

不同旋转轴对矩形通道内湍流与换热影响研究

马良栋*, 张吉礼

(大连理工大学 土木工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 对旋转矩形通道(横截面的长宽比 $b/a=2$)内湍流流动和换热进行了大涡数值模拟. 基于一种具有二阶精度的不协调混合格式(Adams-Bashforth/Crank-Nicholson)对 N-S 方程进行离散. 采用动态亚格子模型对雷诺应力进行了模拟. 湍流雷诺数 Re_τ 和普朗特数 Pr 分别为 400 和 0.71, 旋转数 $Ro_\tau=0\sim 5$. 分析了管道横截面内平均速度、平均温度以及湍流强度的分布. 结果表明, 不同的旋转轴对湍流流动和换热有重要的影响, 在高旋转数时, 湍流结构在稳定侧和非稳定侧均有明显的变化. 在相同旋转数下, 与矩形通道绕 z 轴旋转时相比, 系统绕 y 轴旋转的平均换热系数有所增大.

关键词: 旋转; 矩形通道; 湍流换热; 大涡模拟

中图分类号: O357.5 **文献标志码:** A

0 引言

旋转通道内的湍流流动和换热在实际工程中有广泛的应用背景, 如涡轮机、泵、压缩机和旋风除尘器等流道内的湍流流动. 在过去的几十年里, 许多研究者对方形通道内的湍流流动和换热进行了数值研究和数值模拟^[1~4]. 由于湍流在管道横截面上引起二次流动, 通道内的流动和换热是复杂的. 在旋转系统中, 系统将进一步受到科氏力和离心力的作用, 导致通道内的湍流流动和换热将更加复杂. 因此, 深入研究旋转系统下科氏力和离心力对湍流流动的影响, 有利于指导旋转机械内部流道设计. 对于湍流流动和换热的研究, 大涡模拟是一种有效的研究方法. Pallares 等采用大涡模拟的方法对旋转方形通道内的湍流流动和换热进行了研究^[5~7], 分析了科氏力和离心力对流动和换热的影响. Qin 对方形通道入口段的对流换热也进行了大涡模拟研究^[8]. Abdel-Wahab 等^[9]、Murata 等^[10]对带有横向肋片的方形通道内的湍流和换热也开展了大涡模拟研究, 在这些研究中动态亚格子模型得到了较为广泛的应用, 且模拟结果较好. 上述研究均是针对方形管道, 而

对于矩形通道(横截面的长宽比不等于 1)内湍流流动和换热研究甚少. 在矩形通道内, 当系统绕不同轴旋转时, 将受到不同的科氏力和离心力的作用, 因此通道内的湍流流动和换热会发生明显变化. 本文采用大涡模拟方法对横截面的长宽比 $b/a=2$ 的矩形通道内的旋转湍流和换热进行研究, 并采用一种非协调混合格式对控制方程进行离散求解, 分析管内平均温度和速度分布以及旋转数对湍流强度的影响.

1 物理数学模型

图 1 为旋转矩形截面通道的物理模型和所采用的坐标系统. 系统分别绕 y 轴和 z 轴以角速度 Ω (逆时针方向)旋转, 旋转半径 R 为常数, 分别见图 1(a) 和 (b). 本文主要研究径向旋转轴向流出情形. 通道的 $b/a=2$, 长为 L , x 方向为流动方向, y 和 z 方向为展向. 流体在常压力条件下驱动流动, 且假设流动和换热均已充分发展. 矩形通道 4 个壁面光滑且沿轴向具有均匀热流条件. 经盒式滤波函数滤波后的量纲一连续性方程、动量方程和能量方程分别如下.

