文章编号：1000-8608(2011)06-0933-04

带递归的模糊感知器有限收敛性

刘 燕*[1,2]， 杨 洁[1]， 李 龙[3]

（1.大连理工大学 数学科学学院，辽宁 大连 116024；
2.大连工业大学 信息科学与工程学院，辽宁 大连 116034；
3.衡阳师范学院 数学与计算科学系，湖南 衡阳 421008）

摘要： 模糊感知器的主要功能是通过权值的学习来判别样本所属的类别.对一种基于模糊逻辑运算的带递归的模糊感知器进行了研究，其网络结构类似于内部运算基于加法-乘法的传统感知器，并加入了动态递归项.设定网络的初始权值均为常数0，证明了若训练样本的输入向量维数为2，在样本模糊可分条件下，学习算法有限收敛，即有限步后权值的训练停止；若训练样本的输入向量维数大于2，在稍强的条件下，学习算法也有限收敛.

关键词： 模糊感知器；递归；有限收敛性；模糊可分

中图分类号： O159；TP183 **文献标志码：** A

0 引 言

模糊逻辑和神经网络在信息处理系统中各有其优缺点，最近，许多学者的工作都致力于将模糊系统与神经网络结合在一起，其中对模糊神经网络有很多的关注.文献[1、2]提出了模糊感知器的一些学习算法；文献[3]对0阶Takagi-Sugeno推理系统的学习算法进行了收敛性证明；文献[4、5]对多层模糊感知器进行了研究.

具有递归环节的动态模糊神经网络可以解决静态网络无法处理的暂态问题.FRNN（模糊递归神经网络）通过在网络输入层中加入递归连接，使网络具有动态映射能力，从而对动态系统有更好的响应.

如果训练样本线性可分，传统的感知器算法能在有限步确定一个线性决策边界，从而分离这两类训练样本[6,7].对于模糊感知器，文献[8]提出了一种新的训练算法，并证明当样本可分时，该算法有限收敛.那么，在模糊感知器中加入递归单元是否还能得到算法的收敛性？本文将对这个问题进行讨论，给出若训练样本模糊可分，在一定条件下，带递归的模糊感知器算法有限收敛的结论及证明.证明过程的难点和关键在于确认递归项权值在学习过程中的单调递减性.

1 带递归的模糊感知器的结构及梯度学习算法

1.1 带递归的模糊感知器的结构

本文研究的是具有 n 个外部模糊输入单元、一个输出单元和一个递归神经元的感知器.其结构如图1所示，网络的模糊训练样本对为 $\{\boldsymbol{\xi}^{(s)}, O^{(s)}\}_{s=1}^{S} \subset [0,1]^n \times \{0,1\}$，其中 $\boldsymbol{\xi}^{(s)} = (\xi_1^{(s)}\ \ \xi_2^{(s)}\ \ \cdots\ \ \xi_n^{(s)})^{\mathrm{T}}$，是 n 维模糊输入向量，$O^{(s)}$ 是其理想输出.

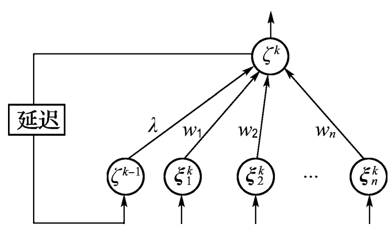

图1 具有 n-1-1 结构的递归模糊感知器的结构

Fig.1 The structure of recurrent fuzzy perceptron with n-1-1 structure

将这些样本随机排列组成一个无穷序列 $\{\boldsymbol{\xi}^k, O^k\}_{k=1}^{\infty} \subset [0,1]^n \times \{0,1\}$，其中每个样本对

收稿日期： 2010-04-08； **修回日期：** 2011-08-20.
基金项目： 国家自然科学基金资助项目(10871220；10926144).
作者简介： 刘 燕*(1982-)，女，博士生，E-mail：liuyan@dlpu.edu.cn；杨 洁(1978-)，女，博士，讲师.

