

水浊度和提热量对太阳池盐梯度层稳定性综合影响

王 华^{*1,2}, 孟凡茂², 孙文策¹, 邹家宁³

(1. 大连理工大学 能源与动力学院, 辽宁 大连 116024;

2. 河南理工大学 机械与动力工程学院, 河南 焦作 454000;

3. 河南理工大学 现代教育中心, 河南 焦作 454000)

摘要: 研究了太阳池非对流层在温度梯度作用下的重力稳定性问题. 考虑了池水对于太阳辐射的吸收, 并假设边界上一定的热通量为导热微分方程的边界条件, 基于控制方程的弱解形式采用 Galerkin 方法得到对流开始发生的临界条件. 给出了池水的浊度(消光系数)和提热量 f 对于非对流层(也叫梯度层)稳定性的影响. 结果表明, 临界稳定值 Ra^c 受水体浊度的影响很小, 当浊度变大后, Ra^c 略有下降; 考虑提热量 f 和浊度的综合影响, 当 f 为 0.65~0.70 时, 池水浊度对梯度层稳定性的影响最小; 当 f 小于此范围时, 随着梯度层内浊度的增大, Ra^c 增大, 系统趋向稳定; 当 f 大于此范围时, 随着梯度层浊度的增大, Ra^c 减小, 系统趋向于不稳定.

关键词: 太阳池; 盐梯度层; 线性稳定性; 浊度

中图分类号: TK512.4 **文献标志码:** A

0 引 言

盐梯度太阳池由上、下对流层和位于中间的非对流层组成. 在非对流层(NCZ, 又称为梯度层), 密度随深度增加而增加, 反方向温度梯度产生的浮升力会使密度梯度减弱. 下对流层(LCZ)是具有均一密度的储热层. 如果忽略水平方向上的热损失, 下对流层的热量仅以热传导的方式通过 NCZ 损失掉, 所以 NCZ 相当于一个透明的隔热层.

太阳池是一个方便有效地长期储存太阳能的热利用系统. 梯度层(NCZ)将太阳池底部的热盐水与上面的冷淡水分离开, 该层阻止收集到的太阳能向上层的热损失. 盐梯度太阳池是一个典型的双扩散系统. 如果 NCZ 的密度梯度大于温度梯度引起的反方向密度梯度, 那么系统处于稳定的无对流状态, 即单纯的导热状态; 反之, 双扩散系统将不稳定并导致对流发生. 因此, 太阳池梯度层的局部热盐通量之比很重要. 所以有关 NCZ 的稳定性标准都是关于盐扩散率和热扩散率之比的不

同形式的表达式^[1~4]. 这些标准都是由分析方法推导出的简单表达式. 许多研究者对于考虑或者不考虑底部热通量的热盐双扩散系统稳定性作了研究^[5~7]. 这些研究考虑了温度和盐度随深度呈线性变化、强制性边界条件以及底部热源的热通量为常数的情况. 在这些研究中, 关于系统稳定性的常微分方程的解根据一系列未知系数确定. 实际上太阳池内的温度和盐度很少呈线性分布, 强制边界条件也不足以表达其边界上状况^[8]. 太阳池盐梯度层的稳定性问题是一个典型的非线性分岔问题. 对于非线性常微分方程组, 有两种方法得到稳定性, 一种是在方程组中忽略二阶项, 采用 Routh-Hurwitz 准则确定系统零解的稳定性, 这种方法被叫做线性稳定性分析方法; 另一种就是采用数值方法的非线性分析方法, 这是因为非线性震荡解不能够采用线性的方法得到. 文献[8、9]研究了 NCZ 层中的二维热盐扩散的线性稳定性. 他们在研究中将 NCZ 看成是一个狭窄层或者无限扩展层. 文献[8]提出了一个简单的数学方法解决梯

度层问题,即采用 Galerkin 方法得到弱解方程的近似解,临界状态是关于 Ra 和 Ra_s 的表达式.

本文基于 Giestas 等^[8,9]提出的数学公式,但不局限于其分析方法,讨论系统从静止无对流到不稳定状态的转变条件,并研究池水的清澈情况与提热量对梯度层稳定性的影响.