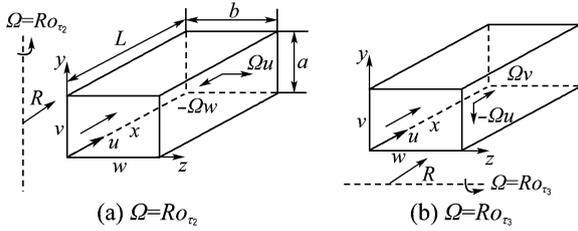


图 1 矩形通道物理模型及坐标系统

Fig. 1 Physical model and coordinate system of the rectangular duct

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i U_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + F_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \frac{\partial(U_j \Theta)}{\partial x_j} = \frac{1}{Re_\tau Pr} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial h_j}{\partial x_j} - 4\delta_{1j} \frac{U_j}{U_b} \quad (3)$$

式中: F_i 表示科氏力、考虑 Boussinesq 假设的离心力及平均压力梯度, F_i 可以表示为

$$F_i = \begin{cases} -Ro_{e2}w + Ro_{e3}v - \frac{Gr_{\tau,L}}{Re_\tau^2} \Theta \left(\frac{x+r_x}{R} \right) + 4 \\ -Ro_{e3}u + Ro_{e1}w - \frac{Gr_{\tau,L}}{Re_\tau^2} \Theta \left(\frac{y+r_y}{R} \right) \\ -Ro_{e1}v + Ro_{e2}u - \frac{Gr_{\tau,L}}{Re_\tau^2} \Theta \left(\frac{z+r_z}{R} \right) \end{cases} \quad (4)$$

式(1)~(4)中: u, v, w 分别表示 x, y, z 方向的速度分量, p 表示压力, Θ 表示温度. 速度、长度和温度的量纲一特征量分别为壁面摩擦速度 u_τ 、管道高度 a 和摩擦温度 T_τ , 其中 T_τ 定义为 $T_\tau = q_w / (\rho c_p u_\tau)$, q_w 为壁面热流. U_b 表示通道截面的平均速度, Pr 为普朗特数, 摩擦雷诺数 Re_τ 、旋转数 Ro_τ 、格拉晓夫数 $Gr_{\tau,L}$ 分别定义为

$$Re_\tau = \frac{u_\tau a}{\nu}, \quad Ro_\tau = \frac{2\Omega a}{u_\tau}, \quad Gr_{\tau,L} = \frac{(R\Omega^2)\beta T_\tau a^3}{\nu^2} \quad (5)$$

其中 β 表示容积膨胀系数, ν 表示运动粘滞系数.

在径向旋转中, 对于细长通道, 假设所研究的区域离旋转轴较远, 可以认为 $R \rightarrow \infty$, 即旋转半径为常数. 则

$$\frac{x+r_x}{R} \doteq 1, \quad \frac{y+r_y}{R} = \frac{z+r_z}{R} = 0 \quad (6)$$

r_x, r_y, r_z 分别表示旋转轴到坐标原点的距离.

量纲一温度 Θ 定义为

$$\Theta = \frac{T - \langle T_w \rangle}{T_\tau} \quad (7)$$

在式(2)和(3)中, τ_{ij} 和 h_j 分别表示亚格子雷诺应力和热流, 需通过亚格子模型分别对其进行模拟, 本文采用动态亚格子模型对雷诺应力进行模拟^[11]. 亚格子热流可以表示为 $h_j = -\alpha_{SGS} \partial \Theta / \partial x_j$, 其中 $\alpha_{SGS} = \nu_{SGS} / Pr_{SGS}$, $Pr_{SGS} = 0.5$, ν_{SGS} 为亚格子粘性系数.

壁面上速度边界为 $u = v = w = 0$, 温度边界为 $\Theta_w = 0$. 流向方向为周期性边界条件, 即 $\phi(x) = \phi(x + L)$, ϕ 表示速度和温度变量. 计算中摩擦雷诺数 $Re_\tau = 400$, 最大旋转数为 5, 计算网格数为 $82 \times 62 \times 62$. 在管道的横截面上, 采用非均匀网格, 使得在矩形通道的壁面附近有足够高的网格分辨率, 主流方向上采用均匀网格.