$\{\boldsymbol{\xi}^{(s)},O^{(s)}\}$ 出现无穷多次，$\boldsymbol{\xi}^k=(\xi_1^k\quad \xi_2^k\quad \cdots\quad \xi_n^k)\in[0,1]^n$，为网络在第 k 时刻的外部输入向量，网络第 k 时刻递归层的输入

$$S^k=\max\{\boldsymbol{W}\circ\boldsymbol{\xi}^k,\lambda\wedge\zeta^{k-1}\}=\left(\bigvee_{j=1}^{n}(w_j\wedge\xi_j)\right)\vee(\lambda\wedge\zeta^{k-1})\tag{1}$$

其中 $\zeta^0=0$，递归层的输出为

$$\zeta^k=g(S^k)=\begin{cases}1; & S^k\geqslant 0.5\\ 0; & S^k<0.5\end{cases}\tag{2}$$

其中 $\vee$ 是取大运算；$\wedge$ 是取小运算；$\circ$ 代表 max-min($\vee$ - $\wedge$) 合成算子；权重向量 $\boldsymbol{W}=(w_1\quad w_2\quad \cdots\quad w_n)^{\mathrm{T}}\in[0,1]^n$，其中 $w_j(j=1,2,\cdots,n)$ 代表连接第 j 个外部输入神经元和输出神经元的权值；连接递归神经元和输出神经元的权值为 $\lambda,\lambda\in[0,1]$.

网络的训练目标是对给定的激活函数 $g(x)$：$R\rightarrow\{0,1\}$，确定权值$(\boldsymbol{W},\lambda)\in[0,1]^n\times[0,1]$，使得训练样本$\{\boldsymbol{\xi}^{(s)}\}_{s=1}^{S}\in[0,1]^n$ 能够被正确地分类，即 $\zeta(\boldsymbol{\xi}^{(s)})-O(\boldsymbol{\xi}^{(s)})=0$.

为证明方便，记理想输出为 $O^{(s)}=0$ 的样本为 $\boldsymbol{X}^m,m=1,2,\cdots,M,1\leqslant M<S$；另一些对应理想输出 $O^{(s)}=1$ 的样本，记为 $\boldsymbol{Y}^p,p=1,2,\cdots,P,1\leqslant P<S,M+P=S$. 定义两个集合：$\Phi_M=\{1,2,\cdots,M\},\Phi_P=\{1,2,\cdots,P\}$.

假设训练样本可分，即存在一个模糊向量 $\boldsymbol{A}=(a_1\quad a_2\quad \cdots\quad a_n)^{\mathrm{T}}\in[0,1]^n$ 使得

$$\begin{cases}\boldsymbol{A}\circ\boldsymbol{X}^m<0.5; & m\in\Phi_M\\ \boldsymbol{A}\circ\boldsymbol{Y}^p\geqslant 0.5; & p\in\Phi_P\end{cases}\tag{3}$$

给定输入权向量与递归权值的初始值为 $w_j^0=0,j=1,2,\cdots,n,\lambda^0=0$，它们分别通过以下公式被更新：

$$\begin{aligned}w_j^{k+1}&=\begin{cases}0; & \Delta_j^k<0\\ \Delta_j^k; & 0\leqslant\Delta_j^k\leqslant 1\\ 1; & \Delta_j^k>1\end{cases}\\ \lambda^{k+1}&=\begin{cases}0; & \delta^k<0\\ \delta^k; & 0\leqslant\delta^k\leqslant 1\\ 1; & \delta^k>1\end{cases}\end{aligned}\tag{4}$$

其中 $\Delta_j^k=w_j^k+\eta(O^k-\zeta^k)(\xi_j^k-0.5),\delta^k=\lambda^k+\eta(O^k-\zeta^k)$，$\eta$ 为较小的正数.

1.2 样本集性质

首先对训练样本做一个假设[8].

假设Ⅰ 对任意一个 $m\in\Phi_M$，至少存在一个 m_0，使得 $x_{m_0}^m\geqslant 0.5$.

下面给出模糊训练样本对的3条重要性质[8].

性质1 对式(3)中模糊向量 $\boldsymbol{A}$，存在下标 j_1 与 j_2，使得 $a_{j_1}\geqslant 0.5$ 与 $a_{j_2}<0.5$ 分别成立.

基于性质1，不失一般性，假设存在正整数 q，$1\leqslant q<n$，使得 $a_1,\cdots,a_q\geqslant 0.5,a_{q+1},\cdots,a_n<0.5$.

性质2 每一个 $j=1,2,\cdots,q$，有 $x_j^m<0.5$，$\forall m\in\Phi_M$. 因此，不失一般性，不妨假设存在 $R\in\{1,2,\cdots,n\}$，$1\leqslant q\leqslant R<n$，使得 $x_r^m<0.5$，$1\leqslant r\leqslant R$，$\forall m\in\Phi_M$，并且对每一个 $R<j\leqslant n$，至少存在 m_j，使得 $x_j^{m_j}\geqslant 0.5$.

