文章编号：1000-8608(2010)06-1003-05

钢纤维混凝土梁抗剪强度截面分析方法

车 轶*[1]， 武玉赞[2]， 仲伟秋[1]

（1.大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室，辽宁 大连 116024；
2.信息产业电子第十一设计研究院有限公司 大连分院，辽宁 大连 116600）

摘要：在修正压力场理论和钢纤维混凝土梁受弯理论的基础上建立了钢纤维混凝土梁抗剪强度的截面分析方法，考虑了钢纤维混凝土梁裂缝处的局部应力控制条件.通过对采用3条不同钢纤维混凝土受拉应力-应变曲线的计算结果与试验结果比较，建议了考虑受拉强化效应的受拉应力-应变曲线.此外讨论了计算模型中裂缝局部控制条件对抗剪强度计算结果的影响.对44根剪跨比大于2.0的钢纤维混凝土梁进行了分析，分析结果与试验值吻合很好.

关键词：钢纤维混凝土；抗剪强度；修正压力场理论
中图分类号：TU377.1 **文献标志码**：A

0 引 言

Vecchio等提出的修正压力场理论[1]（MCFT理论）是目前较成功的钢筋混凝土受剪理论.该理论由平衡方程、协调条件、材料本构关系，以及裂缝处的局部应力控制条件组成.MCFT理论不仅能够在单元整体上满足力的平衡和变形协调条件，还考虑了裂缝局部力的传递条件，所采用的混凝土本构关系充分考虑了复杂应力状态下受压软化和开裂后受拉强化特性，因此能够很好地描述复杂应力条件下混凝土开裂前后的应力和应变变化及剪切破坏情况.

MCFT理论在钢筋混凝土受剪分析方面的成功为其在钢纤维混凝土领域的应用打下了良好的基础.一些学者在这方面进行了有益的尝试，并取得了一定进展[2~4].由于MCFT理论是在钢筋混凝土试验研究基础上建立起来的，将该理论应用于钢纤维混凝土梁的受剪分析时，有两个问题值得关注：一是钢纤维的掺入使混凝土的力学性能发生变化，因此准确描述钢纤维混凝土的受力特性，特别是受拉强化特性，是利用MCFT理论准确预测钢纤维混凝土剪切破坏的关键.二是混凝土裂缝处的局部应力校核是MCFT理论的重要条件之一.研究表明，忽略该条件会过高地估计钢筋混凝土梁的剪切破坏荷载[1,5].尽管钢纤维能够有效地提高混凝土开裂面上力的传递能力，但是是否需要进行局部应力校核尚需进一步研究.

本文根据MCFT理论的基本原理和梁的受弯理论提出钢纤维混凝土梁受剪截面分析方法，根据钢纤维混凝土的受拉特性和开裂面的平衡条件建立钢纤维混凝土裂缝处局部应力控制条件.分别采用3种不同的钢纤维混凝土受拉本构关系对收集的剪跨比大于2.0的钢纤维混凝土受剪试验梁进行分析，比较不同受拉曲线对计算结果的影响，并探讨裂缝局部应力校核条件对分析结果的影响.

1 基本理论

1.1 平衡方程和协调方程

图1(a)和(b)分别为钢纤维混凝土梁及梁腹板内的单元，假定裂缝均匀分布于单元内，裂缝倾角为θ.单元应力为σ_x、σ_y和v，单元应变为ε_x和ε_y.梁内受剪区单元可不考虑竖向应力的影响，即$\sigma_y = 0$.根据MCFT理论，单元的平衡方程为

$$\sigma_{c2} = (\tan\theta + \cot\theta)v - \sigma_{c1} \tag{1}$$

$$v = \sigma_{c1}\cot\theta + \rho_{sv}\sigma_{sv}\cot\theta \tag{2}$$

$$N_v = \sigma_x b d_v = (v \cdot \cot\theta - \sigma_{c1}) b d_v \tag{3}$$

式中：σ_{c1}和σ_{c2}分别为钢纤维混凝土平均主拉应力和主压应力；$v = V/bd_v$，为截面剪应力；d_v为截面

收稿日期：2008-10-14； **修回日期**：2010-09-28.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(50778034)；“九七三”国家重点基础研究发展计划资助项目(2007CB714202).
作者简介：车 轶*(1970-)，男，博士，副教授，E-mail：cheyi@dlut.edu.cn.

