度的面层板间填充相对较软的粘弹性阻尼夹层的阻尼处理板, 与普通单层板结构相比具有刚度高、质量轻等优点, 且有良好的减振降噪和隔声性能, 因而广泛应用于航空航天、舰船建造等领域^[1]. 而减振降噪和隔声两种性能对阻尼夹层板的弹性层和粘弹性层的几何参数和物理参数的配置提出了不同要求. 对夹层板来说, 如何同时考虑多方要求, 使参数匹配协调以达到最佳, 是相关工程实践中最应重视的问题^[2].

夹层板结构的研究理论, 始于 20 世纪 40 年代, 在半个多世纪的时间内取得了长足进展^[3~12], 但是绝大部分模型理论没有考虑夹层板芯板的垂向正应变(垂向压缩变形)和正应力. 而一般夹层板的芯层与面板相比, 厚度大、弹性模量小, 在较高频率范围内极易产生垂向压缩或拉伸变形, 即此时夹层板除了产生反对称模态, 还将出现对称模态. 因此忽略芯板垂向压缩变形影响的夹层板理论是不完善的. 目前, 对中低频激励作用下的复杂结构振动声辐射性能的计算一般采用有限元/边界元耦合的方法^[13~16].

本文针对以上不足, 在 Mindlin 板和厚板理论基础上, 推导一种考虑芯板垂向压缩变形影响

的夹层板有限元单元; 根据 Hamilton 原理建立动力有限元方程, 由能量守恒定律推导夹层板的阻尼矩阵; 利用边界元法求得嵌入无限大障板的夹层板在空气中的场点声压; 着重分析阻尼芯层考虑可压缩变形以及几何参数和物理参数对结构声辐射性能的影响.

1 夹层板振动声辐射理论

1.1 结构有限元分析

本文计算模型为约束阻尼粘弹性矩形夹层板, 板的几何参数如图 1 所示, 采用直角坐标系. 图中 a 和 b 为夹层板的长度和宽度, h_1 、 h_2 和 h 分别表示夹层板上下面板和芯板的厚度. 假设面板和芯板之间没有相对位移, 粘结紧密, 不计及粘结层的影响; 夹层板面板横截面变形后仍保持为平面, 但是法线在变形后并不垂直于中面, 而是有个

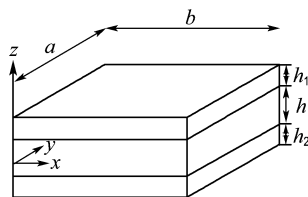


图 1 夹层板示意图

Fig. 1 The sketch map of sandwich plate

偏转角,即遵循 Mindlin 假设;芯板横截面在变形后并不保持为平面,各向位移沿厚度曲线分布.夹层板变形示意图 2 所示.

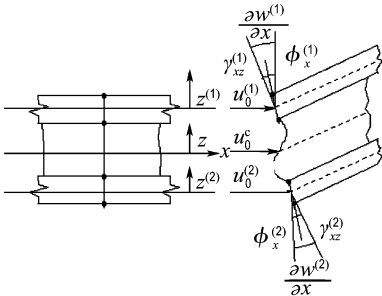


图 2 夹层板变形图

Fig. 2 Deformation of sandwich plate

夹层板的变形位移关系如图 2 所示,根据面板位移假设,上下面板的位移可以表示为

$$\begin{aligned} u^{(i)}(x,y,z^{(i)}) &= u_0^{(i)}(x,y) - z^{(i)}\phi_x^{(i)}, \\ v^{(i)}(x,y,z^{(i)}) &= v_0^{(i)}(x,y) - z^{(i)}\phi_y^{(i)}, \\ w^{(i)}(x,y,z^{(i)}) &= w_0^{(i)}(x,y); \quad i = 1,2 \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $u_0^{(i)}$ 、 $v_0^{(i)}$ 、 $w_0^{(i)}$ 分别表示上下面板中间层 x 、 y 方向的面内位移和 z 方向位移; $z^{(i)}$ 是面板局部坐标的 z 向坐标值; $\phi_x^{(i)}$ 和 $\phi_y^{(i)}$ 分别是上下面板变形后横截面的转角,此处 $i = 1,2$. 本文以下出现的角标 i ,如无特殊说明均表示上下面板, $i = 1,2$.