性质3 对每一个 $\boldsymbol{Y}^p,p=1,2,\cdots,P$，至少存在一个 $r_p\leqslant q$，使得 $y_{r_p}^p\geqslant 0.5$.

接下来给出训练样本的另一个假设[8].

假设Ⅱ 对任意一个 $j,R<j\leqslant n$，至少存在一个 m_j，使得 $x_j^{m_j}\neq 0.5$；对每个 $1\leqslant j\leqslant q$，至少存在一个 p_j，使得 $y_j^{p_j}\neq 0.5$.

假设Ⅱ中的 $x_j^{m_j}\neq 0.5$ 和 $y_j^{p_j}\neq 0.5$ 意味着两类训练样本的特征能被很好地识别.

2 有限收敛定理

在这一部分，分别给出迭代算法式(4)在 $n=2$ 和 $n>2$ 两种情况下的收敛结果.

定义1 对训练样本$\{\boldsymbol{\xi}^{(s)},O^{(s)}\}_{s=1}^{S}$，称算法式(4)有限收敛，如果存在一个 $k_0\in\mathbf{N}$，使得

$$O^{(s)}=g(\max\{\boldsymbol{W}^{k_0}\circ\boldsymbol{\xi}^{(s)},\lambda^{k_0}\wedge\zeta^{k_0-1}\});\quad s=1,2,\cdots,S\tag{5}$$

定理1 当 $n=2$ 时，若假设Ⅰ和Ⅱ成立，则算法式(4)有限收敛.

证明 由性质2，有 $x_1^m<0.5,\forall m\in\Phi_M$. 再分别由假设Ⅰ和性质3，知 $x_2^m\geqslant 0.5,\forall m\in\Phi_M$；$y_1^p\geqslant 0.5,\forall p\in\Phi_P$.

首先证明 $w_1^k<0.5$ 的情况下，权值的迭代不会停止. 事实上，若 $w_1^k<0.5$ 且 $w_2^k\geqslant 0.5$，那么对所有 λ^k 和 ζ^{k-1}，都有

$$\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{X}^m=(w_1^k\wedge x_1^m)\vee(w_2^k\wedge x_2^m)\geqslant w_2^k\wedge x_2^m\geqslant 0.5;\forall m\in\Phi_M\tag{6}$$

则

$$S^k=\max\{\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{X}^m,\lambda^k\wedge\zeta^{k-1}\}\geqslant\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{X}^m\geqslant 0.5\Rightarrow g(S^k)=1\neq O(\boldsymbol{X}^m);\forall m\in\Phi_M\tag{7}$$

若 $w_1^k<0.5$ 且 $w_2^k<0.5$，则当 $\lambda^k<0.5$ 时，对 $\forall\zeta^{k-1}$，都有 $\lambda^k\wedge\zeta^{k-1}<0.5$，且 $\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{Y}^p\leqslant\max\limits_i\{w_i^k\}<0.5$，故

$$S^k=\max\{\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{X}^m,\lambda^k\wedge\zeta^{k-1}\}<0.5\Rightarrow g(S^k)=0\neq O(\boldsymbol{Y}^p);\ \forall p\in\Phi_P \tag{8}$$

若 $\lambda^k\geqslant0.5$，有

①$\zeta^{k-1}\geqslant1$ 时，

$$\max\{\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{X}^m,\lambda^k\wedge\zeta^{k-1}\}\geqslant\lambda^k\wedge\zeta^{k-1}\geqslant0.5\Rightarrow \zeta(\boldsymbol{X}^m)\neq O^k \tag{9a}$$

②$\zeta^{k-1}=0$ 时，$\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{Y}^p\leqslant\max\limits_i\{w_i^k\}<0.5$，又由 $\lambda^k\wedge\zeta^{k-1}=0$，得

$$\max\{\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{Y}^p,\lambda^k\wedge\zeta^{k-1}\}<0.5\Rightarrow\zeta(\boldsymbol{Y}^p)\neq O^k \tag{9b}$$