2 数值计算方法

本文开发了不协调混合格式计算程序, 控制方程对流项和扩散项在空间离散上均采用二阶中心差分, 在时间离散方法上采用混合 Adams-Bashforth/Crank-Nicholson 格式, 即对流项的时间推进采用二阶显式的 Adams-Bashforth 格式, 扩散项的时间推进采用 Crank-Nicholson 格式, 但主流速度方程的扩散项在时间推进上仍采用显式 Adams-Bashforth 格式离散. 因此主流速度和横截面速度方程的扩散项离散时采用的不是同一层数的物理量, 即不协调混合格式. 这种方法不仅不会对稳定性造成太大的影响, 而且还会大大地增大时间步长, 计算中最大 CFL 数 $((u\Delta t)/\Delta x)$, Δt 是时间步长, Δx 是网格步长) 可以达到 1.5. 当采用全显示时, 最大 CFL 数只能达到 0.25. 因此可以较好地提高计算效率. 并且在 y, z 方向上采用近似因式分解技术 (approximate-factorization technique)^[12], 在 n 层时式(2)可以改写为

$$(1 - A_2)(1 - A_3)(\hat{u}_i - u_i^n) = \frac{\Delta t}{2}(3H_i^n - H_i^{n-1}) + (3A_1 u_i^n - A_1 u_i^{n-1}) + 2(A_2 + A_3)u_i^n + \Delta t \left[\frac{3}{2}(F_i)^n - \frac{1}{2}(F_i)^{n-1} \right] \quad (8)$$

其中 \hat{u}_i 表示中间速度, 下标 i 表示速度分量, 系数 A_1, A_2, A_3 分别为

$$A_1 = \frac{\Delta t}{2} \frac{\delta}{\delta x} \left[\left(\frac{1}{Re_\tau} + \nu_{SGS} \right) \frac{\delta}{\delta x} \right]$$

$$A_2 = \frac{\Delta t}{2} \frac{\delta}{\delta y} \left[\left(\frac{1}{Re_\tau} + \nu_{SGS} \right) \frac{\delta}{\delta y} \right]$$

$$A_3 = \frac{\Delta t}{2} \frac{\delta}{\delta z} \left[\left(\frac{1}{Re_\tau} + \nu_{SGS} \right) \frac{\delta}{\delta z} \right]$$

求解方程(8)时,沿壁面法线方向,可以采用 TDMA 程序求解离散方程,因此计算时间和所需内存会大大减小. 能量方程也可以采用同样的方法进行离散,具体的离散方法见文献[13].

3 计算结果分析

3.1 平均速度和温度分布

以完全发展的层流流场作为初场,在计算中加入随机场可以得到完全发展的湍流. 计算中流场和温度场达到统计稳定时可以认为结果合理. 对于目前的计算,40 个时间单位之后可以达到统计稳定状态. 表 1 给出了不同旋转数下的平均速度和温度等平均量. 从表中可以看出,管道中心线上的速度 U_c 和管道截面的平均速度 U_b 随旋转数增大而减小,但是管道截面平均温度 Θ_b 随旋转数的增大而增大,努塞尔数 Nu 增大,表明换热增强. 在相同的旋转数下系统绕 y 轴旋转时,其主流平均速度小于系统绕 z 轴旋转的主流平均速度,但换热能力有所增强,因此,就传热而言,系统绕短边旋转要优于绕长边旋转.

表 1 不同旋转数下平均特征量的比较

Tab.1 The average value of physical parameters at different rotation number

Ro_{τ_2}	Ro_{τ_3}	U_c	U_b	Θ_b	Re_m	Nu
0	0	22.5	18.3	-16.3	7 301	17.4
1.0	0	24.2	18.7	-16.8	7 475	16.9
3.0	0	21.9	16.1	-14.8	6 422	19.2
5.0	0	19.4	14.4	-13.8	5 778	20.5
0	1.0	22.9	18.7	-16.9	7 484	16.8
0	3.0	21.3	17.2	-15.6	6 905	18.1
0	5.0	19.3	15.7	-14.3	6 413	19.3

图 2 给出了系统绕 y 轴旋转时在不同旋转数下的平均速度与平均温度分布,图中上半部分表示温度等值线,下半部分的等值线表示主流平均速度,箭头表示 $y-z$ 平面速度矢量. 由图可知,当系统不旋转时,在矩形通道横断面每个直角处出现两个旋转方向相反的涡,且与水平壁面(长边)