根据芯板位移假设,将 Bai 等^[17] 的夹层梁的芯梁位移模式扩展到三维的夹层板结构,可以得到夹层板芯板的各向位移为

$$\begin{aligned} u^c(x,y,z) &= u_0^c(x,y) + z\left(r\psi_x(x) - \frac{\partial w_0^c(x,y)}{\partial x}\right) - \\ &\quad \frac{z^2}{2} \frac{\partial \varphi(x,y)}{\partial x} + \frac{z^3}{6} \frac{\partial^2 \psi_x(x,y)}{\partial x^2}, \\ v^c(x,y,z) &= v_0^c(x,y) + z\left(r\psi_y(y) - \frac{\partial w_0^c(x,y)}{\partial y}\right) - \\ &\quad \frac{z^2}{2} \frac{\partial \varphi(x,y)}{\partial y} + \frac{z^3}{6} \frac{\partial^2 \psi_y(x,y)}{\partial y^2}, \\ w^c(x,y,z) &= w_0^c(x,y) + z\varphi(x,y) - \\ &\quad \frac{z^2}{2} \left(\frac{\partial \psi_x(x,y)}{\partial x} + \frac{\partial \psi_y(x,y)}{\partial y}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

其中 u_0^c 、 v_0^c 、 w_0^c 分别表示芯板的中间层 x 、 y 方向的面内位移和 z 方向位移; z 是芯板局部坐标的 z 向坐标值; $r = 2(1 + \nu_c)$, ν_c 是芯板的泊松比; $\psi(x,y)$ 和 $\varphi(x,y)$ 是表征芯板垂向剪切变形和压缩变形变化规律的函数.

根据层间位移连续假设,可以将夹层板的芯板位移场完全由上下面板的广义位移表示.

通过有限元实施的一般步骤,得到夹层板无阻尼振动有限元方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (3)$$

根据阻尼力所做的功与粘弹性材料在相同时间历程内消耗的能量相等,可以得到阻尼矩阵表达式为^[16]

$$\mathbf{C} = \frac{1}{\omega_n} \mathbf{B}^{\text{cT}} \boldsymbol{\eta}^{\text{c}} \mathbf{D}^{\text{c}} \mathbf{B}^{\text{c}} \quad (4)$$

其中 $\boldsymbol{\eta}^{\text{c}}$ 是芯板材料的损耗因子,忽略其随温频变化的特性,又因为芯板的各向同性特点,表示成对角元素为常数的对角矩阵; $\mathbf{B}^{\text{c}}$ 和 $\mathbf{D}^{\text{c}}$ 分别是芯板的应变-位移矩阵和弹性矩阵.

1.2 声场边界元分析

无界空间 Helmholtz 积分方程为

$$C(P)p(P) = \int_S \left(p \frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}} + i\omega v_n G \right) dS \quad (5)$$

其中

$$\frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}} = - \left(ik + \frac{1}{r} \right) G \frac{\partial r}{\partial \mathbf{n}} \quad (6)$$

$$C(P) = \begin{cases} 1; & P \in V \\ 1 + \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\partial G_0}{\partial \mathbf{n}} dS; & P \in S \\ 0; & P \notin (V \cup S) \end{cases} \quad (7)$$

$\mathbf{n}$ 为板表面的外法向单位矢量; $i = \sqrt{-1}$.

该方程中只包括边界量 p 与 v_n ,由 1.1 有限元法求解出的夹层板表面的法向振速,即可求出板表面的声压.