1 控制方程的线性化

为了进行动力稳定性分析,将控制方程转化成 Galerkin 形式的弱解方程. 首先将非线性常微分方程组进行线性化处理,描述不同盐瑞利数 Ra_s 条件下的临界稳定性条件 Ra^c 对于提热量 f 、消光系数 μ 的依赖关系, μ 是被测溶液对光的吸收率的大小,溶液越浑浊,消光系数越大,对光的吸收率越大,而光的透射率越小. 在二维稳定性研究中,将 NCZ 看成是具有上下自由表面的长方体形厚平板,上下两侧具有固定的盐浓度. 控制方程如下:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_m \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \mu \Delta \mathbf{v} - \rho_m [1 - \alpha(T - T_1) + \beta(S_1 - S_0)] g \mathbf{k} \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T = k_T \nabla^2 T + \frac{\dot{q}}{\rho c_p} \quad (3)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) S = D \Delta S \quad (4)$$

以上的方程(1)~(4)分别是连续方程、动量方程以及热和盐扩散方程. 其中 \mathbf{v} 是速度矢量; α 、 β 分别是热和盐膨胀系数,单位分别是 K^{-1} 、 $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$; k_T 为热扩散系数, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; t 为时间, s ; T 和 S 分别是温度和盐度,单位分别为 K 、 $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; D 为盐扩散系数, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

在下界面上考虑传热通量和上表面上的对流量. 边界条件如下:

$$S|_{z=0} = S_0; \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{\dot{q}}{k}, z = 0 \quad (5)$$

$$S|_{z=1} = S_1; \frac{\partial u}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{h_d [T(d) - T_\infty]}{k}, z = d \quad (6)$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \mathbf{v} = \mathbf{0}; x = 0 \text{ 或 } x = \lambda \quad (7)$$

式中: k 为梯度层导热系数, $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \text{K}^{-1}$; h_d 为梯度层上边界与上对流层之间对流换热系数, $\text{W} \cdot$

$\text{m}^{-2} \text{K}^{-1}$, d 为 NCZ 厚度,自 NCZ 下边界算起到上边界的厚度. 为了得到量纲一化方程,在流函数、温度和盐度项中加入扰动项, (ψ, T, S) 代表扰动项和静态项的总和. 所以可以写成

$$(\psi, T, S)(x, z, t) = (\psi, T, S)(x, z, t) + (\psi_s, T_s, S_s) \quad (8)$$

静态项 (ψ_s, T_s, S_s) 可以在上述控制方程中根据 $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ 和去掉时间项 t 得到. 从而量纲一化控制方程可以写成

$$\left(\frac{1}{Pr} \frac{\partial}{\partial \hat{t}} - \widehat{\nabla}^2 \right) \widehat{\nabla}^2 \hat{\psi} = -Ra \frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{x}} + Ra_s \frac{\partial \hat{S}}{\partial \hat{x}} + \frac{1}{Pr} J(\hat{\psi}, \widehat{\nabla}^2 \hat{\psi}) \quad (9)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial \hat{t}} - \widehat{\nabla}^2 \right) \hat{T} = J(\hat{\psi}, \hat{T}) - \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{x}} \hat{a}(e^{\hat{z}} - f) \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial \hat{t}} - \tau \widehat{\nabla}^2 \right) \hat{S} + \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \hat{x}} = J(\hat{\psi}, \hat{S}) \quad (11)$$

式中: Pr 是 Prandtl 常数; τ 为反 Schmidt 数, $\tau = k_s/k_T$; 上标“ $\hat{\cdot}$ ”表示量纲一化量,下文为了简化,去掉上标“ $\hat{\cdot}$ ”; Ra 和 Ra_s 分别是热和盐瑞利数:

$$Ra = \frac{g \alpha \Delta T d^3}{k_T \nu}; Ra_s = \frac{g \beta \Delta S d^3}{k_T \nu} \quad (12)$$

其中 ν 表示运动黏度, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. 在区域 $\{0 < x < \lambda; 0 < z < 1\}$ 内的边界条件为

$$\psi = 0, \partial^2 \psi / \partial z^2 = 0, S = 0, \partial T / \partial z = 0; z = 0 \quad (13)$$

$$\psi = 0, \partial^2 \psi / \partial z^2 = 0, S = 0, \partial T / \partial z = -(h_d d / k) T; z = 1 \quad (14)$$

$$\psi = 0, \partial^2 \psi / \partial x^2 = 0, \partial T / \partial x = 0, \partial S / \partial x = 0; x = 0 \text{ 或 } x = \lambda \quad (15)$$

