第50卷第6期
2010年11月

大 连 理 工 大 学 学 报
Journal of Dalian University of Technology

Vol. 50, No. 6
Nov. 2010

应用数学

文章编号：1000-8608(2010)06-1047-04

# 多相关保险索赔的矩

黄玉洁[1,2]， 宋立新*[1]， 白晓东[1,3]

（1.大连理工大学 数学科学学院，辽宁 大连 116024；
2.鞍山师范学院 数学系，辽宁 鞍山 114005；
3.包头师范学院 数学系，内蒙古 包头 014030）

**摘要**：提出了一个保险公司具有 $p(p>1)$ 个相关保险业务的风险模型，以研究当索赔率和索赔额随保险公司的状态改变而波动时的折现总索赔.在该假设下，提出了折现总索赔的 L-S 变换微分方程系统.应用微分方程得到了折现总索赔在马尔可夫环境下的一、二阶矩显式表达式.定理结论为进行风险分析提供了理论依据.

**关键词**：矩；相依索赔；L-S 变换；马尔可夫环境

**中图分类号**：O211.67　　**文献标志码**：A

## 0 引 言

在 Delbaen 等[1]、Willmot[2]、Léveillé 等[3]研究折现总索赔基础上，受 Kim 等[4]与 Zhang 等[5]研究模型的启发，研究下述模型的折现总索赔问题：

$$L(t)=\sum_{k=1}^{p}\sum_{n=1}^{N_k(t)}W_{kn}\mathrm{e}^{-\delta s_{kn}};p>1,t\geqslant 0$$

其中 $p$ 为保险业务数量；$W_{kn}$ 表示保险公司的第 $k$ 个保险业务第 $n$ 次的索赔额；$s_{kn}$ 表示保险公司的第 $k$ 个保险业务第 $n$ 次索赔发生的时间；泊松过程 $N_k(t)$ 表示保险公司的第 $k$ 个保险业务在 $(0,t]$ 时间内索赔的次数，不同计数过程相互独立，且 $N_k(t)=\sup\{n\geqslant 0:s_{kn}\leqslant t\}$ $(k=1,2,\cdots,p)$；$\delta$ 为常数净利率；$L(t)$ 为 $(0,t]$ 时间内折现总索赔.文中假设不同种类的保险业务可以相关，索赔额的分布可以相关，而且索赔发生的时间也可以相关，同时 $W_{kn}$ 与 $s_{kn}(k=1,2,\cdots,p;n=1,2,\cdots)$ 不独立.这些假设可以用马尔可夫环境过程来实现.用连续时间过程 $\{J(t);t\geqslant 0\}$ 描述保险公司的环境，若保险公司的环境可分为 $m$ 个状态，也就是说 $J(t)=1,2,\cdots,m$，并假设 $\{J(t);t\geqslant 0\}$ 是马尔可夫过程，用 $\boldsymbol{Q}$ 记 $\{J(t);t\geqslant 0\}$ 的无穷小生成器.用该过程作用于索赔额与索赔率.假设给定 $\{J(t)=i\}$，第 $k$ 个保险业务在 $t$ 时刻的索赔率为 $r_{ki}$.因此，$s_{kn}$ 为在 $t$ 时刻强度为 $r_{kJ(t)}$ 重随机过程对应事件发生的时间[6].索赔增量 $L(t+u)-L(t)$ 为严平稳过程.当给定 $J(t)$ 时，可恢复各变量间的独立性.还假设给定 $J(t)$、$L(t+u)-L(t)$ 与 $L(t)$ 相互独立.在上述假设下，本文应用条件概率与条件期望工具，先得到关于 $W_{kn}$ 的 L-S 变换的一系列命题，进而利用微积分方法得到折现总索赔的一、二阶矩的显式表达式.