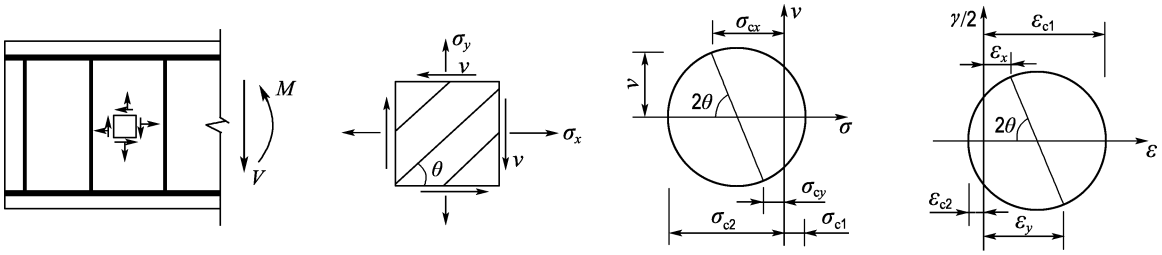
内力臂；$\rho_{sv}=A_{sv}/bs$，为配箍率；σ_{sv} 为箍筋的平均应力.

不考虑钢纤维混凝土与钢筋之间的滑移，并假设钢纤维混凝土平均主应力方向与平均主应变方向一致，根据图 1(d) 的单元平均应变莫尔圆，可以得到应变协调方程

$$\varepsilon_x=\frac{\varepsilon_{c1}\tan^2\theta+\varepsilon_{c2}}{1+\tan^2\theta} \tag{4}$$

$$\varepsilon_y=\frac{\varepsilon_{c1}+\varepsilon_{c2}\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta} \tag{5}$$

式中：ε_{c1}、ε_{c2} 分别为钢纤维混凝土的平均主拉应变和主压应变.



(a) 钢纤维混凝土梁　(b) 开裂单元　(c) 钢纤维混凝土平均应力　(d) 单元平均应变

图 1　开裂的钢纤维混凝土单元

Fig. 1　Cracked steel fiber reinforced concrete element

1.2　钢纤维混凝土的本构关系

Bischoff 等[6]的研究表明，配筋的钢纤维混凝土存在与钢筋混凝土类似的受拉强化效应，即钢筋使开裂后的钢纤维混凝土平均拉应力得到进一步的“强化”. 本文分别考虑了 3 种钢纤维混凝土受拉应力-应变关系.

(1)双线性曲线[7]

钢纤维混凝土开裂前为线弹性材料，开裂后拉应力为钢纤维混凝土的残余拉应力

$$\sigma_{c1}=\begin{cases}E_{cf}\varepsilon_{c1}; & \varepsilon_{c1}\leqslant\varepsilon_{cr}\\ f_{tu}; & \varepsilon_{c1}>\varepsilon_{cr}\end{cases} \tag{6}$$

式中：E_{cf} 为钢纤维混凝土弹性模量；ε_{cr} 为混凝土开裂应变；f_{tu} 为钢纤维混凝土残余拉应力[3]，

$$f_{tu}=\eta_l\eta_0'V_f l_f\tau_u/2r \tag{7}$$

其中 η_l 和 η_0' 分别为纤维长度有效系数和开裂面纤维方向系数，τ_u 为钢纤维与基体极限粘结应力，r 为纤维面积与纤维周长比.

(2)三线性受拉曲线[4]

该模型是 Mansur 在钢筋混凝土三线性受拉强化模型的基础上提出的，并用于钢纤维混凝土深梁的受剪分析

$$\sigma_{c1}=\begin{cases}E_{cf}\varepsilon_{c1}; & \varepsilon_1\leqslant\varepsilon_{cr}\\ (f_{ct}-f_{tu})\dfrac{\varepsilon_{c1}-\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_{cr}-\varepsilon_{tf}}+f_{ct}; & \varepsilon_{cr}<\varepsilon_1\leqslant\varepsilon_{tf}\\ f_{tu}; & \varepsilon_1>\varepsilon_{tf}\end{cases} \tag{8}$$

式中：f_{ct} 为钢纤维混凝土的抗拉强度，$\varepsilon_{tf}=2f_y(1/E_s+\rho_s/E_c)$.