加权剩余 Galerkin 方法组成试验多项式,假设待求变量等于以下多项式并且采用最小限度表示法,则有

$$T = a_1(t)z(1-z) + a_2(t)z(1-z)\cos(2\pi x/\lambda) \quad (16)$$

$$S = b_1(t)z(1-z) + b_2(t)z(1-z)\cos(2\pi x/\lambda) \quad (17)$$

$$\psi = c_1(t)z^2(1-z)\sin(2\pi x/\lambda) \quad (18)$$

其中 $a_1(t)$ 、 $a_2(t)$ 、 $b_1(t)$ 、 $b_2(t)$ 、 $c_1(t)$ 都是时间 t 的未知函数,以下简写成 a_1 、 a_2 等,且这些函数形式都能够满足边界条件. λ 是 x 方向上的特征长度. 将式(13)~(18)代入式(9)~(11)得到以下非

线性常微分方程组:

$$\begin{cases} \dot{a}_1 = -10a_1 + \frac{\pi}{14\lambda}c_1a_2 \\ \dot{a}_2 = -\frac{2}{\lambda}L_2a_2 - \frac{\pi}{\lambda}\left(A + \frac{1}{7}a_1\right)c_1 \\ \dot{b}_1 = -10\tau b_1 + \frac{\pi}{14\lambda}c_1b_2 \\ \dot{b}_2 = -\frac{2}{\lambda}\tau L_2b_2 - \frac{\pi}{\lambda}c_1\left(1 + \frac{1}{7}b_1\right)c_1 \\ \dot{c}_1 = -2PrL_1L_3c_1 - \frac{7}{4}PrL_1\pi\lambda(Ra a_2 - Ra_s b_2) \end{cases} \quad (19)$$

式中:上标“·”表示时间的导数; L_1 、 L_2 、 L_3 是周期 λ 的函数; A 是消光系数 μ 和提热量 f 的函数.关于 L_1 、 L_2 、 L_3 和 A ,以及下文提到的 D_i 、 E 等参数的表达式比较繁琐,文中未给出.与洛仑兹系统相似,以上方程组虽然表面简洁,但是具有极其复杂和有趣的动力学行为.下面主要讨论该非线性系统的稳定性.

2 线性稳定性分析

2.1 渐进稳定性

针对非线性常微分方程组(19)的稳定性分析十分困难,因此忽略所有的二阶项,先进行线性稳定性分析.通过确定特征值实部的符号可以确定系统的稳定性.如果特征值具有负的实部,那么方程组的零解是渐进稳定的. Routh-Hurwitz 准则可以用于确定特征值的符号.它给出所有的特征值多项式具有负的实部的充要条件.行列式方程的特征方程如下:

$$\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \dots + a_{n-2}\lambda^2 + a_{n-1}\lambda + a_n = 0 \quad (20)$$

该准则认为如果下式成立,那么所有的根都具有负实部:

$$T_i > 0 \quad (21)$$

其中 T_i 是如下的连续行列式:

$$T_i = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & a_2 & a_4 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{i-2} & a_i \end{vmatrix} \quad (22)$$

这样,对方程(19)应用此准则,得到如下临界稳定性区域:

$$Ra^c \leq MRa_s + C_0/C_1 \quad (23)$$

其中

$$M = \frac{1}{A} \frac{\frac{L_1L_2(1+\tau)Pr}{\lambda} + PrL_1^2L_3 - \frac{PrL_1L_2}{\lambda}}{\frac{L_1L_2Pr}{\lambda}(\tau+1) + Pr^2L_1^2L_3 - \frac{\tau}{\lambda}} \quad (24)$$

$$C_0 = 8L_2^3\tau(\tau+1)\lambda^{-3} + [40L_2^2(\tau+1)^3 + 8PrL_1L_2^2L_3(\tau+1)^2]\lambda^{-2} + 8L_2(\tau+1) \times [10PrL_1L_3(\tau+1) + 25(\tau+1)^2 + Pr^2L_1^2L_3^2]\lambda^{-1} + 40(\tau+1)PrL_1L_3[PrL_1L_3 + 5(\tau+1)] + 10^3\tau(1+\tau) \quad (25)$$

$$C_1 = \frac{7\pi^2A}{2} \left[\frac{(1+\tau)PrL_1L_2}{\lambda} + Pr^2L_1^2L_3 - \frac{\tau}{\lambda} \right] \quad (26)$$