## 1 L-S 变换

用 $W_k^{(i)}$ 记第 $k$ 个保险业务在给定 $J(s_{kn})=i$

**收稿日期**：2008-09-14；　**修回日期**：2010-07-28.
**基金项目**：大连理工大学2010年学科交叉前沿科研专题基金资助项目(DUT10JS06)；内蒙古自治区高等学校科学研究资助项目(NJZY07119).
**作者简介**：黄玉洁(1971-)，女，博士，副教授，E-mail：huangyujie426@163.com；宋立新*(1966-)，男，教授，博士生导师，E-mail：lxsong@dlut.edu.cn.

时索赔 $W_{kn}$ 的一般化随机变量. 令

$$f_{ij}(s,t)=E[\mathrm{e}^{-sL(t)}\mathbf{1}_{\{J(t)=j\}}\mid J(0)=i] \tag{1}$$

用 $\boldsymbol{F}(s,t)$ 记由 $(i,j)$ 项为 $f_{ij}(s,t)$ 构成的 $m\times m$ 矩阵. 引入如下记号:

$$\hat{g}_{ki}(s)=E[\mathrm{e}^{-sW_k^{(i)}}]=E[\mathrm{e}^{-sW_{kn}}\mid J(s_{kn})=i]$$

$$g_{ki}=E[W_k^{(i)}]=E[W_{kn}\mid J(s_{kn})=i]$$

$$g_{ki}^{(2)}=E[(W_k^{(i)})^2]=E[W_{kn}^2\mid J(s_{kn})=i];$$

$$k=1,2,\cdots,p,i=1,2,\cdots,m$$

$$\hat{\boldsymbol{G}}_k(s)=\mathbf{diag}\{\hat{g}_{k1}(s),\hat{g}_{k2}(s),\cdots,\hat{g}_{km}(s)\}$$

$$\boldsymbol{G}_k=\mathbf{diag}\{g_{k1},g_{k2},\cdots,g_{km}\}$$

$$\boldsymbol{G}_k^{(2)}=\mathbf{diag}\{g_{k1}^{(2)},g_{k2}^{(2)},\cdots,g_{km}^{(2)}\}$$

$$\boldsymbol{R}_k=\mathbf{diag}\{r_{k1},r_{k2},\cdots,r_{km}\}$$

下面提出几个关于 $\boldsymbol{F}(s,t)$ 的一系列命题.

**命题 1** 对任意的 $s\geqslant 0,t\geqslant 0$ 有

$$\boldsymbol{F}(s,t+u)=\boldsymbol{F}(s,t)\boldsymbol{F}(s\mathrm{e}^{-\delta t},u) \tag{2}$$

**证明** 对任意的 $s\geqslant 0,t\geqslant 0$ 有

$$\begin{aligned}f_{ij}(s,t+u)=&E[\mathrm{e}^{-sL(t+u)}\mathbf{1}_{\{J(t+u)=j\}}\mid J(0)=i]=\\&E[\mathrm{e}^{-sL(t)}E[\mathrm{e}^{-s(L(t+u)-L(t))}\mathbf{1}_{\{J(t+u)=j\}}\mid\\&J(t)]\mid J(0)=i]=\\&E[\mathrm{e}^{-sL(t)}f_{J(t)j}(s\mathrm{e}^{-\delta t},u)\mid J(0)=i]=\\&\sum_{l=1}^{m}f_{il}(s,t)f_{lj}(s\mathrm{e}^{-\delta t},u)\end{aligned}$$

从而有命题成立. □

**命题 2** 对任意的 $s\geqslant 0$,当 $t\to 0_+$ 时有

$$\boldsymbol{F}(s,t)=\boldsymbol{I}+\left(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k(\hat{\boldsymbol{G}}_k(s)-\boldsymbol{I})+\boldsymbol{Q}\right)t+\boldsymbol{o}(t) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{F}(s,0)=\boldsymbol{I} \tag{4}$$