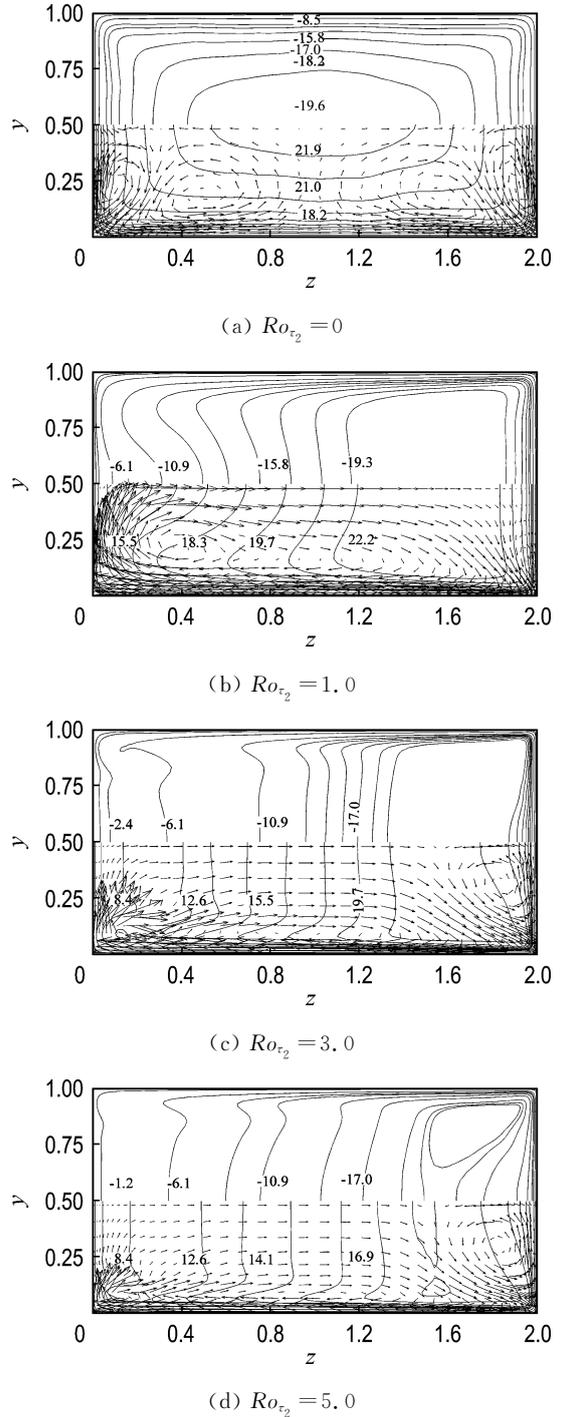


图 2 系统绕 y 轴旋转时在不同旋转数下的平均速度与平均温度分布

Fig. 2 Average velocity and temperature distribution at different rotation number with the rotation axis paralleling the y axis

相邻的涡较大,截面上的流速是由不平衡雷诺应力差引起的. 在截面二次流的作用下,等速度线向顶角处拉伸,说明主流速度向顶角处有所增大. 在旋转的作用下,主流 u 动量方程和 w 动量方程分

别受到科氏力 $-Ro_{\tau_2}\omega$ 和 $Ro_{\tau_2}u$ 的作用,因此系统平均速度和温度发生明显的变化.当 $Ro_{\tau_2} = 1.0$ 时,截面速度矢量由两个伸长的大涡构成,且靠近通道的侧壁面 ($y = 0, y = 1$),水平的二次流动从通道的压力壁面 ($z = 2$) 流向吸引壁面 ($z = 0$).随旋转数的进一步增大,当 $Ro_{\tau_2} = 3.0$ 时,截面速度矢量由两个伸长的大涡(侧壁附近)和两个小涡(压力壁面附近)构成,并且小涡随旋转数的增大而增强(见图 2(d)).从图 2 中还可以看出,在 $Ro_{\tau_2} < 3.0$ 时,平均温度的分布与主流平均速度的分布是一致的,温度出现分层分布,且最小值在压力壁面附近,但当 $Ro_{\tau_2} = 5.0$ 时,温度分布与主流速度分布不一致,这是由于在高旋转数下,流动的层流化增强,且主流动量方程中的科氏力项使得动量方程不能与能量方程相类比^[7].

