

基于改进灰色模型的能源消费预测研究

穆海林^{*1}, 王文超¹, 宁亚东¹, 李刚²

(1. 大连理工大学 能源与动力学院, 辽宁 大连 116024;

2. 东北大学秦皇岛分校 经济系, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 为提高灰色模型的预测精度,在一次累加生成序列呈指数增长趋势的前提下,利用预估-校正技术对灰色模型的背景值进行了改进.数值实验表明,改进模型有效地改善了模型的预测精度,并拓展了模型的适用范围.最后,结合等维递补技术,利用提出的改进模型,对到2015年中国能源消费需求进行了预测.预测结果表明,到2010年和2015年,中国能源需求总量将高达31.9和36.3亿吨标准煤,这将为我国能源供应安全带来巨大挑战.

关键词: 预估-校正技术;背景值;灰色模型;能源消费

中图分类号: N941.5; O21 **文献标志码:** A

0 引言

灰色系统理论是研究灰色系统分析、建模、预测、决策和控制的理论.自1982年邓聚龙^[1]提出灰色模型以来,其在许多领域,尤其在显著不确定性和缺乏数据信息的领域得到了成功的应用^[2~5],同时也有预测偏差过大和适用范围受限等问题,这说明GM(1,1)的建模方法有待进一步改善.为此,许多学者做了大量的工作,这些研究工作主要包括以下三方面:(1)对建模数据进行预处理^[1,6,7];(2)利用优化方法改善模型的待辨识参数^[8~10];(3)改善模型的背景值^[11~13].

李俊峰等为了改善传统GM(1,1),在文献[13]中用Newton插值法构造背景值的插值函数,然后采用Newton-Cotes公式重构背景值. Newton插值法的实质是构造多项式插值函数,但高阶多项式插值函数会出现数值不稳定现象^[14].为此,本文利用预估-校正技术,根据一次累加生成序列呈指数增长的特点构造新的插值函数,从而改善GM(1,1)的背景值.其主要思想是首先利用无偏灰色模型理论^[15],预估模型待辨识参数 a 和 b ;然后利用预估的参数构造插值函数,采用Cotes公式重新计算背景值,并最终估计模

型的待辨识参数 a 和 b ;最后结合等维递补技术^[4,16],利用本文提出的模型对到2015年的中国能源需求进行预测.

1 传统GM(1,1)的建模方法

非负原始数据序列 $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$,其一次累加生成序列为

$$X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\}$$

其中 $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i); k = 1, 2, \dots, n$.

由累加生成序列 $X^{(1)}$ 建立GM(1,1),对应白化微分方程为如下初值问题:

$$\begin{cases} \frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = b \\ x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1) \end{cases} \quad (1)$$

其中 a 和 b 为待辨识参数,也称 a 为GM(1,1)的发展系数.方程(1)的连续时间响应函数为

$$\hat{x}^{(1)}(t) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-a(t-1)} + \frac{b}{a} \quad (2)$$

在区间 $[k-1, k]$ 对方程(1)两边进行积分,则得

$$x^{(0)}(k+1) + a \int_{k-1}^k x^{(1)}(t) dt = b \quad (3)$$

$Z^{(1)}(k) = \int_{k-1}^k x^{(1)}(t)dt (k = 2, 3, \cdots, n)$ 称为 GM(1,1) 的背景值. 则待辨识参数 a 和 b 的最小二乘解, 即 a 和 b 的估计值 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$ 为

$$(\hat{a} \quad \hat{b})^T = (B^T B)^{-1} B^T Y \tag{4}$$

其中 $Y = (x^{(0)}(2) \quad x^{(0)}(3) \quad \cdots \quad x^{(0)}(n))^T$, $B = \begin{pmatrix} -Z^{(1)}(2) & -Z^{(1)}(3) & \cdots & -Z^{(1)}(n) \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix}^T$.

把估计值 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$ 代入式(2)并还原到原始数据, 可得 GM(1,1) 的动态预测模型:

$$\begin{aligned} \hat{x}^{(0)}(k+1) &= \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) = \\ &= (1 - e^{\hat{a}}) \left(x^{(0)}(1) - \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \right) e^{-\hat{a}k}; \\ &k = 1, 2, \cdots, n \end{aligned} \tag{5}$$

可见 GM(1,1) 预测模型的关键问题是估计参数 a 和 b . 在模型及初值不变的情况下, 参数 a 和 b 的估计取决于背景值的计算精度, 因此, 减小 $\int_{k-1}^k x^{(1)}(t)dt$ 的计算误差, 能够改善 GM(1,1) 的拟合精度和预测精度^[10~12].