**证明** $N'(t)$ 表示 $(0,t]$ 时间内环境状态转换的次数. 当 $t$ 充分小时,环境状态至多可以转换一次,索赔也至多可发生一次. 那么对任意的 $s\geqslant 0$,有

$$\begin{aligned}f_{ij}(s,t)=&E[\mathrm{e}^{-sL(t)}\mathbf{1}_{\{J(t)=j\}}\mid J(0)=i]=\\&\sum_{k=1}^{p}\Big\{P(N_k(t)=1,\sum_{l-1,l\neq k}^{p}N_l(t)=0,\\&N'(t)=0\mid J(0)=i)E[\mathrm{e}^{-sL(t)}\mathbf{1}_{\{J(t)=j\}}\mid\\&N_k(t)=1,\sum_{l=1,l\neq k}^{p}N_k(t)=0,N'(t)=0,\\&J(0)=i]\Big\}+P\Big(\sum_{k=1}^{p}N_k(t)=0,\\&N'(t)=1\mid J(0)=i\Big)\times\\&E\Big[\mathrm{e}^{-sL(t)}\mathbf{1}_{\{J(t)=j\}}\Big|\sum_{k=1}^{p}N_k(t)=0,\\&N'(t)=1,J(0)=i\Big]+\\&P\Big(\sum_{k=1}^{p}N_k(t)=0,N'(t)=0\mid\\&J(0)=i\Big)E\Big[\mathrm{e}^{-sL(t)}\mathbf{1}_{\{J(t)=j\}}\Big|\\&\sum_{k=1}^{p}N_k(t)=0,N'(t)=0,J(0)=i\Big]+\\&P\Big(\sum_{k=1}^{p}N_k(t)+N'(t)\geqslant 2\mid\\&J(0)=i\Big)\times E\Big[\mathrm{e}^{-sL(t)}\mathbf{1}_{\{J(t)=j\}}\Big|\\&\sum_{k=1}^{p}N_k(t)+N'(t)\geqslant 2,J(0)=i\Big]\end{aligned}$$

上式右端第 1 项等于 $\sum_{k=1}^{p}(r_{ki}t+o(t))\hat{g}_{ki}(s)\mathbf{1}_{\{j=i\}}$;右端第 2 项等于 $q_{ij}t\mathbf{1}_{\{j\neq i\}}+o(t)$;右端第 3 项等于 $\left(1-\left(\sum_{k=1}^{p}r_{ki}-q_{ii}\right)t\right)\mathbf{1}_{\{j=i\}}+o(t)$;右端第 4 项为 $o(t)$. 从而有

$$\begin{aligned}f_{ij}(s,t)=&\Big[\sum_{k=1}^{p}r_{ki}(\hat{g}_{ki}(s)-1)+q_{ii}\Big]t\mathbf{1}_{\{j=i\}}+\\&1+q_{ij}t\mathbf{1}_{\{j\neq i\}}+o(t)\end{aligned}$$

故

$$\boldsymbol{F}(s,t)=\boldsymbol{I}+\left(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k(\hat{\boldsymbol{G}}_k(s)-\boldsymbol{I})+\boldsymbol{Q}\right)t+\boldsymbol{o}(t)$$

当 $t=0$ 时,$f_{ij}(s,0)=E[\mathbf{1}_{\{J(t)=j\}}\mid J(0)=i]=\mathbf{1}_{\{j=i\}}$,即 $\boldsymbol{F}(s,0)=\boldsymbol{I}$.

假设积分和求导可交换次序,有下面的命题成立.

**命题 3** 对 $s\geqslant 0$,$\boldsymbol{F}(s,t)$ 是如下初始值问题的解:

$$\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{F}(s,t)=\boldsymbol{F}(s,t)\Big[\boldsymbol{Q}+\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k(\hat{\boldsymbol{G}}(s\mathrm{e}^{-\delta t})-\boldsymbol{I})\Big];$$

$$t\geqslant 0,\ \boldsymbol{F}(s,0)=\boldsymbol{I} \tag{5}$$

**证明**　对 $s \geqslant 0$，有

$$\boldsymbol{F}(s,t+\Delta t)=\boldsymbol{F}(s,t)\boldsymbol{F}(s\mathrm{e}^{-\delta t},\Delta t)=\boldsymbol{F}(s,t)\Big[\boldsymbol{I}+\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k(\hat{\boldsymbol{G}}(s\mathrm{e}^{-\delta t})-\boldsymbol{I})+\boldsymbol{Q}\Big)\Delta t\Big]+\boldsymbol{o}(t);\Delta t\to 0$$