图 3 给出了系统绕 z 轴旋转时在不同旋转数下的平均速度与平均温度分布.图中左半部分的等值线表示主流平均速度,箭头表示 $y-z$ 平面速度矢量,右半部分表示温度等值线.从图中可以看出,当 $Ro_{\tau_3} = 1.0$ 时,整个截面速度矢量由两个伸长的大涡(与侧壁 $z = 0$ 和 $z = 2$ 相邻)和两个小涡(靠近压力壁面 $y = 0$) 构成.与图 2(b) 相比,靠近压力壁面附近的小涡是明显的.并且与方形通道相比,截面速度矢量也发生明显变化.图 4 给出了方形管道截面长宽比 $b/a = 1$ 且旋转数 $Ro_{\tau_2} = 1.0$ 时的截面平均速度分布^[13],与图 3(a) 相比,压力壁面附近的涡小,整个截面速度矢量由两个大涡构成.因此,当旋转数相同时,管道截面的长宽比对截面速度有很大影响.随旋转数的增大,压力壁面附近的涡增大,在截面二次流的作用下,主流速度减小且等值线向吸引壁面弯曲,如图 3(b) 和(c) 所示.从图中的温度分布可以看出,当 $Ro_{\tau_3} \geq 3.0$ 时,温度分布与主流速度分布不一致,特别在压力壁面附近,这说明在相同的旋转数下,与系统绕短边旋转相比,系统绕长边旋转时主流动量方程的科氏力增大.

3.2 湍流强度分布

图 5 给出了 $Ro_{\tau_3} = 1.0$ 时沿压力壁面平分线的湍流强度分布,从图中可以看出,与方形通道 ($b/a = 1.0$) 相比,矩形通道 ($b/a = 2.0$) 沿压力壁面平分线湍动能明显增强.图 6 ~ 8 分别给出

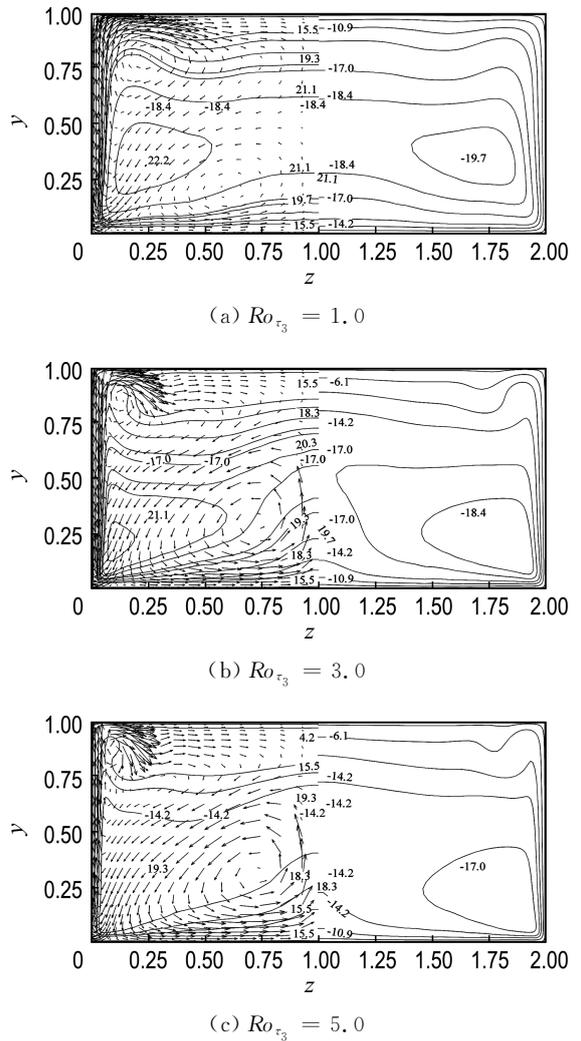


图 3 系统绕 z 轴旋转时在不同旋转数下的平均速度与平均温度分布

Fig. 3 Average velocity and temperature distribution at different rotation number with the rotation axis paralleling the z axis