2 背景值的改进

在传统 GM(1,1) 中, 背景值 $\int_{k-1}^k x^{(1)}(t)dt$ 的计算方法是采用数值积分中的梯形公式, 即 $Z^{(1)}(k) = \int_{k-1}^k x^{(1)}(t)dt = \frac{1}{2}(x^{(1)}(k-1) + x^{(1)}(k))$. 但梯形公式的计算误差较大, 精度比较低, 从而导致模型预测的偏差较大^[11, 12]. 在数值积分理论中, 常用的数值积分公式为 Newton-Cotes 型求积公式, 但在节点个数 $n \geq 8$ 时, Newton-Cotes 型求积公式的系数会出现不同的符号, 同时可以证明当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\sum_{i=0}^n |C_i| (C_i$ 为 Newton-Cotes 型求积公式的积分系数) 是无界的, 这就给实际计算带来数值不稳定的结果. 因此, 在实际计算时, 一般选用 $n \leq 7$ 的数值积分公式. 此外, 由于 Newton-Cotes 型求积公式会受插值多项式次数的影响, 实际应用中多采用 $n = 1, 2, 4$ 的二点、三点和五点插值型求积公式, 即梯形公式、Simpson 公式、Cotes 公式. 为使求积公式尽可能具有较高的代数精度, 又能减小 $\int_{k-1}^k x^{(1)}(t)dt$ 的数值积分误差, 本文采用五点插值 Newton-Cotes 型求积公式(Cotes 公式)^[15], 即

$$\begin{aligned} Z^{(1)}(k) &= \frac{1}{90} \left[7x^{(1)}(k-1) + 32x^{(1)}\left(k-1 + \frac{1}{4}\right) + 12x^{(1)}\left(k-1 + \frac{1}{2}\right) + \right. \\ &\quad \left. 32x^{(1)}\left(k-1 + \frac{3}{4}\right) + 7x^{(1)}(k) \right] \end{aligned} \tag{6}$$

在利用式(6)计算背景值时, 需知道 $x^{(1)}(t)$ 在开区间 $(k-1, k)$ 中的另外 3 个点的值. 但原始数据中并没有这些数据, 一般采用 n 次插值多项式来获取. 如上所述, 当 n 较大时, 由于高次插值多项式的不稳定性, 计算近似值时, 数值稳定性没有保障, 其舍入误差的积累可能很大. 为了避免这些问题的出现, 并充分利用灰色建模的信息, 本文借助文献[14]中的无偏灰色模型理论得出预估函数 $x^{(1)}(t)$, 然后利用 $x^{(1)}(t)$ 获得式(6)中所需的插值, 构造模型背景值并改善其计算误差.

无偏灰色模型理论^[14]认为传统 GM(1,1) 是有偏差的指数模型, 在构建灰色模型时需要考虑一次累加生成序列呈指数增长的前提条件, 即假定一次累加生成序列 $X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \cdots, x^{(1)}(n)\}$ 为指数序列. 为此, 设 $x^{(0)}(k) = \beta e^{ak}$, 则 $x^{(0)}(k)$ 的一次累加生成序列为

$$x^{(1)}(k) = \beta \frac{e^{ak} - 1}{e^a - 1}; \quad k = 1, 2, \cdots, n \tag{7}$$

根据传统 GM(1,1) 建模理论, 由式(7)中数据序列所构建的传统 GM(1,1) 的待辨识参数 a 和 b 的最小二乘解为(详细推导见文献[14])

$$\hat{a} = \frac{2(1 - e^a)}{1 + e^a}, \quad \hat{b} = \frac{2\beta}{1 + e^a} \tag{8}$$

由式(8)可得

$$\alpha = \ln\left(\frac{2 - \hat{a}}{2 + \hat{a}}\right), \quad \beta = \frac{2\hat{b}}{2 + \hat{a}} \tag{9}$$

其中 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$ 为传统 GM(1,1) 的参数 a 和 b 的预估. 即用传统 GM(1,1) 的参数 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$ 表示原始数据序列的参数 α 和 β . 把参数 α 和 β 代入式(7)可得一次累加生成序列的动态预测模型:

$$\tilde{x}^{(1)}(t) = \beta \frac{e^{\alpha t} - 1}{e^{\alpha} - 1} \tag{10}$$

本文将利用式(4)、(9)及(10)预估出背景值的插值函数, 然后用式(6)计算出改进的背景值, 然后再根据式(4)得到校正后的待辨识参数.