具体数值实现如下:根据有限元法结果将结构表面划分为 m 个边界单元,节点数为 N . 每个单元上的节点数为 n ,单元上任意点的坐标、声压和法向振速可通过插值函数用单元节点的坐标、声压和法向振速表示.依次将每个节点作为源点,对积分方程进行离散,即可得边界元求解方程

$$\mathbf{H}\mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{v}_n \quad (8)$$

式中: $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{G}$ 均为 $N \times N$ 阶的复系数方阵; $\mathbf{p}$ 和 $\mathbf{v}_n$ 为 N 维的复列向量. 在上面的数值实现中采用 CHIEF 法和 Lagrange 乘子法克服奇异积分的特征频率处解不唯一问题^[18].

求得表面声压 p 后,夹层板的辐射声功率可通过下式求得:

$$W = \frac{1}{2} \int_S \text{Re}(\mathbf{p} \mathbf{v}_n^*) dS \quad (9)$$

式中: $\mathbf{v}_n^*$ 为 $\mathbf{v}_n$ 的共轭复矩阵; S 为夹层板的表面积.

辐射声功率级 $L_W = 10 \lg \frac{W}{W_0}$, 基准功率

$W_0 = 10^{-12} \text{ W}$.

辐射声功率是声源机械功率中的有功部分,夹层板表面的辐射声功率大小可以反映夹层板辐射声波本领的高低^[19].因此本文采用辐射声功率来表征夹层板的辐射性能.

2 数值计算

本文考虑一四边刚固矩形夹层板结构,坐标系如图 1 所示.各层材料参数及结构参数如下:夹层板长 $a=1 \text{ m}$,宽 $b=0.8 \text{ m}$;以铝板作为上下面板,弹性模量 $E_i=68.9 \text{ GPa}$,泊松比 $\mu_i=0.34$,密度 $\rho_i=2\,700 \text{ kg/m}^3$,厚度 $h_i=0.01 \text{ m}$.将夹层板嵌入无限大障板中,计算其在空气介质中简谐激励下的振动声辐射.简谐激振力幅值 10 N ,作用在夹层板下表面,坐标为 $(0.25 \text{ m}, 0.20 \text{ m})$.计算频率从 1 Hz 到 $2\,000 \text{ Hz}$,间隔为 20 Hz .

2.1 芯板厚度对夹层板振动声辐射的影响

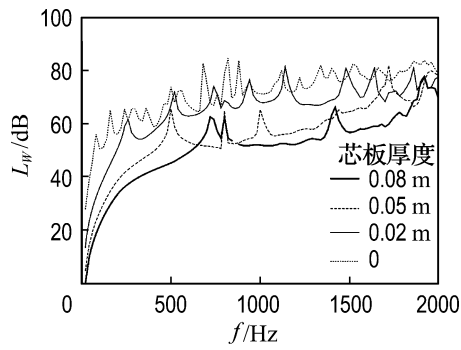
图 3(a)给出了无芯铝板以及不同芯板厚度的夹层板的辐射声功率值.芯板材料弹性模量 2.369 MPa ,泊松比 0.42 ,密度 999 kg/m^3 ,损耗因子 0.5 .从图 3(a)中可以看出,芯板使夹层板结构的声辐射水平明显降低,并且随着芯板厚度的增加,夹层板辐射声功率的幅值减小,夹层板的声辐射整体水平下降.但是由于模态共振现象,偶尔在不同厚度值的某个频率段辐射声功率值会有所升高.此外从图中还可以看出,增大芯板厚度,峰值出现频率升高.可见增加芯板厚度可以增大夹层板的声辐射阻尼和比刚度.

图 3(b)给出了整体厚度不变的情况下,不同芯板厚度的夹层板辐射声功率值.从图中可以看出,保持夹层板整体厚度不变,减小芯板厚度而增加面板厚度,夹层板的辐射声功率曲线波峰数减少,幅值增大;在中低频范围内,声辐射水平整体随之下降,但在中高频范围内,这种现象不明显.同时,从图中也可以看出,夹层板辐射声功率峰值出现频率随芯板厚度增大而升高.可见保持夹层板整体厚度不变,增加芯板厚度,同时减小面板厚度,也可以增大夹层板的声辐射阻尼和比刚度.