由偏导数的定义有

$$\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{F}(s,t)=\boldsymbol{F}(s,t)\Big[\boldsymbol{Q}+\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k(\hat{\boldsymbol{G}}(s\mathrm{e}^{-\delta t})-\boldsymbol{I})\Big];\quad t\geqslant 0$$

□

## 2　矩

令 $\boldsymbol{E}(t)$ 为 $m\times m$ 矩阵，其 $(i,j)$ 项为

$$E_{ij}(t)=E[L(t)\mathbf{1}_{\{J(t)=j\}}\mid J(0)=i]$$

且 $\boldsymbol{\mu}(t)$ 为 $m$ 维列向量，其第 $i$ 个分量为 $\mu_i(t)=E[L(t)\mid J(0)=i]$，$\boldsymbol{\mu}(t)=\boldsymbol{E}(t)\boldsymbol{e}_m$，$\boldsymbol{e}_m$ 为 $m$ 个 1 构成的列向量. 假设涉及的混合偏导连续且所求的矩都存在. 下面的定理给出了 $\boldsymbol{E}(t)$ 和 $\boldsymbol{\mu}(t)$ 的显式表达式.

**定理 1**　$\boldsymbol{E}(t)$ 和 $\boldsymbol{\mu}(t)$ 可由下式给出

$$\boldsymbol{E}(t)=\int_0^t \mathrm{e}^{-\delta y}\mathrm{e}^{\boldsymbol{Q}y}\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{G}_k\Big)\mathrm{e}^{\boldsymbol{Q}(t-y)}\,\mathrm{d}y \tag{6}$$

$$\boldsymbol{\mu}(t)=(\delta\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q})^{-1}(\boldsymbol{I}-\mathrm{e}^{-\delta t}\mathrm{e}^{\boldsymbol{Q}t})\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{G}_k\Big)\boldsymbol{e}_m \tag{7}$$

**证明**　令

$$\boldsymbol{M}_n(t)=\frac{\partial^n}{\partial s^n}\boldsymbol{F}(s,t)\Big|_{s=0};\ n=1,2 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{F}(s,t)}{\partial t}=\boldsymbol{F}(s,t)\Big[\boldsymbol{Q}+\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k(\hat{\boldsymbol{G}}_k(s\mathrm{e}^{-\delta t})-\boldsymbol{I})\Big];\quad t\geqslant 0$$

$$\boldsymbol{F}(s,0)=\boldsymbol{I},\ \boldsymbol{M}_1(t)=\frac{\partial \boldsymbol{F}(s,t)}{\partial s}\Big|_{s=0};\ \boldsymbol{M}_1(0)=0$$

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{F}(s,t)}{\partial t\partial s}=\frac{\partial \boldsymbol{F}(s,t)}{\partial s}\Big[\boldsymbol{Q}+\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k(\hat{\boldsymbol{G}}_k(s\mathrm{e}^{-\delta t})-\boldsymbol{I})\Big]-\mathrm{e}^{-\delta t}\boldsymbol{F}(s,t)\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\frac{\partial\hat{\boldsymbol{G}}_k(\tilde{s})}{\partial\tilde{s}}\Big|_{\tilde{s}=s\mathrm{e}^{-\delta t}} \tag{9}$$

令 $s=0$ 得

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{M}_1(t)}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{M}_1(t)\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{F}(0,t)\mathrm{e}^{-\delta t}\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{G}_k\Big)$$

因为 $\boldsymbol{F}(0,t)=\mathrm{e}^{\boldsymbol{Q}t}$，$\boldsymbol{E}(t)=-\boldsymbol{M}_1(t)$，$\boldsymbol{M}_1(0)=0$，所以

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{E}(t)}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{E}(t)\boldsymbol{Q}+\mathrm{e}^{-\delta t}\mathrm{e}^{\boldsymbol{Q}t}\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{G}_k\Big) \tag{10}$$