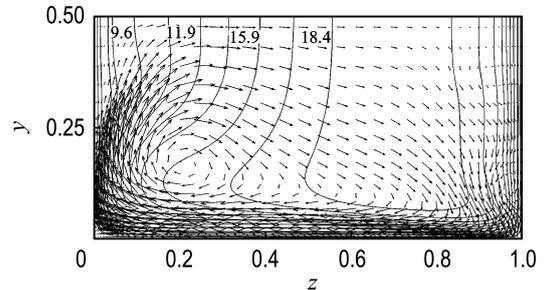


图 4 方形通道长宽比 $b/a = 1.0$ 时截面的平均速度分布

Fig. 4 The average velocity distribution on the cross section of square duct with aspect ratio $b/a = 1.0$

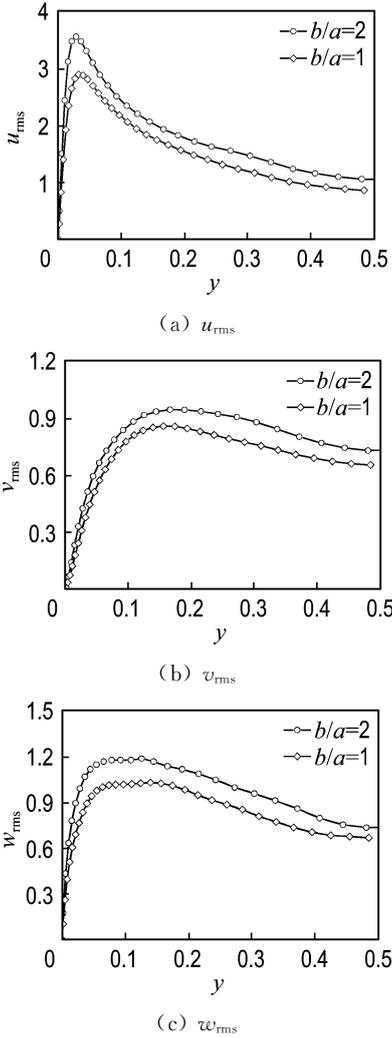


图 5 沿压力壁面平分线的湍流强度分布

Fig. 5 Turbulent intensities distribution along the pressure wall bisector

了不同旋转数下湍动能强度 u_{rms} 、 v_{rms} 和 w_{rms} 沿压力壁面平分线的分布. 从图 6 中可以看出, 系统绕 y 轴旋转时, 在高旋转数下, 吸引壁面 ($z = 0$) 附近 u_{rms} 大大减小, 在 $z < 1.8$ 的区域内, 主流速度湍动能强度均小于系统不旋转时的主流速度湍动能强度, 在与压力壁面 ($z = 2$) 相邻的区域内, 主流速度湍动能强度增强, 但系统绕 z 轴旋转时, 只是在靠近吸引壁面的小段域内 ($y > 0.85$), u_{rms} 随旋转数的增大而减小. 由图 7(a) 可知, 当 $Ro_{\tau_2} = 1.0$ 时, 在区域 $0.2 < z < 1.4$ 内, 与系统不旋转时相比, v_{rms} 明显增大, 但当 $Ro_{\tau_2} \geq 3.0$ 时, 在 $z < 1.5$ 的区域内, v_{rms} 大大减小, 在压力壁面附近, 随旋转数的增大 v_{rms} 略有增大. 从图 7(b) 可以看出, 在吸引壁面 ($y = 1$) 附近, v_{rms} 随旋转数的增

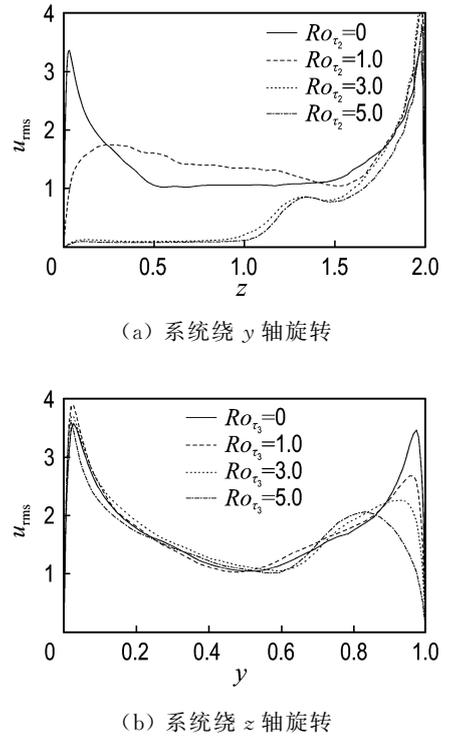


图 6 不同旋转数下 u_{rms} 沿压力壁面平分线的分布

Fig. 6 The profiles of u_{rms} along the pressure wall bisector at different rotation number