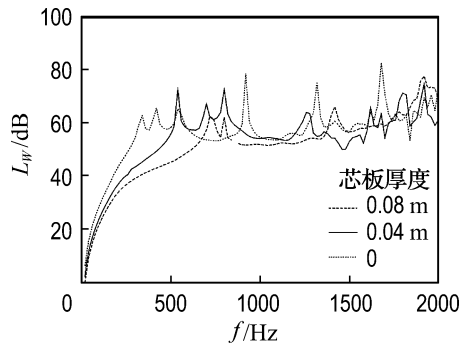
2.2 芯板材料弹性模量对夹层板声辐射性能的影响

图 4 给出了不同芯板弹性模量的夹层板的声场取样点 P 的辐射声压值.芯板厚度 0.08 m ,泊松比 0.42 ,密度 999 kg/m^3 ,损耗因子 0.5 .从图 4 可以看出夹层板芯板的弹性模量对其辐射声功率

有重要的影响,降低芯板的弹性模量可以使夹层板辐射声功率整体水平降低,即增大了夹层板声辐射阻尼,同时在中低频域内使峰值发生频率降低,导致个别频率段内出现辐射声功率值增大的现象.在高频域内,当芯板的弹性模量降低到一定程度时,再降低弹性模量对夹层板的整体辐射性能影响不大,这是因为,此时夹层板芯板与面板的弹性模量数量级相差太大(10^6),改变芯板的弹性模量的作用不明显.



(a) 面板厚度不变



(b) 夹层板厚度不变

图 3 芯板厚度变化时的辐射声功率

Fig. 3 Variation of L_w with core thickness

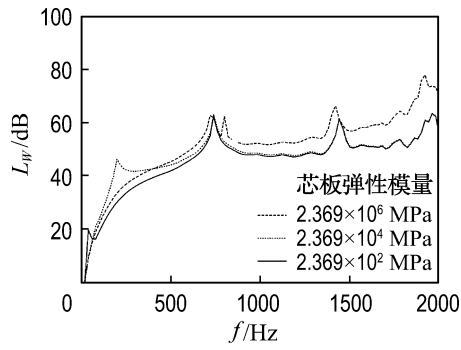


图 4 芯板弹性模量变化时的辐射声功率

Fig. 4 Variation of L_w with core elastic modulus

2.3 芯板密度对夹层板声辐射性能的影响

图5给出了不同芯板质量密度下的夹层板的辐射声功率值。芯板厚度0.08 m, 弹性模量2.369 MPa。从图5可以看出, 在低频域内改变芯板的质量密度对夹层板的辐射性能影响不大; 在中高频域内辐射声功率整体水平虽随芯板密度降低而略有降低, 且随着激励频率的升高差值增大, 但不排除某些频段内会有峰值交错现象。可见在一定范围内降低芯板的质量密度也可以增大夹层板阻尼。