2.2 振荡

对方程(19)进行线性化后的特征方程可以写成如下五次多项式的形式:

$$P_5(s) = (s+10)(s+10\tau)(s^3 + D_1s^2 + D_2s + D_3) \quad (27)$$

其中 D_1 、 D_2 和 D_3 是 k 和 τ 的函数,适当选择 D_1 、 D_2 和 D_3 的值使之满足 $D_1 = D_3/D_2$,则式(27)右边的三次多项式可以写成如下形式:

$$P_3(s) = (s^2 + D_2)(s + D_1) \quad (28)$$

因此得到 5 个特征值:

$$s_1 = -10, s_2 = -10\tau, s_3 = -D_1, s_{4,5} = \pm \sqrt{D_2}i \quad (29)$$

振荡发生的临界条件是特征值为纯虚数: $\lambda = i\omega$.前 3 个根都是具有负号的实数,但后两个根是一对共轭纯虚根,所以这两个纯虚根导致了系统的振荡. $\pm \sqrt{D_2}$ 代表振荡频率.计算 $D_2 > 0$ 和 $D_1 = D_3/D_2$,就可以得到系统发生振荡的区域:

$$E \left(\frac{Pr + \tau F}{Pr + F} \right) Ra_s + \frac{16}{7} E \frac{(1+\tau)L_2(Pr + \tau F)}{\pi^2 PrL_1\lambda^2} \leq Ra^c < ERa_s + \frac{16}{7} E \frac{L_2[L_2\tau + PrL_1L_3\lambda(1+\tau)]}{\pi^2 PrL_1\lambda^2} \quad (30)$$

当 $s = 0$ 时,表示常幅对流状态,将 $s = 0$ 代入方程(27),可以得到系统发生常幅对流的区域:

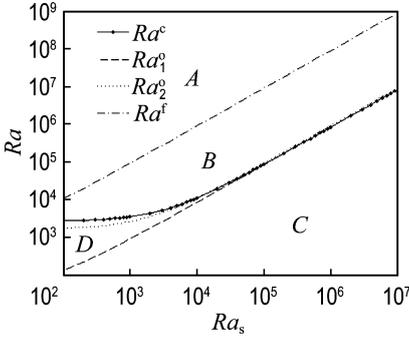
$$Ra^f \geq E \frac{1}{\tau} Ra_s + \frac{16}{7} E \frac{L_2L_3}{\pi^2\lambda} \quad (31)$$

3 结果与讨论

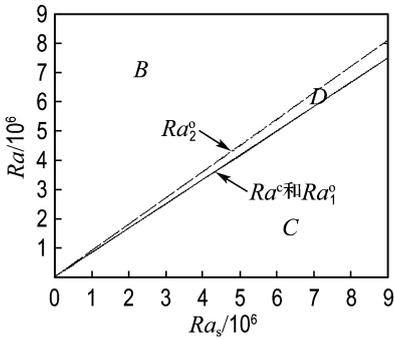
3.1 临界条件

以上结果将 Ra - Ra_s 平面划分为 4 个区域:稳定性区域(静止无对流)、振荡区域、不稳定对流区

域和稳定对流区域. 图1中的C、D、B、A分别代表以上4个区域. 为了更全面地给出这些区域, 图1分别给出对数坐标和常规坐标下的图形. 对数坐标下, 图1(a)坐标长度平均地分给每个数量级. 可见, 除了在数量级 $10^2 \sim 10^4$, 临界稳定性 Ra^c 和振荡开始的 Ra_1^o 几乎重合. 然而, 太阳池一般都具有很高的 Ra_s . 比较图1中的两幅图可知, 振荡区域主要位于根据渐进稳定性确定的临界稳定性边界之上.