由式(8)和(9)得

$$\frac{\mathrm{d}[\boldsymbol{E}(t)\mathrm{e}^{-\boldsymbol{Q}t}]}{\mathrm{d}t}=\mathrm{e}^{-\delta t}\mathrm{e}^{\boldsymbol{Q}t}\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{G}_k\Big)\mathrm{e}^{-\boldsymbol{Q}t}$$

$$\boldsymbol{E}(t)=\int_0^t \mathrm{e}^{-\delta y}\mathrm{e}^{\boldsymbol{Q}y}\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{G}_k\Big)\mathrm{e}^{\boldsymbol{Q}(t-y)}\,\mathrm{d}y$$

$$\boldsymbol{\mu}(t)=(\delta\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q})^{-1}(\boldsymbol{I}-\mathrm{e}^{-\delta t}\mathrm{e}^{\boldsymbol{Q}t})\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{G}_k\Big)\boldsymbol{e}_m$$

记 $\mu_i^{(2)}(t)=E[(L(t))^2\mid J(0)=i]$，$\boldsymbol{\mu}^{(2)}(t)=(\mu_1^{(2)}(t)\quad \mu_2^{(2)}(t)\quad\cdots\quad\mu_m^{(2)}(t))^{\mathrm{T}}$. 下面的定理给出了 $\boldsymbol{\mu}^{(2)}(t)$ 的显式表达式.

**定理 2**　对 $t\geqslant 0$，$\boldsymbol{\mu}^{(2)}(t)$ 可由下式给出：

$$\boldsymbol{\mu}^{(2)}(t)=(2\delta\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q})^{-1}(\boldsymbol{I}-\mathrm{e}^{-2\delta t}\mathrm{e}^{\boldsymbol{Q}t})\times\Big[2\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{G}_k\Big)(\delta\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q})^{-1}+\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{G}_k^{(2)}\Big)\Big]\boldsymbol{e}_m-2\mathrm{e}^{-\delta t}\boldsymbol{E}(t)(\delta\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q})^{-1}\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{G}_k\Big)\boldsymbol{e}_m \tag{11}$$

**证明**　由式(8)知

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{F}(s,t)}{\partial t\partial s}=\frac{\partial \boldsymbol{F}(s,t)}{\partial s}\Big[\boldsymbol{Q}+\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k(\hat{\boldsymbol{G}}_k(s\mathrm{e}^{-\delta t})-\boldsymbol{I})\Big]-\mathrm{e}^{-\delta t}\boldsymbol{F}(s,t)\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\frac{\partial\hat{\boldsymbol{G}}_k(\tilde{s})}{\partial\tilde{s}}\Big|_{\tilde{s}=s\mathrm{e}^{-\delta t}}$$

$$\frac{\partial^3 \boldsymbol{F}(s,t)}{\partial t\partial s^2}=\frac{\partial^2 F(s,t)}{\partial s^2}\Big[\boldsymbol{Q}+\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k(\hat{\boldsymbol{G}}_k(s\mathrm{e}^{-\delta t})-\boldsymbol{I})\Big]-2\mathrm{e}^{-\delta t}\frac{\partial \boldsymbol{F}(s,t)}{\partial s}\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\frac{\partial\hat{\boldsymbol{G}}_k(\tilde{s})}{\partial\tilde{s}}\Big|_{\tilde{s}=s\mathrm{e}^{-\delta t}}+\mathrm{e}^{-2\delta t}\boldsymbol{F}(s,t)\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\frac{\partial^2\hat{\boldsymbol{G}}_k(\tilde{s})}{\partial\tilde{s}^2}\Big|_{\tilde{s}=s\mathrm{e}^{-\delta t}} \tag{12}$$

当 $t\geqslant 0$，对式(4)的 $s$ 微分两次，并令 $s\to 0_+$ 得

$$\frac{\partial^3 \boldsymbol{F}(s,t)}{\partial t\partial s^2}\Big|_{s=0}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{M}_2(t)}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{M}_2(t)\boldsymbol{Q}-2\mathrm{e}^{-\delta t}\boldsymbol{M}_1(t)\times\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{G}_k\Big)+\mathrm{e}^{-2\delta t}\boldsymbol{F}(0,t)\times\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{G}_k^{(2)}\Big) \tag{13}$$