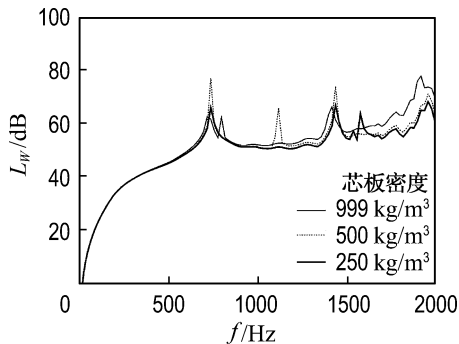


图5 芯板质量密度变化时的辐射声功率

Fig. 5 Variation of L_w with core density

2.4 考虑芯板垂向可压缩变形对夹层板声辐射性能的影响

图6给出了考虑和不考虑芯板垂向压缩变形时夹层板的辐射声功率值。芯板材料弹性模量2.369 MPa, 密度999 kg/m³, 厚度0.08 m。由图可见, 芯板的垂向压缩变形对夹层板的声辐射性能影响比较大。在中低频域内(300 Hz以下), 两种模型的结果差别不大, 但是随着激励频率的升高, 两种模型的结果差别就逐渐显现了, 不考虑芯板垂向可压缩变形的夹层板辐射声功率曲线的峰值密度较大, 而考虑芯板垂向可压缩变形后, 峰值减少。这是因为, 在低频时, 两种模型的振动形式主要都是弯曲振动, 即反对称振动模式。而在高频时, 考虑芯板垂向可压缩模型的振动形式将不只是单纯的弯曲振动, 而是同时出现了芯板的垂向压缩振动, 也就是说, 夹层板振动出现了对称模式。而芯板垂向不可压缩模型则忽略了夹层板的这一对称模式。事实上, 除了靠垂向剪切变形消耗能量外, 夹层板芯板的垂向压缩变形也会消耗一部分能量, 所以忽略芯板的垂向压缩变形导致了夹层板的声辐射阻尼人为降低。尤其当芯板厚且软时, 更容易发生压缩变形。因此当夹层板的芯板厚度较大, 且弹性模量较小时, 芯板不能按照通常的经典板元来处理。

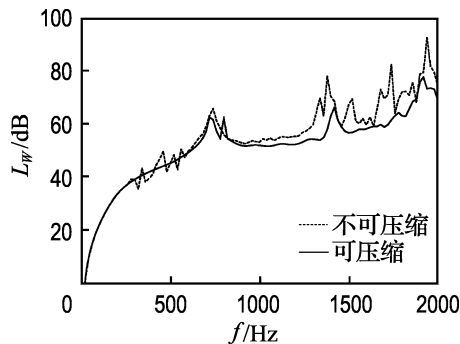


图6 考虑芯板可压缩和不可压缩时的辐射声功率

Fig. 6 Variation of L_w with compressible and incompressible core

3 结论

本文将夹层板的上下面板用 Mindlin 板模型模拟, 芯板采用基于厚板理论的非线性位移模式, 各向位移沿板厚呈抛物线分布, 3层挠度各不相同, 考虑了芯板的垂向压缩变形; 根据阻尼力所做的功与粘弹性材料在相同时间历程内消耗的能量相等, 推导了夹层板阻尼矩阵, 从而构造了一个考虑芯板垂向可压缩变形的夹层板有限元模型。将其与声学边界元结合, 对空气中的夹层板进行了声辐射性能研究。计算表明, 当研究具有较厚且较软的粘弹性阻尼芯板的夹层板声振特性时, 芯板不能按照通常的经典板元来处理, 而是应计入夹层板的对称振动模式, 即考虑夹层板芯板的垂向可压缩变形的影响, 这在夹层板的声辐射性能研究中是合理的也是非常必要的。此外, 芯板能增大板结构的声辐射阻尼, 降低夹层板的声辐射水平, 而且在一定范围内, 芯板越厚, 弹性模量越小, 质量密度越小, 夹层板的减振降噪效果越明显。采用改变芯板参数的方法改善夹层板的声辐射性能时, 要综合考虑芯板的弹性模量数量级以及研究频域范围等多方条件, 才能得到满意的结果。

参考文献:

- [1] JUNG Woo-young, AREF A J. A combined honeycomb and solid viscoelastic material for structural damping applications [J]. *Mechanics of Materials*, 2003, 35(8): 831-844
- [2] 邹元杰, 赵德有. 水中阻尼复合壳体结构声振特性的数值分析方法研究综述[J]. *振动与冲击*, 2004, 23(4): 81-87
- [3] SKVORTSOV V R. Symmetrically inhomogeneous