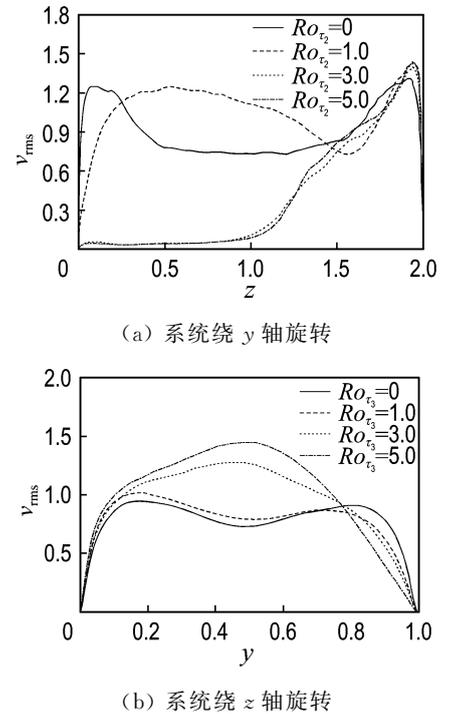
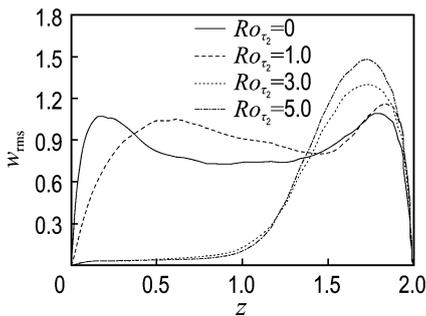


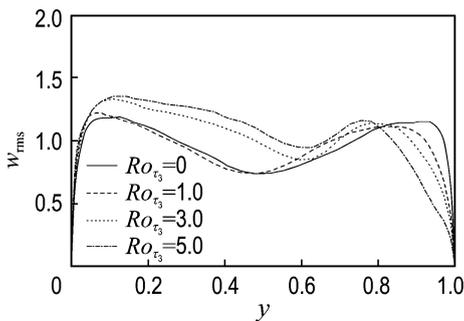
图 7 不同旋转数下 v_{rms} 沿压力壁面平分线的分布

Fig. 7 The profiles of v_{rms} along the pressure wall bisector at different rotation number

大而减小,但是在压力壁面($y = 0$)附近, v_{rms} 随系统旋转效应的增强而大大增大,这主要因为系统绕 z 轴旋转时, v 动量方程受到科氏力 $-Ro_{\tau_3}u$ 的作用,因此速度 v 的波动增强,湍流强度增大.由图8可知,由于系统绕 y 轴旋转时, w 动量方程受到科氏力 $-Ro_{\tau_2}u$ 的作用,速度 w 的波动在压力壁面附近随旋转数的增大而增大,但在吸引壁面附近,与系统绕 z 轴旋转时的 v_{rms} 相比, w_{rms} 大大减小.由图3可知,在高旋转数下,系统吸引壁面附近的涡增强,虽然 w 方程不受到科氏力的直接作用,但通过雷诺应力再分配项的影响,系统绕 z 轴旋转时,随旋转数的增大压力壁面附近 w_{rms} 得到了明显的增强(见图8(b)).



(a) 系统绕 y 轴旋转



(b) 系统绕 z 轴旋转

图8 不同旋转数下 w_{rms} 沿压力壁面平分线的分布

Fig. 8 The profiles of w_{rms} along the pressure wall bisector at different rotation number

4 结论

本文采用不协调混合格式离散N-S方程,对旋转矩形通道内湍流流动和换热进行了大涡模拟.分析了不同旋转轴对矩形截面通道内湍流流动和换热的影响,以及在不同旋转数下,旋转效应

对湍流强度的影响.结果表明,随旋转数的增大,管道截面平均速度减小,平均温度增大,换热增强.在相同的旋转数下,通道截面的长宽比对平均速度和平均温度分布有很大的影响,系统绕 y 轴旋转的主流平均速度小于系统绕 z 轴旋转的主流平均速度,但换热能力有所增强.对于目前的矩形管道,与方形通道相比,随旋转数的增大,压力壁面附近的涡增大,且在高旋转数时,由于科氏力的作用,温度分布与速度分布不一致,同时与系统绕长边旋转时相比,系统绕短边旋转时系统的平均湍动能增大.