只要 $w_1^k<0.5$，所有情况下，$(\boldsymbol{W}^k,\lambda^k)$ 都不满足式(5)，从而权值的迭代不会停止. 注意到 $x_1^m<0.5$，$y_1^p\geqslant0.5$，得 $\eta(O^k-\zeta^k)(\xi_1^k-0.5)\geqslant0$，从而 $w_1^{k+1}\geqslant w_1^k$，结合假设 Ⅱ，存在 $N_1\in\mathbf{N}$，使得 $w_1^{k+N_1}>w_1^{k+N_1-1}=w_1^{k+N_1-2}=\cdots=w_1^k$，从而存在正整数 K_1，使得当 $k\geqslant K_1$ 时，$w_1^k\geqslant0.5$，且

$$S^k=\max\{\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{Y}^p,\lambda^k\wedge\zeta^{k-1}\}\geqslant\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{Y}^p\geqslant w_1^k\wedge y_1^p\geqslant0.5;\ \forall p\in\Phi_P \tag{10}$$

从而 $g(S^k)=1=O(\boldsymbol{Y}^p)$，$\forall p\in\Phi_P$. 由 $\{w_1^k\}$ 的单调不减性知，当 $k\geqslant K_1$ 时，对 $\{(\boldsymbol{W}^k,\lambda^k)\}$ 真正起更新作用的只有 $\{\boldsymbol{X}^m\}_{m=1}^M$，因此，在无穷序列中除去 $\{\boldsymbol{Y}^p\}_{p=1}^P$.

现在令 $k\geqslant K_1$，若 $w_2^k<0.5$ 且 $\lambda^k<0.5$，则对 $\forall\zeta^{k-1}$，$(\boldsymbol{W}^k,\lambda^k)$ 满足式(5)，已是所求的解. 否则，若 $w_2^k\geqslant0.5$，对 $\forall\lambda^k$ 和 ζ^{k-1}，有

$$S^k=\max\{\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{X}^m,\lambda^k\wedge\zeta^{k-1}\}\geqslant\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{X}^m\geqslant w_2^k\wedge x_2^m\geqslant0.5;\ \forall m\in\Phi_M \tag{11}$$

故 $\zeta(S^K)=1\neq O(\boldsymbol{X}^m)$. 因此 $\{(\boldsymbol{W}^k,\lambda^k)\}$ 的迭代不会停止.

若 $w_2^k\geqslant0.5$，由 $x_2^m\geqslant0.5$，则 $\delta_2^k=w_2^k-\eta(\xi_2^k-0.5)$，可得 $w_2^{k+1}\leqslant w_2^k$，又由假设 Ⅱ，从而 $\exists K_2\in\mathbf{N}$，s.t.，当 $k\geqslant K_2$ 时，$w_2<0.5$. 另一方面，若 $\lambda^k\geqslant0.5$，则 $\delta^k=\lambda^k+\eta(O^k-\zeta^k)=\lambda^k-\eta$，得 $\lambda^{k+1}<\lambda^k$. 故 $\exists K_3\in\mathbf{N}$，s.t.，当 $k\geqslant K_3$ 时，$\lambda^k<0.5$. 令 $K_4=\max\{K_2,K_3\}$，当 $k\geqslant K_4$ 时，$w_2^k<0.5$ 与 $\lambda^k<0.5$ 同时成立，此时 $(\boldsymbol{W}^k,\lambda^k)$ 满足式(5)，故算法式(4) 有限收敛，证毕.

接下来，考虑 $n>2$ 的情况. 为了保证收敛性，需要一些比较强的条件.

定理 2　若假设 Ⅰ 和 Ⅱ 满足，那么在以下条件成立时，算法式(4)有限收敛：

(a) 存在一个 r_0，$1\leqslant r_0\leqslant q$，使得 $y_{r_0}^p>0.5$，$\forall p\in\Phi_P$ 成立；

(b) 对每一个 $j\in\{R+1,\cdots,n\}$，$x_j^m\geqslant0.5$，$\forall m\in\Phi_M$ 成立.