(a) 对数坐标



(b) 常规坐标

图1 稳定、振荡和稳定对流的临界条件

Fig. 1 Marginal states for stable, oscillatory motions and steady convection

太阳池梯度层的临界稳定性对整个太阳池的效率起决定作用. 本文根据 Giestas 等^[8,9]对于控制方程的处理方法, 采用 Routh-Hurwitz 准则判断渐进稳定性条件, 而 Giestas 等在文献[8]中将振荡开始时作为临界稳定性条件, 在文献[9]中, 其计算变参数情况下的临界稳定性条件. 表1给出以上3个结果的比较, 可见, 本文结果与文献[8]比较, 二者接近, 而与文献[9]相差较大.

3.2 消光系数 μ 对 Ra^c 的影响

为研究消光系数对稳定性 (Ra^c) 的影响, 方程(23)中, 因为只有A含有消光系数 μ , 若给定其他参数的值, 比如 $\tau = 0.01, \lambda = 2.1298$, 保留A,

得到

$$Ra^c = 1.076Ra_s \frac{1}{A} + 3 \times 10^3 \frac{1}{A} \quad (32)$$

根据方程(32), 在上对流层厚度以及提热量一定的情况下, 方程(32)可以写成 $Ra^c = F(Ra_s, \mu)$ 的形式, 从而得到 μ 与 Ra^c 的函数关系. 同理, 固定 μ , 可将 Ra^c 写成 Ra_s 和 f 的函数形式 $Ra^c = g(Ra_s, f)$.

表1 本文的临界稳定性结果 Ra^c 与 Giestas 等研究结果的比较 ($Pr=7, \mu=0.8, f=0.5$)

Tab. 1 Comparison of critical Rayleigh number determined by this paper and by Giestas, et al. ($Pr = 7, \mu = 0.8, f = 0.5$)

Ra_s	Ra^c		
	本文	文献[8]	文献[9]
10^4	1.16×10^4	8.88×10^3	5.82×10^3
5×10^4	4.69×10^4	4.42×10^4	2.36×10^5
5×10^5	4.44×10^5	4.41×10^5	—
10^6	8.85×10^5	8.83×10^5	—

由方程(32)可见, Ra^c 只与A有关, 因为A是 μ 和 f 的函数, 下面分别研究 μ 和 f 对 Ra^c 的影响. μ 代表水体的浑浊程度, 若假定盐梯度层的温度梯度一定, 不同 μ 情况下的计算结果反映梯度层于太阳辐射的吸收对该层稳定性的影响, 即在温度梯度一定情况下, 比较水浊度(消光系数 μ) 对稳定性系数 Ra^c 影响. 所以从消光系数本身和辐射吸收两方面研究不同消光系数下的稳定性, 得出消光系数和提热量对 Ra^c 的综合影响.

(1) 盐梯度层静态温度分布

盐梯度层一维稳态导热微分方程可以写成

$$\frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} = -\frac{q(z)}{k} \quad (33)$$

其中 T_s 表示稳态情况下的温度. 盐梯度层的边界条件为

$$\frac{\partial T_s}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\frac{q(z)}{k} \quad (34)$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial z} \Big|_{z=d} = -\frac{h_d(T_s(d) - T_\infty)}{k} \quad (35)$$

根据以上边界条件, 对方程(33)进行积分, 可以得到盐梯度层的静态温度分布表达式:

$$T_s(z) = T_a + (q(d)/k)e^{-\mu d} \left[-\frac{e^{\mu z}}{\mu} + f(z-d) \right] -$$

$$\frac{f}{h_d} q(d)e^{-\mu d} + q(d) \left(\frac{1}{h_d} + \frac{1}{k\mu} \right) \quad (36)$$

式中: T_a 是环境温度; $q(d)$ 是盐梯度层上界面的

辐射强度. 根据式(36), 可以求出梯度层的静态温度分布.

(2) 结果与讨论

假定盐梯度太阳池符合以下参数条件: $T_a = 293 \text{ K}$, $k = 0.6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \text{K}^{-1}$, $h_d = 100 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \text{K}^{-1}$, 上对流层厚度 $d_{\text{UCZ}} = 0.2 \text{ m}$, 盐梯度层厚度 $d = 1 \text{ m}$, $q_d = 50 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$, $f = 0$.