因为 $\boldsymbol{F}(0,t)=\mathrm{e}^{\boldsymbol{Q}t}$,$\boldsymbol{M}_2(0)=0$ 且 $\boldsymbol{M}_2(t)\boldsymbol{e}_m=\boldsymbol{\mu}^{(2)}(t)$,$\boldsymbol{M}_1(t)=-\boldsymbol{E}(t)$,所以

$$\frac{\mathrm{d}\,\boldsymbol{\mu}^{(2)}(t)}{\mathrm{d}t}=2\int_0^t \mathrm{e}^{-\delta y}\boldsymbol{E}(y)\mathrm{d}y\cdot\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{G}_k\Big)\boldsymbol{e}_m+\int_0^t \mathrm{e}^{-2\delta y}\mathrm{e}^{\boldsymbol{Q}y}\mathrm{d}y\cdot\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{G}_k^{(2)}\Big)\boldsymbol{e}_m \tag{14}$$

其中

$$\int_0^t \mathrm{e}^{-\delta y}\boldsymbol{E}(y)\mathrm{d}y=(2\delta\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q})^{-1}(\boldsymbol{I}-\mathrm{e}^{-2\delta t}\mathrm{e}^{\boldsymbol{Q}t})\times\Big(\sum_{k=1}^{p}\boldsymbol{R}_k\boldsymbol{G}_k\Big)(\delta\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q})^{-1}-\mathrm{e}^{-\delta t}\boldsymbol{E}(t)(\delta\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q})^{-1}$$

代入式(14)整理即得定理结论. □

## 3 结 语

本文研究了一个保险公司具有多个相关保险业务的风险模型的一、二阶矩的显式表达式.这些结论在保险实务有关风险定价问题方面有重要价值,同时这些结论也是对保险学理论研究的完善.

## 参考文献:


[1] DELBAEN F, HAEZENDONCK J. Classical risk theory in an economic environment [J]. **Insurance: Mathematics and Economics**, 1987, **6**(2): 85-116

[2] WILLMOT G E. The total claims distribution under inflationary conditions [J]. **Scandinavian Actuarial Journal**, 1989(1): 1-12

[3] LÉVEILLÉ G, GARRIDO J. Moments of compound renewal sums with discounted claims [J]. **Insurance: Mathematics and Economics**, 2001, **28**(2): 217-231

[4] KIM B, KIM Hwa-sung. Moments of claims in a Markovian environment [J]. **Insurance: Mathematics and Economics**, 2007, **40**(3): 485-497

[5] ZHANG Z Q, YUEN K C, LI W K. A time-series risk model with constant interest for dependent classes of business [J]. **Insurance: Mathematics and Economics**, 2007, **41**(1): 32-40

[6] DALEY D J, VERE-JONES D. **An Introduction to the Theory of Point Processes** [M]. 2nd ed. Berlin: Springer, 2003


# Moments of claims for dependent classes of insurance business


HUANG Yu-jie[1,2], SONG Li-xin[*1], BAI Xiao-dong[1,3]

( 1. School of Mathematical Sciences, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. Department of Mathematics, Anshan Normal University, Anshan 114005, China;
3. Department of Mathematics, Baotou Normal College, Baotou 014030, China )



**Abstract**: A risk model is proposed for an insurance company with $p(p>1)$ dependent classes of insurance business. The purpose is to consider the discounted aggregate claims when the claim rates and sizes fluctuate according to the state of the insurance company. A system of differential equations for the Laplace-Stieltjes (L-S) transform of the discounted aggregate claims is provided under this assumption. Using the differential equations, the explicit expressions are obtained for the first and the second moments of the discounted aggregate claims in a Markovian environment. Theorem provides a theoretical basis for risk analysis.



**Key words**: moments; dependent claims; L-S transform; Markovian environment