证明　由定理 2 条件(a) 和性质 2，有 $\eta(O^k-\zeta^k)(\xi_{r_0}^k-0.5)\geqslant0$，从而 $w_{r_0}^{k+1}\geqslant w_{r_0}^k$，注意到当 $\boldsymbol{\xi}^k$ 没被正确分类时，不等式严格成立. 那么若 $w_{r_0}^k$ 达到 0.5 之前，$(\boldsymbol{W}^k,\lambda^k)$ 满足式(5)，则算法式(4) 有限收敛；否则，若 $w_{r_0}^k<0.5$，注意到其他权值的更新不影响 $\{w_{r_0}^k\}$ 的单调不减性，故在 $\{w_{r_0}^k\}$ 真正迭代有限步之后，会有 $w_{r_0}^k\geqslant0.5$，即存在正整数 K_5，使得当 $k\geqslant K_5$，有 $w_{r_0}^k\geqslant0.5$，且 $\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{Y}^p\geqslant w_{r_0}^k\wedge y_{r_0}^p\geqslant0.5$，则

$$\zeta^k(\boldsymbol{Y}^p)=g(\max\{\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{Y}^p,\lambda^k\wedge\zeta^{k-1}\})=1=O^k;\ \forall p\in\Phi_P \tag{12}$$

现令 $k\geqslant K_5$，若 $w_j^k<0.5$，$j=R+1,\cdots,n$，且 $\lambda^k<0.5$，则

$$\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{X}^m=(\bigvee_{1\leqslant j\leqslant R}(w_j^k\wedge x_j^m))\vee(\bigvee_{R<j\leqslant n}(w_j^k\wedge x_j^m))\leqslant(\bigvee_{1\leqslant j\leqslant R}x_j^m)\vee(\bigvee_{R<j\leqslant n}w_j^k)<0.5;\ \forall m\in\Phi_M \tag{13}$$

从而对 $\forall\boldsymbol{\xi}^{k-1}$，都有 $S^k=\max\{\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{X}^m,\lambda^k\wedge\zeta^{k-1}\}<0.5$，那么式(5) 成立，即 $(\boldsymbol{W}^k,\lambda^k)$ 已经是所求的解.

若 $\lambda^k\geqslant0.5$，当 $\zeta^{k-1}=0$ 时，仍有 $S^k<0.5$，从而式(5) 成立；若 $\zeta^{k-1}=1$，则

$$S^k=\max\{\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{X}^m,\lambda^k\wedge\zeta^{k-1}\}\geqslant\lambda^k\wedge\zeta^{k-1}\geqslant0.5\Rightarrow\zeta(\boldsymbol{X}^m)\neq O^k \tag{14}$$

则

$$\delta^k=\lambda^k+\eta(O^k-\zeta^k)=\lambda^k-\eta\Rightarrow\lambda^{k+1}\leqslant\lambda^k \tag{15}$$

从而存在正整数 K_6，使得当 $k\geqslant K_6$ 时，$\lambda^k<0.5$.

否则，设 $w_{j_l}^k\geqslant0.5$，$l=1,2,\cdots,L$，$1\leqslant L\leqslant n-R$，$R<j_l\leqslant n$，且 $w_j^k<0.5$，$j\neq j_l$，$R<j\leqslant n$. 由定理 2 条件(b)，有

$$\boldsymbol{W}^k\circ\boldsymbol{X}^m\geqslant w_{j_l}^k\wedge x_{j_l}^m\geqslant0.5;\ \forall m\in\Phi_M\Rightarrow\zeta(\boldsymbol{X}^m)\neq O^k \tag{16}$$

说明 $(\boldsymbol{W}^k,\lambda^k)$ 不能将 $\{\boldsymbol{X}^m\}_{m=1}^M$ 正确地分类，即使只有一个 $w_{j_l}^k\geqslant0.5$ 或 $\lambda^k\wedge\zeta^{k-1}\geqslant0.5$（即 $\lambda^k\geqslant0.5$ 与 $\zeta^{k-1}=1$）成立，式(5) 就不成立，且有

$$\begin{cases}\Delta_j^k=w_j^k-\eta(\xi_j^m-0.5)\Rightarrow w_j^{k+1}\leqslant w_j^k;\\ \quad j=R+1,\cdots,n\\ \delta^k=\lambda^k+\eta(O^k-\zeta^k)=\lambda^k-\eta\Rightarrow\lambda^{k+1}\leqslant\lambda^k\end{cases} \tag{17}$$

注意到 $\{w_j^k\}_{j=R+1}^n$ 的迭代不影响 $\{\lambda^k\}$ 的单调不减性，因此至多经过 $\left[\dfrac{\lambda^{K_5}-0.5}{\eta}+1\right]$ 步真正迭代后，

就有 $\lambda^k < 0.5$. 下面只要证明有限步迭代后，对 $\forall j_l, w_{j_l} < 0.5$ 成立即可.