(3)受拉强化曲线[3]

受拉强化曲线是在钢筋混凝土受拉强化模型[1]的基础上提出的，考虑了钢筋对钢纤维混凝土的受拉强化作用.

$$\sigma_{c1}=\begin{cases}E_{cf}\varepsilon_{c1}; & \varepsilon_1\leqslant\varepsilon_{cr}\\ \dfrac{f_{ct}+\sqrt{200(\varepsilon_{c1}-\varepsilon_{cr})}f_{tu}}{1+\sqrt{200(\varepsilon_{c1}-\varepsilon_{cr})}}; & \varepsilon_1>\varepsilon_{cr}\end{cases} \tag{9}$$

钢纤维混凝土的受压应力-应变关系曲线采用 Vecchio 等[1]的应力-应变曲线，考虑了材料的受压软化效应

$$\sigma_{c2}=\frac{f_c'}{0.8-0.34\varepsilon_{c1}/\varepsilon_{c0}}\left[2\left(\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{c0}}\right)-\left(\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{c0}}\right)^2\right] \tag{10}$$

式中：f_c' 为钢纤维混凝土的圆柱体抗压强度，ε_{c0} 为纤维混凝土单轴受压强度对应的应变.

1.3　钢筋钢纤维混凝土裂缝处的应力平衡

图 2 为开裂单元在裂缝之间和裂缝面上的应力分布，由图 2(a)和(b)间的竖向平衡可得

$$A_{sv}\sigma_{sv}\left(\frac{d_v}{\tan\theta}\right)+\sigma_{c1}\frac{bd_v}{\sin\theta}\cos\theta=A_{sv}\sigma_{svcr}\left(\frac{d_v}{\tan\theta}\right)+v_{ci}bd_v+\sigma_{cr1}bd_v\cot\theta \tag{11}$$

整理上式，得

$$\sigma_{c1}=v_{ci}\tan\theta+\frac{A_{sv}}{bs}(f_y-\sigma_{sv})+\sigma_{cr1} \tag{12}$$

式中：v_{ci} 为开裂面上的剪应力；σ_{cr1} 为裂缝处钢纤维混凝土的拉应力，取 $\sigma_{cr1}=f_{tu}$. 裂缝面能够提供的最大摩擦剪应力用 $v_{ci,max}$ 表示，由于缺乏必要的钢

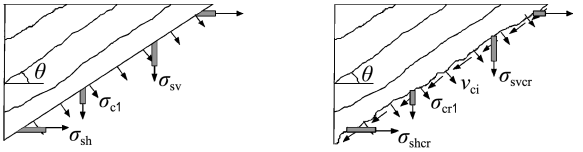
纤维混凝土试验资料，本文采用文献[1]中的公式：

$$v_{ci,max}=\frac{0.18\sqrt{f_c'}}{0.3+24\omega/(a+16)} \tag{13}$$

式中：a 为最大骨料粒径，ω 为裂缝宽度.

由式(12)和(13)可以得到裂缝处的局部应力控制条件为

$$\sigma_{c1}\leqslant\sigma_{c1,max}=v_{ci,max}\tan\theta+\frac{A_{sv}}{bs}(f_y-\sigma_{sv})+f_{tu} \tag{14}$$



(b) 裂缝间的平均应力　　(b) 裂缝处的局部应力

图 2　裂缝间与裂缝处的应力

Fig. 2　Stresses between and at cracks

裂缝处的钢筋应力高于其平均应力. 当钢筋在裂缝处达到屈服时，随着单元应变的进一步增加，裂缝宽度将迅速加大，由式(13)可知，裂缝面的最大摩擦剪应力将减小，相应地根据式(14)和(12)，单元的平均主拉应力和剪应力有可能受到局部应力条件的限制，即此时的单元主拉应力为根据受拉应力-应变曲线计算的应力和式(14)计算值的较小值. 因此，不考虑式(14)的应力校核条件有可能带来计算误差.