3 改进的灰色预测模型计算步骤及数值实验

综上所述, 利用预估-校正技术改进的灰色预

测模型的计算步骤如下：

- (1)利用传统灰色模型 GM(1,1)计算待辨识参数的预估值 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$ ；
 - (2)结合无偏灰色模型理论,把 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$ 代入式(9)得到 α 和 β ,并结合式(6)、(10) 求出改进的背景值；
 - (3)把改进的背景值代入式(4) 计算出校正后的参数估计值 $\hat{\hat{a}}$ 和 $\hat{\hat{b}}$ ；
 - (4)根据式(5)得到还原后原始数据的模拟结果.
- 由文献[16、17]可知,当发展系数 a 的绝对值小于 2 时,传统模型 GM(1,1)才有意义. 为了考

察本文模型的模拟及预测精度和适用范围,分别对发展系数 $a=0.1,0.5,1.0,1.5,2.0,2.5,3.0$ 的 7 种情形进行模拟分析,分别记传统 GM(1,1)、文献[13]的模型、本文模型为 GM、GM_N、GM_PC. 为了充分反映灰色模型的理论假设以及便于比较,本文采用文献中广泛使用的仿真系统 $x^{(0)} = e^{-ak}$ 为例分别对上述发展系数进行模拟分析^[1、8、9、14]. 对上述每个 a ,取 $n = 7$,即取 $\{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \cdots, x^{(0)}(7)\}$ 为原始建模数据序列,其中前 5 个数据用于建立模型以便估计模型参数,而后 2 个数据用于对所建立的模型进行后验检验. 表 1 给出了上述 3 个模型在不同发展系数 a 下的模拟及预测精度比较.

表 1 3 种模型的数值结果比较
Tab. 1 Comparisons of numerical results of three models

a	GM		GM_N		GM_PC	
	平均相对 误差/%	1、2 步预测 相对误差/%	平均相对 误差/%	1、2 步预测 相对误差/%	平均相对 误差/%	1、2 步预测 相对误差/%
0.1	0.079 96	0.120 74 0.129 06	7.76×10^{-6}	2.17×10^{-5} 3.14×10^{-5}	4.98×10^{-11}	6.97×10^{-11} 7.96×10^{-11}
0.5	3.230 02	6.450 95 7.396 84	0.046 89	0.013 79 0.042 73	1.29×10^{-6}	2.61×10^{-6} 3.02×10^{-6}
1.0	16.609 90	34.669 95 39.436 86	5.145 35	4.299 41 3.460 20	0.000 12	0.000 28 0.000 33
1.5	36.903 40	— —	—	— —	0.001 83	0.004 34 0.005 16
2.0	—	— —	—	— —	0.012 39	0.030 06 0.035 89
2.5	—	— —	—	— —	0.053 84	0.132 24 0.158 21
3.0	—	— —	—	— —	0.175 68	0.434 31 0.520 05

注：“—”表示误差(相对误差) $>50\%$ ；平均相对误差 $= \left[\sum_{k=1}^5 |x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)| / x^{(0)}(k) \right] / 5 \times 100\%$ ；

第 1 步预测相对误差 $= |x^{(0)}(6) - \hat{x}^{(0)}(6)| / x^{(0)}(6) \times 100\%$

表 1 的结果表明,本文模型显著地改善了模型的模拟精度,并拓宽了模型的适用范围. 即使在 $|a| \geq 2$ 时,模型也具有较高的模拟精度. GM_N 模型在数据变化幅度比较明显时,Newton 插值会出现数值不稳定情形,因而和经典灰色模型一样,在 $|a| \geq 2$ 时就不再适用. 这也说明,在建立灰色预测模型时,充分考虑一次累加生成序列呈指数增长的信息改善背景值,能较好地提高模型的预测精度.