由定理 2 条件(b)，可得 $\eta(O^k - \zeta^k)(\xi_j^m - 0.5) \leqslant 0, R < j \leqslant n$，故 $w_{j_l}^{k+1} \leqslant w_{j_l}^k$. 结合假设 Ⅱ，有 $\min\limits_{\substack{1 \leqslant m \leqslant M \\ x_{j_l}^m \neq 0.5}} \{x_{j_l}^m - 0.5\} > 0$ 成立，那么对每一个 $l = 1,2,\cdots,L$，存在 $N_{j_l} \in \mathbf{N}$，s. t. $w_{j_l}^{k+N_{j_l}} < w_{j_l}^{k+N_{j_l}-1} = w_{j_l}^{k+N_{j_l}-2} = \cdots = w_{j_l}^k$. 因此，存在 $K_{j_l} \in \mathbf{N}$，s. t. 当 $k \geqslant K_{j_l}, w_{j_l}^k < 0.5$ 成立. 令 $K = \max\limits_{1 \leqslant j \leqslant L}\{K_{j_l}\}$，则当 $k \geqslant K$，对 $\forall j_l, w_{j_l}^k < 0.5$，即 $w_j^k < 0.5, j = R+1,\cdots,n$，此时式(5) 成立，故算法式(4) 有限收敛. 证毕.

3　结　论

本文考虑的是带递归的模糊感知器的有限收敛问题，其内部运算基于 max-min 模糊逻辑运算，并且网络结构类似于内部运算基于加法-乘法的传统感知器. 如果训练样本线性可分，传统的感知器算法能通过有限步的权值学习来分离属于不同类别的训练样本. 本文拓广了文献[8]的结论，对递归模糊感知器学习算法的有限收敛性进行了探讨.

参考文献：

[1] LI L，YANG J，LIU Y，*et al*. Finite convergence of a fuzzy delta rule for a fuzzy perceptron [J]. **Neural Network World**，2008，**18**(6)：459-467

[2] CHEN J L，CHANG J Y. Fuzzy perceptron learning and its application to classifiers with numerical data and linguistic knowledge [J]. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**，2000，**8**(6)：730-745

[3] WU W，LI L，YANG J，*et al*. A modified gradient-based neuro-fuzzy learning algorithm and its convergence [J]. **Information Sciences**，2010，**180**(9)：1630-1642

[4] MITRA S，PAL S K. Fuzzy multi-layer perceptron，inferencing and rule generation [J]. **IEEE Transactions on Neural Networks**，1995，**6**(1)：51-63

[5] PAL S K，MITRA S. Multi-layer perceptron，fuzzy sets，and classification [J]. **IEEE Transactions on Neural Networks**，1992，**3**(5)：683-697

[6] WU W，SHAO Z Q. Convergence of online gradient methods for continuous perceptrons with linearly separable training patterns [J]. **Applied Mathematics Letters**，2003，**16**(7)：999-1002

[7] SHAO Z Q，WU W，YANG J. Finite convergence of on-line BP neural networks with linearly separable training patterns [J]. **Journal of Mathematical Research and Exposition**，2006，**26**(3)：451-456

[8] YANG J，WU W，SHAO Z Q. A new training algorithm for a fuzzy perceptron and its convergence [C]// **ISNN2005，Lecture Notes in Computer Science.** Berlin：Springer，2005：609-614

Finite convergence for recurrent fuzzy perceptron

LIU Yan*[1,2]，YANG Jie[1]，LI Long[3]

(1. School of Mathematical Sciences，Dalian University of Technology，Dalian 116024，China；
2. School of Information Science and Engineering，Dalian Polytechnic University，Dalian 116034，China；
3. Department of Mathematics and Computational Science，Hengyang Normal University，Hengyang 421008，China)

Abstract：The main function of fuzzy perceptron is to discriminate which categories the samples are in by weight learning. An algorithm for a recurrent fuzzy perceptron based on fuzzy logic is presented，and the network structure of the recurrent fuzzy perceptron is similar to traditional perceptron based on addition- production，and the dynamic recursion term is added. Initial weights of network are set to be constant zero，in the case where the dimension of the input vectors is two and the training examples are separable，its finite convergence is proved，i. e.，the training procedure for the network weights will stop in finite steps，and when the dimension is greater than two，stronger conditions are needed to guarantee the finite convergence.

Key words：fuzzy perceptron；recurrent；finite convergence；fuzzily separable

（第 51 卷卷终）