2　截面分析方法

利用上述的钢纤维混凝土修正压力场理论和梁控制截面的平衡条件，并参照 Collins 等[8]的算法，即可建立钢纤维混凝土梁的截面分析方法，通过迭代算法计算梁的剪切破坏荷载. 具体计算过程见文献[9、10]，限于篇幅本文仅就截面受压区和受拉区钢纤维混凝土的内力计算予以说明.

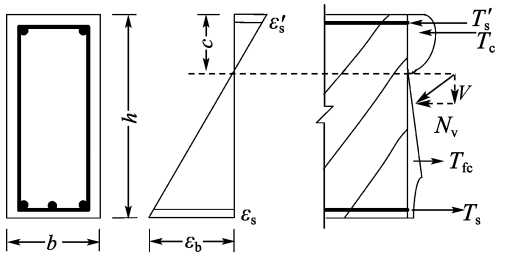
钢纤维混凝土梁截面在弯矩和剪力作用下的截面应变和应力分布见图 3，截面上的弯矩和轴力满足的内力平衡条件为 $\sum M=0$ 和 $\sum N=0$. 根据梁的受弯理论，受压区钢纤维混凝土的合力可根据等效的矩形应力图形计算. 计算时采用单轴应力-应变关系曲线

$$\sigma_c=f_c'\left[2\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}\right)-\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}\right)^2\right] \tag{15}$$

计算截面内力平衡时，需考虑受拉区钢纤维混凝土的贡献. 为了避免对受拉应力图形的数值积分，简化计算过程，采用 Mansur 曲线[4]计算受拉区钢纤维混凝土的拉力

$$T_{fc}=\begin{cases}E_{cf}\varepsilon_b b(h-c)/2; & \varepsilon_b\leqslant\varepsilon_{cr}\\ [f_{ct}\varepsilon_{cr}+(f_{ct}+\sigma_b)(\varepsilon_b-\varepsilon_{cr})]b(h-c)/(2\varepsilon_b); & \varepsilon_{cr}<\varepsilon_b\leqslant\varepsilon_{tf}\\ [f_{ct}\varepsilon_{cr}+(f_{ct}+f_{tu})(\varepsilon_{tf}-\varepsilon_{cr})+2f_{tu}(\varepsilon_b-\varepsilon_{tf})]b(h-c)/(2\varepsilon_b); & \varepsilon_{tf}<\varepsilon_b\end{cases} \tag{16}$$

式中：ε_b 为钢纤维混凝土受拉边缘应变，σ_b 为 ε_b 对应的拉应力. 计算应力图形如图 4 所示.



(a) 截面　　(b) 应变　　(c) 内力

图 3　截面应变和内力

Fig. 3　Sectional strains and internal forces

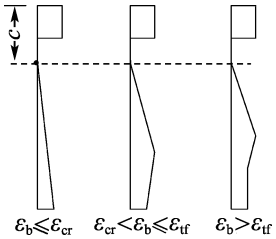


图 4　应力分布

Fig. 4　Stress distribution

3　算例分析

3.1　3 种受拉模型的比较分析

对文献[11]的 9 根钢纤维混凝土梁进行了分析，受拉曲线分别采用双线性、三线性和受拉强化曲线. 试件的截面尺寸为 100 mm×200 mm，剪跨比为 3.75. 其他材料参数，以及试验与分析结果见表 1.

图 5 为分别采用受拉强化曲线、三线性曲线和双线性曲线的剪切破坏荷载计算值 V_p 与试验值 V_t 的比较. 根据 3 条曲线得到的计算与试验值比值的平均值分别为 0.97、0.88 和 0.78. 受拉强化模型是在修正压力场理论中混凝土受拉强化曲线的基础上得到的，能够更充分地考虑钢纤维混凝土的受拉强化效应，其计算结果 3 条曲线中与试验结果吻合最好的，因此建议采用受拉强化曲线.