4 改进灰色模型在能源消费预测中的应用

能源是国民经济发展和人民生活水平提高的重要物质基础. 能源消费需求受多种因素的影响,合理预测未来能源消费需求,为能源规划及政策的制定提供科学的依据,对于保持我国国民经济健康、稳定发展具有重要的意义. 把能源需求看作一个灰色系统,在该系统的发展过程中,随着时间的推移,将会有一些不可预知因素进入系统,使系

统的发展受其影响. 灰色系统模型, 包括本文的改进模型, 比较适用于短期预测. 因此, 在实际应用中, 需要考虑新信息, 淡化旧信息, 将新信息置入建模数据中, 建立新信息模型, 进而提高中长期预测的准确度. 具体地讲, 等维递补, 即等维新息处理是指用所建立的灰色模型预测一个值并将其补充到已知数列后同时去掉最老的一个数据, 保持数列等维, 重新建立灰色模型, 预测下一个值, 将结果补充到原数列之后, 再去掉最老的一个数据,

这样依次递补, 逐个预测, 直到完成预测目标或达到一定精度要求为止. 为此, 首先以 1997~2005 年能源消费总量^[18] 为建模数据建立上述 3 个模型, 并对 2006~2007 年能源需求数据进行检验, 对这 3 个模型进行比较, 数值实验结果如表 2 所示. 然后, 以 1997~2005 年的能源消费数据建立模型, 并对数据进行等维新息处理, 利用改进灰色模型的最新预测结果不断更新建模用的原始数据, 对直到 2015 年的能源需求进行预测, 结果如图 1 所示.

表 2 3 个模型能源需求模拟结果比较
Tab. 2 Comparison of energy demand simulation results of three models

年份	能源消费/ 10^8 t	GM		GM_N		GM_PC	
		预测值/ 10^8 t	相对误差/%	预测值/ 10^8 t	相对误差/%	预测值/ 10^8 t	相对误差/%
1997	13.78	13.78	0	13.78	0	13.78	0
1998	13.22	11.78	10.89	11.78	10.87	12.16	8.01
1999	13.38	12.84	4.06	12.84	4.04	13.26	0.93
2000	13.86	13.99	0.98	14.00	1.03	14.45	4.32
2001	14.32	15.25	6.47	15.26	6.54	15.76	10.03
2002	15.18	16.61	9.45	16.63	9.53	17.18	13.15
2003	17.50	18.10	3.46	18.12	3.56	18.72	7.00
2004	20.32	19.73	2.92	19.75	2.81	20.41	0.44
2005	22.47	21.50	4.34	21.53	4.19	22.25	0.97
2006	24.63	23.43	4.87	23.46	4.73	24.26	1.51
2007	26.56	25.53	3.88	25.57	3.71	26.44	0.44
平均相对误差			4.73		4.72		4.97
平均预测相对误差			4.37		4.22		0.97

注: 平均相对误差 = $\left(\sum_{k=1}^9 |x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)| / x^{(0)}(k) \right) / 9 \times 100\%$;

平均预测相对误差 = $\left(\sum_{k=10}^{11} |x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)| / x^{(0)}(k) \right) / 2 \times 100\%$

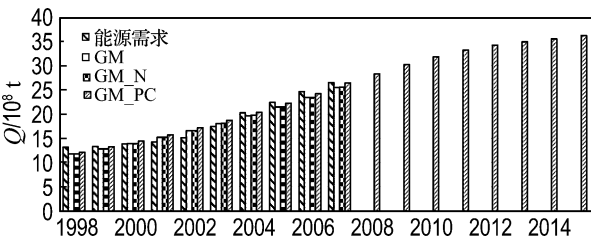


图 1 能源需求预测比较

Fig. 1 Comparison of energy demand prediction

由表 2 可以看出, 在能源需求预测应用中, 上述 3 个模型都具有较好的预测能力. 尽管本文模型的平均相对误差比前两个模型稍大, 但对 2006、2007 年的能源需求预测比前两个模型有显著的改善, 说明本文模型可以用于能源消费需求预测. 根据本文改进模型的结果, 预计在 2010 和 2015 年能源需求将分别达 31.9 和 36.3 亿吨标

准煤(见图 1). 考虑到我国主要一次能源为煤炭, 且未来几年内不会有明显改观, 在消费大量能源的同时也将为环境安全带来巨大压力. 因此为保障能源供给安全和缓解环境压力, 尽早实现国家低碳经济的发展目标, 相关部门应加强节能管理, 提高能源利用效率以及加大新能源使用技术的研发力度.