图2给出 $\mu = 0.2, 0.5$ 和 0.8 时 Ra^c 变化曲线, 可见稳定性的临界值 Ra^c 随 μ 的变化很小, 当保持 Ra_s 不变, μ 从 0.2 增加到 0.5 时, Ra^c 降低 1.8% ; 当 μ 从 0.5 增加到 0.8 时, Ra^c 降低 1.2% . 所以, 对于盐梯度一定的太阳池来说, 其稳定性 Ra 上限, 受水体浊度影响很小; 当浊度增大后, Ra^c 略有下降. 对于同一 Ra^c , μ 越大, 为保持梯度层稳定状态所需要的盐梯度就越大.

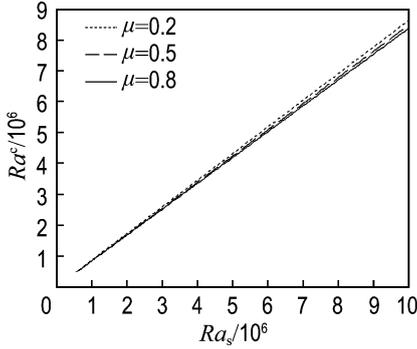


图2 消光系数 μ 对于 Ra^c 的影响

Fig. 2 The influence of μ on Ra^c

图3给出当 μ 分别为 $0.2, 0.5$ 和 0.8 时, 盐梯度层一维静态温度分布情况. 由图3可见, 由于水体透明度不同, 即对太阳光的吸收率不同, $\mu = 0.2$ 时的温度曲线接近于直线, 而 $\mu = 0.8$ 时, 温度曲线上部分弯曲. 故在同样情况下, 清澈的水可

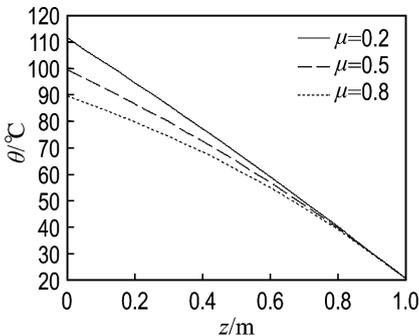


图3 不同 μ 时稳态盐梯度层温度曲线

Fig. 3 The steady NCZ temperature profiles for different μ

容许盐梯度层形成更大的温度梯度; 反之, 水体越浑浊, 梯度层上下界面之间的容许温度差越小. 综合比较图2和图3, 说明在同样的盐梯度情况下, 水体越清澈, 保持梯度层稳定性所允许的最大温度梯度越大.

3.3 消光系数 μ 与提热量 f 对 Ra^c 的综合影响

图4给出 $Ra_s = 3 \times 10^5$, μ 分别为 $0.8, 0.6, 0.4, 0.2$ 时, 提热量 f 从 0 增加到 1.0 时对应的 Ra^c . 由图4可见随着提热量增大, Ra^c 增大, 即提热量增大, 有利于保持盐梯度层的稳定性, 这与文献[8~10]中的结论一致. 此外, 由图4可见, 当 μ 较小时, f 的大小对 Ra^c 的影响较大; 随着 μ 的增大, f 对 Ra^c 的影响逐渐减小. 这说明当梯度层比较清澈时, 提热量的大小对 Ra^c 的大小影响较大; 当池水比较浑浊时, 提热量的大小对 Ra^c 的影响较小. 当 $\mu = 0.8, f = 0$ 和 $\mu = 0.2, f = 1.0$ 时, 对应的 Ra^c 分别为 2.17×10^5 和 7.33×10^5 . 从图4还可以看出, 各条曲线的交点在 $f = 0.65$ 附近, 在交点左侧, 对于同一 f , μ 越大, Ra^c 越大; 而在此交点的右侧, μ 越大, Ra^c 越小. 这表明存在某个提热量大小, 在其附近池水的清澈与否对梯度层的稳定性临界热瑞利数大小影响很小; 当提热量小于此值时, 随着梯度层内浊度的增大, 临界热瑞利数增大, 系统趋向稳定; 当提热量大于此值时, 随着梯度层浊度的增大, 临界热瑞利数减小, 系统趋向于不稳定.