表 1 试件材料参数及剪切破坏荷载的试验值与计算值比较

Tab. 1 Material properties of specimen and comparison between experimental and analytical shear failure loads

序号	纤维体积含量/%	纤维长径比	混凝土圆柱体抗压强度/MPa	剪切破坏荷载试验值/kN	剪切破坏荷载计算值/kN		
					双线性曲线	三线性曲线	受拉强化曲线
1	0.4	127.70	26.55	46.10	33.98	38.10	42.25
2	0.7	127.70	29.00	47.85	38.03	43.38	44.37
3	1.0	127.70	30.18	50.35	42.72	48.49	47.69
4	0.4	95.75	24.99	41.85	33.74	36.28	41.27
5	0.7	95.75	25.62	45.35	34.93	39.91	43.28
6	1.0	95.75	25.76	46.60	38.10	43.70	44.43
7	0.4	63.83	24.15	41.35	30.24	34.47	42.05
8	0.7	63.83	25.13	42.85	31.20	37.11	43.98
9	1.0	63.83	25.55	46.10	36.49	39.58	45.85

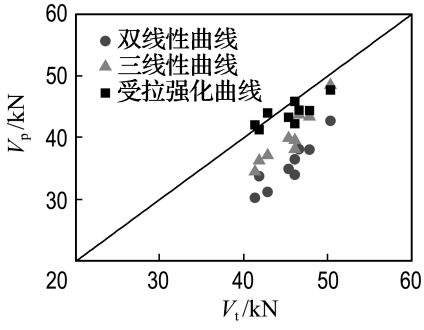


图 5 3 种受拉曲线的分析结果比较

Fig. 5 Comparison of analytical results based on three tensile stress curves

3.2 裂缝处局部应力校核对分析结果的影响

为了考察裂缝局部应力校核对计算结果的影响，采用受拉强化曲线，分别按考虑和不考虑裂缝局部应力控制条件两种情况，对上述试验进行分析. 两种情况的计算值和试验值比较见图 6. 由图可见，考虑裂缝局部应力校核条件能够更好地预测梁的剪切破坏荷载，而不考虑裂缝局部应力条件的计算值偏高. 主要原因是随着剪力的增大，裂缝面剪切摩擦应力减小，箍筋应力到达屈服应力后不再增加，导致裂缝面传递剪力的能力受到限制. 如果考虑裂缝处的应力平衡，单元平均主拉应变会受到裂缝面传递剪力能力的限制而取较小的值(见图 7)，避免了因主拉应力过大而造成的预测结果偏高的情况.

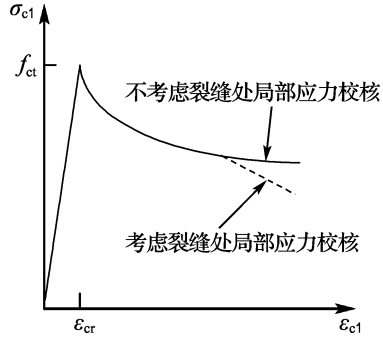


图 7 单元主拉应力计算值

Fig. 7 Calculated element principal tensile stress

3.3 有腹筋钢纤维混凝土梁的受剪破坏分析

为了进一步验证本文方法的有效性，对 44 根有腹筋钢纤维混凝土梁[9]进行了分析，采用受拉强化曲线，并考虑裂缝局部应力校核条件. 由于计算模型中采用了平截面假定，所计算梁的剪跨比均大于 2.0，以避免由小剪跨比带来的拱作用影响. 试件截面高度为 150～560 mm，混凝土圆柱体抗压强度为 18～56 MPa，纤维体积含量为0.4%～2.0%. 图 8 为受剪破坏荷载计算值与试验值比较，计算与