参考文献:

- [1] HIROTA M, FUJITA H, YOKOSAWA H, *et al.* Turbulent heat transfer in a square duct [J]. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, 1997, **18**(1):170-180
- [2] GAVRILAKIS S. Numerical simulation of low-Reynolds-number turbulent flow through a straight square duct [J]. **Journal of Fluid Mechanics**, 1992, **244**:101-129
- [3] HUSER A, BIRINGEN S. Direct numerical simulation of turbulent flow in a square duct [J]. **Journal of Fluid Mechanics**, 1993, **257**:65-95
- [4] PILLER M, NOBILE E. Direct numerical simulation of turbulent heat transfer in a square duct [J]. **International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow**, 2002, **12**(6):658-686
- [5] PALLARES J, DAVIDSON L. Large-eddy simulations of turbulent flow in a rotating square duct [J]. **Physics of Fluids**, 2000, **12**(11):2878-2894
- [6] PALLARES J, DAVIDSON L. Large-eddy simulations of turbulent heat transfer in a stationary and rotating square duct [J]. **Physics of Fluids**, 2002, **14**(8):2804-2816
- [7] PALLARES J, GRAU F X, DAVIDSON L. Pressure drop and heat transfer rates in forced convection rotating square ducts flow at high rotation rates [J]. **Physics of Fluids**, 2005, **17**(7):1-11
- [8] QIN Z H, PLETCHER R H. Large eddy simulation of turbulent heat transfer in a rotating square duct

- [J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2006, **27**(3):371-390
- [9] ABDEL-WAHAB S, TAFTI D K. Large eddy simulation of flow and heat transfer in a 90 deg ribbed duct with rotation: effect of Coriolis and centrifugal buoyancy forces [J]. *ASME Journal of Turbomachinery*, 2004, **126**(4):627-636
- [10] MURATA A, MOCHIZUKI S. Large eddy simulation of turbulent heat transfer in an orthogonally rotating square duct with angled rib turbulators [J]. *ASME Journal of Heat Transfer*, 2001, **123**(5):858-867
- [11] GERMANO M, PIOMELLI U, MOIN P, *et al.* A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model [J]. *Physics of Fluids*, 1991, **3**(7):1760-1765
- [12] KIM J, MOIN P. Application of fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations [J]. *Journal of Computational Physics*, 1985, **59**(2):308-323
- [13] 马良栋. 矩形截面通道内强化对流换热机理的研究及湍流换热的高级数值模拟[D]. 西安:西安交通大学, 2007

Research on influence of different rotating axes on turbulent flow and heat transfer in a rectangular duct

MA Liang-dong*, ZHANG Ji-li

(School of Civil Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Turbulent flow and heat transfer in a rectangular duct with cross-sectional aspect ratio $b/a = 2$ rotating along its spanwise direction were investigated by large eddy simulation. The unsteady N-S equations were discretized based on the inconsistent fixed scheme (Adams-Bashforth/Crank-Nicholson) with the second-order precision. And the dynamic subgrid-scale model was used to evaluate the Reynolds stresses. The simulations were performed for a Reynolds number of 400, while the Prandtl number (Pr) was assumed to be 0.71. The rotation number was changed from 0 to 5. The averaged velocity, temperature and turbulent kinetic energy intensity distribution were analyzed in the cross section of the rectangular duct. The results show that the effects of system rotation with different rotating axes have an important influence on the turbulent flow and heat transfer. It is found that the turbulent flow structure is changed obviously near the stable wall and unstable wall at high rotation number. At the same rotation number, the average heat transfer coefficient of the rotation axis paralleling the y axis is greater than that of the rotation axis paralleling the z axis.

Key words: rotation; rectangular duct; turbulence heat transfer; large eddy simulation