- through thickness plate as a sandwich plate having a soft core [J]. **Transactions of the Academy of Sciences of the USSR, Mechanics of a Rigid Body**, 1993, **1**(4): 62-68 (in Russian)
- [4] REISSNER E. Finite deflection of sandwich plates [J]. **Journal of Aerospace Science**, 1948, **15**(7):435-440
- [5] YU Y Y. A new theory of elastic sandwich plates-one dimensional case [J]. **Journal of Applied Mechanics**, 1959, **26**(8):415-421
- [6] LIAW B D, LITTLE R W. Theory of bending multilayer sandwich plates [J]. **AIAA Journal**, 1967, **5**(1):301-304
- [7] KANEMATSU H H, HIRANO Y, IYAMA H. Bending and vibration of CFRP-faced rectangular sandwich plates [J]. **Composite Structures**, 1988, **10**(2):145-163
- [8] LEE K H, XAVIER P B, CHEW C H. Static response of unsymmetrical sandwich beams using an improved zig-zag model [J]. **Composites Engineering**, 1993, **3**(3):235-248
- [9] LEE L J, FAN Y J. Bending and vibration analysis of composite sandwich plates [J]. **Computers and Structures**, 1996, **60**(1):103-112
- [10] 邓年春, 邹振祝, 杜华军, 等. 约束阻尼板的有限元动力分析 [J]. 振动工程学报, 2003, **16**(4):489-492
- [11] 钱振东, 陈国平, 朱德懋. 约束阻尼层板的振动分析 [J]. 南京航空航天大学学报, 1997, **29**(5):517-522
- [12] 师俊平, 刘协会, 越巨才, 等. 复合材料夹层板的振动及阻尼分析 [J]. 应用力学学报, 1996, **13**(2): 132-136
- [13] ZIENKIEWICZ O C, KELLY D W, BETTESS P. The coupling of the finite element method and boundary solution procedures [J]. **International Journal of Numerical Methods in Engineering**, 1977, **11**(6):566-579
- [14] 张敬东, 何祚镛. 有限元+边界元——修正的模式分解法预报水下旋转薄壳的振动和声辐射 [J]. 声学学报, 1990, **15**(1):12-19
- [15] 黎 胜, 赵德有. 用有限元/边界元方法进行结构声辐射的模式分析 [J]. 声学学报, 2001, **26**(2):174-179
- [16] 邹元杰, 赵德有. 结构在浅水中的振动和声辐射特性研究 [J]. 振动工程学报, 2004, **17**(3):269-274
- [17] BAI J M, SUN C T. The effect of viscoelastic adhesive layers on structural damping of sandwich beams [J]. **Mechanics of Structures and Machinery**, 1995, **23**(1):1-16
- [18] 黎 胜, 赵德有. 用边界元方法计算结构振动辐射声场 [J]. 大连理工大学学报, **40**(4):391-394
(LI Sheng, ZHAO De-you. Calculation of acoustic field radiated by vibrating structures using BEM [J]. **Journal of Dalian University of Technology**, 2000, **40**(4):391-394)
- [19] 陈美霞, 骆东平, 彭 旭, 等. 敷设阻尼材料的双层圆柱壳声辐射性能分析 [J]. 声学学报, **28**(6):486-493

FE modeling and acoustic radiation performance analyses of sandwich plates with vertical compressible core

WANG Hai-ying*, ZHAO De-you

(Department of Naval Architecture, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Due to the neglect of vertical strain in most of sandwich plate theories, a new displacement model of sandwich plates with vertical compressible core is presented, and the finite element model and governing equation are derived for the harmonic response of sandwich plates. The acoustic radiation power of sandwich plate in a range of frequency is calculated by boundary element method based on the finite element method results. The effect of geometric and material parameters of the core on acoustic radiation performance is discussed. It is proved that the consideration of vertical compressible deformation for the core is reasonable and necessary in radiation analysis. The increase of thickness and the decrease of elastic modulus of core can reduce the acoustic radiation level of sandwich under single-point harmonic excitation within a certain range.

Key words: sandwich plate; finite element method; boundary element method; acoustic radiation