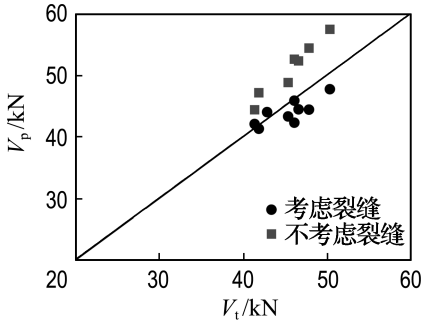


图 6 裂缝对局部应力校核的影响

Fig. 6 Crack effects on local stress check

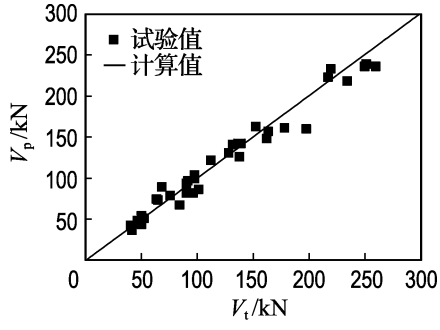


图 8 计算值与试验值比较

Fig. 8 Comparison between analytical and experimental results

试验值比值的平均值为 0.94，二者吻合很好，说明本文方法能够很好地预测钢纤维混凝土梁的抗剪强度.

4　结　论

(1) 受拉强化模型能够很好地描述钢筋和钢纤维对混凝土的开裂受拉强化效应，因此采用该曲线作为钢纤维混凝土的受拉曲线是合适的.

(2) 采用修正压力场理论进行钢纤维混凝土梁的受剪分析时，仍需对裂缝处钢纤维混凝土局部应力进行校核，忽略该条件使计算结果偏高.

(3) 采用本文模型对 44 根剪跨比大于 2.0 的有腹筋钢纤维混凝土梁的抗剪承载力的分析结果与试验值吻合较好，说明本文方法是可行的.

参考文献：

[1] VECCHIO F J, COLLINS M P. Modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear [J]. **ACI Structural Journal**, 1986, **83**(2):219-231

[2] MINELLI F, VECCHIO F J. Compression field modeling of fiber-reinforced concrete members under shear loading [J]. **ACI Structural Journal**, 2006, **103**(2):244-252

[3] TAN K H, MURUGAPPAN K, PARAMASIVAM P. Shear behavior of steel fiber reinforced concrete beams [J]. **ACI Structural Journal**, 1993, **90**(1):3-11

[4] MANSUR M A, ONG K C G. Behavior of reinforced fiber concrete deep beams in shear [J]. **ACI Structural Journal**, 1991, **88**(1):98-105

[5] BENTZ E C, VECCHIO F J, COLLINS M P. Simplified modified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements [J]. **ACI Structural Journal**, 2006, **103**(4):614-624

[6] BISCHOFF P H. Tension stiffening and cracking of steel fiber-reinforced concrete [J]. **Journal of Materials in Civil Engineering**, 2003, **15**(2):174-182

[7] SWAMY R N, AL-T′AAN S A. Deformation and ultimate strength in flexure of reinforced concrete beams made with steel fiber concrete [J]. **Journal of the American Concrete Institute**, 1981, **78**(5):395-405

[8] COLLINS M P, MITCHELL D. **Prestressed Concrete Structures** [M]. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1991

[9] 武玉赞. 基于修正压力场理论的钢纤维混凝土梁抗剪研究 [D]. 大连：大连理工大学，2008

[10] 车　轶，徐东坡，吕和祥. 基于 MCFT 理论的混凝土梁抗剪分析 [J]. 工程抗震与加固改造，2005，**27**(6):31-36

[11] EI-NIEMA E I. Reinforced concrete beams with steel fiber under shear [J]. **ACI Structural Journal**, 1991, **88**(2):178-183

Sectional analysis approach for shear strength of steel fiber reinforced concrete beams

CHE Yi*[1], WU Yu-zan[2], ZHONG Wei-qiu[1]

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. Dalian Branch, The Eleventh Design & Research Institute of IT, Co., Ltd., Dalian 116600, China)

Abstract: Based on modified compression field theory and bending theory of steel fiber reinforced concrete (SFRC) beams, a sectional analysis approach for predicting shear strength of SFRC beams with local stress check at cracks is presented. A tensile stress-strain curve considering tension-stiffening effect is suggested based on the comparative study of the predicted shear strength obtained by three tensile stress-strain curves of SFRC with experimental results. Moreover, the effect of local stress check at cracks on the predicted shear strength is discussed. 44 fiber reinforced concrete beams with shear-to-span ratios more than 2.0 subjected to shear are analyzed and a good correlation between predicted shear strength and experimental results is achieved.

Key words: steel fiber reinforced concrete; shear strength; modified compression field theory