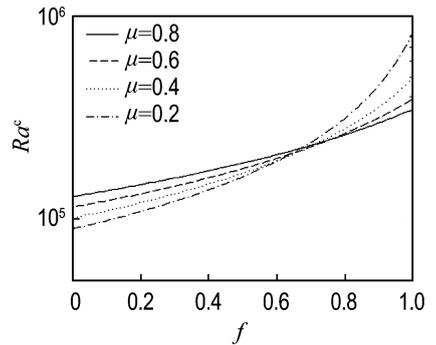


图4 不同 μ 时, 提热量 f 对 Ra^c 的影响 ($Ra_s = 3 \times 10^5$)

Fig. 4 The influence of f and μ on Ra^c ($Ra_s = 3 \times 10^5$)

4 结论

本文介绍了盐梯度太阳池梯度层动力稳定性的一种理论分析方法, 即采用 Galerkin 方法将控制方程进行简化处理, 忽略其中的非线性项, 分析

该线性系统的稳定性. 根据 Routh-Hurwitz 准则判断系统的渐进稳定性, 然后将 $Ra-Ra_c$ 平面划分为 4 个不同的稳定性区域. 在此基础上, 分析了消光系数 μ 和提热量 f 对于 Ra^c 的影响. 结果表明, 消光系数 μ 对 Ra^c 的影响很小, 总之, 太阳池梯度层稳定性的热瑞利数上限, 受水体浊度的影响很小, 当浊度变大后, Ra^c 略有下降.

参考文献:

- [1] WEINBERGER H. The physics of a solar pond [J]. *Solar Energy*, 1964, **8**(2):45-55
- [2] ROTHMEYER H. The soret effect and salt-gradient solar pond [J]. *Solar Energy*, 1980, **25**(6):567-568
- [3] XU H. Laboratory studies on dynamical processes in salinity gradient solar pond [D]. Ohio: Ohio State University, 1990:467-470
- [4] ZANGRANDO F. On the hydrodynamics of salt gradient solar ponds [J]. *Solar Energy*, 1991, **46**(6):323-341
- [5] VERONIS G. Effect of a stabilising gradient of solute

- on thermal convection [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1968, **34**(2):315-336
- [6] DA COSTA L N, KNOBLOCH E, WEISS N O. Oscillations in double-diffusive convection [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1981, **100**:25-43
- [7] FINLAYSON A B. The Galerkin method applied to convective instability problems [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1968, **33**:201-208
- [8] GIESTAS M, PINA H, JOYCE A. The influence of radiation absorption on solar ponds stability [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1996, **39**(18):3873-3885
- [9] GIESTAS M, JOYCE A. The influence of non-constant diffusivities on solar ponds stability [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1997, **40**(18):4379-4391
- [10] REBAÏ L K, MOJTABI A K, SAFI M J, *et al.* A linear stability study of the gradient zone of a solar pond [J]. *Journal of Solar Energy Engineering*, 2006, **128**:383-393

Combined influence of turbidity and heat extraction on stability of salt gradient layer of solar pond

WANG Hua^{*1,2}, MENG Fan-mao², SUN Wen-ce¹, ZOU Jia-ning³

- (1. School of Energy and Power Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. School of Mechanical and Power Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China;
3. Modern Educational Technology Center, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China)

Abstract: The gravitational stability of NCZ (non-convective zone, also called gradient layer) of solar pond subjected to temperature gradient was researched. The analysis considers solar energy absorption in the layer and assumes certain heat flux values as boundary conditions for the heat-conduction differential equation. The marginal states for the onset of convection were obtained using a Galerkin method based on a weak formulation of the governing equations. The influence of turbidity (extinction coefficient) and heat extraction on the NCZ stability was studied. The analysis of linear stability on the salt gradient layer indicates that the critical stability value Ra^c is not much susceptible to the turbidity of the water, and a turbid pond tends to a decreasing Ra^c . Synthetically considering the influence of heat extraction and water turbidity, when the heat extraction f is 0.65-0.70, the influence of water turbidity on stability of NCZ is the least. When f is smaller than this value, Ra^c increases with the increase of turbidity, and system tends stable; but when f is larger than this value, Ra^c decreases with the increase of turbidity, and system tends unstable.

Key words: solar pond; salt gradient layer; linear stability; turbidity