5 结 语

本文根据灰色建模理论假设一次累加生成序列具有指数增长的性质, 利用预估-校正技术, 结合无偏灰色模型理论和 Newton-Cotes 型积分公式, 对灰色模型背景值进行了改进. 数值实验表明, 本文的模型不仅具有较高的精度, 而且还拓展了灰色模型的适用范围. 利用本文改进的模型对

1997~2007年中国能源消费数据进行模拟和检验的结果表明,本文模型适合于对中国能源需求进行短期预测.结合等维递补技术,利用本文提出的模型,对中国能源需求进行了中短期预测.结果表明,到2010和2015年,中国能源需求将分别达31.9和36.3亿吨标准煤,这势必为我国能源供应安全提出前所未有的挑战.

参考文献:

- [1] 邓聚龙. 灰色系统理论教程[M]. 武汉:华中科技大学出版社, 1992
- [2] 王英, 刘思峰. 基于灰色理论的我国对外直接投资规模预测[J]. 统计与决策, 2008, **24**(13):79-81
- [3] MU Hai-lin, DONG Xu-hui, SAKAMOTO K, *et al.* Improved gray forecast models on China's energy consumption and CO₂ emission [J]. *Journal of Desert Research*, 2002, **22**(3):258-265
- [4] MU Hai-lin, TONOOKA Y, SAKAMOTO K, *et al.* Development of gray system model on energy consumption and emissions of air pollutants and GHGs in China (I): An emission model of SO₂, NO_x and CO₂ [J]. *Journal of the Japan Institute of Energy*, 2002, **81**(8):738-753
- [5] 刘险峰, 邹积岩. 基于灰色理论的蓄电池容量预测[J]. 大连理工大学学报, 2005, **45**(5):630-632
(LIU Xian-feng, ZOU Ji-yan. An ALE free surface tracking and mesh generation scheme for injection molding process [J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2005, **45**(5):630-632)
- [6] 王淑华, 魏勇. 改进的灰色预测模型的应用[J]. 西华师范大学学报, 2008, **29**(6):157-160
- [7] 谢乃明, 刘思峰. 离散灰色模型的仿射特性研究[J]. 控制与决策, 2008, **23**(2):200-203
- [8] 罗党, 刘思峰, 党耀国. 灰色模型 GM(1,1) 优化[J]. 中国工程科学, 2003, **5**(8):14-17
- [9] 张怡, 魏勇, 熊常伟. 灰色模型 GM(1,1) 的一种新优化方法[J]. 系统工程理论与实践, 2007, **27**(4):240-245
- [10] 王义闹, 刘开第, 李应川. 优化灰导数白化值的 GM(1,1) 建模法[J]. 系统工程理论与实践, 2001, **21**(5):124-128
- [11] 谭冠军. GM(1,1) 模型的背景值构造方法和应用(I)[J]. 系统工程理论与实践, 2000, **20**(4):98-103
- [12] 谭冠军. GM(1,1) 模型的背景值构造方法和应用(II)[J]. 系统工程理论与实践, 2000, **20**(5):125-127
- [13] 李俊峰, 戴文战. 基于插值和 Newton-Cotes 公式的 GM(1,1) 模型的背景值构造新方法与应用[J]. 系统工程理论与实践, 2004, **24**(10):122-126
- [14] 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析[M]. 北京:清华大学出版社, 2001
- [15] 吉培荣, 黄巍松, 胡翔勇. 无偏灰色预测模型[J]. 系统工程与电子技术, 2000, **22**(6):6-7
- [16] 刘思峰, 郭天榜, 党耀国, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京:科学出版社, 1999
- [17] 刘思峰, 邓聚龙. GM(1,1) 适用范围[J]. 系统工程理论与实践, 2000, **20**(5):121-124
- [18] 国家统计局. 中国统计年鉴 2008[M]. 北京:中国统计出版社, 2008

Study of energy consumption prediction based on improved grey model

MU Hai-lin^{*1}, WANG Wen-chao¹, NING Ya-dong¹, LI Gang²

(1. School of Energy and Power Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. Department of Economics, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: Based on the premise of the first-order cumulated generating series with the character of exponential growth, the background value of grey model is improved by the predictor-correcting technique to enhance the prediction precision of grey model. The numerical experimental results show that the precision and adaptability of the grey model are improved effectively. Finally, energy demand is predicted up to 2015 using the improved model coupling with the equal dimension rolling mechanism. The forecasting result indicates that energy demand will reach up to 3.19 billion tons of coal equivalent (BTCE) in 2010 and 3.63 BTCE in 2015, respectively, and it will present the huge challenge in terms of the safety of energy supply.

Key words: predictor-correcting technique; background value; grey model; energy consumption