

循环时延估计方法相互关系研究

刘 洋^{1,2}, 邱天爽^{*1}, 毕 峰¹

(1. 大连理工大学 电子信息与电气工程学部, 辽宁 大连 116024;

2. 内蒙古大学 电子信息工程学院, 内蒙古 呼和浩特 010021)

摘要: 系统分析了几种循环时延估计方法的原理, 并对循环时延估计方法进行了分类. 论证了几种方法的相互关系, 揭示了这些方法之间的内在联系. 结果表明广义循环互相关法(GCCC)与循环相位谱法是等效的; 信号选择性自适应法是循环谱相关法(SPECCORR)的迭代实现; 循环互相关函数相关法(CCCC)和循环谱相干法(SPECCOA)是循环互模糊函数法(CCA)的特例.

关键词: 循环平稳; 信号选择特性; 时延估计; 相互关系

中图分类号: TN911.7 **文献标志码:** A

0 引言

时延估计是信号处理中的一个重要问题, 在通信、雷达和声纳系统被动定位、生物医学等领域广泛应用. 传统时延估计方法是基于平稳信号模型提出的, 如广义相关时延估计方法、广义相位谱法, 以及自适应时延估计方法等^[1]. 这些时延估计方法具有较好的抗噪声性能, 并且相互之间具有密切联系^[2]. 在通信、雷达系统被动定位中, 接收信号中常混有统计相关且与源信号频谱重叠的干扰, 这使得传统时延估计方法性能退化严重. 针对这一问题, 学者们相继提出了基于信号二阶循环统计量, 具有信号选择性的循环时延估计方法^[3]. 通常, 干扰与信号具有不同的循环频率, 而噪声不具有循环平稳特性. 所以, 基于循环平稳特性的循环时延估计方法比传统时延估计方法具有更强的抗干扰能力, 即使在低信噪比相关干扰条件下也具有较好的时延估计效果.

基本循环时延估计方法根据原理可以分为以下4类: 广义循环互相关法(GCCC)、循环相位谱法、信号选择性自适应法和循环互模糊函数法(CCA). 上述几种循环时延估计方法虽然从不同

的原理和角度出发, 但是它们的共同特点是都利用了信号的循环平稳特性. 为了揭示这些方法之间存在的内在联系, 本文在分析几种循环时延估计方法原理的基础上, 对广义相关函数、加权函数和加权谱相关函数进行广义化, 从理论上论证几种方法的相互联系并揭示这些方法之间存在的等效关系.

1 基本循环时延估计方法原理

循环时延估计的信号模型可以表示为以下形式:

$$x(t) = s(t) + w_1(t) + n_1(t) \quad (1)$$

$$y(t) = As(t - D) + w_2(t) + n_2(t) \quad (2)$$

式中: $x(t)$ 和 $y(t)$ 为两个接收信号; $s(t)$ 为感兴趣信号(SOI); $w_1(t)$ 和 $w_2(t)$ 为干扰信号并且假设它们与信号 $s(t)$ 具有不同的循环频率; $n_1(t)$ 和 $n_2(t)$ 为独立噪声; A 为信号的相对幅度衰减; D 为接收到 SOI 的相对时间延迟. SOI 与干扰信号以及噪声是统计独立的. 由于接收信号中可能含有相同的干扰信号(具有不同时延), $w_1(t)$ 和 $w_2(t)$ 可以是统计相关的.

信号 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的循环自相关函数和循环

收稿日期: 2010-10-13; 修回日期: 2012-05-23.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61172108; 重点项目 61139001).

作者简介: 刘 洋(1981-), 男, 博士生, 讲师; 邱天爽^{*}(1954-), 男, 教授, 博士生导师, E-mail: qiutsh@dlut.edu.cn.

互相关函数分别为

$$R_x^a(\tau) = \langle x(t + \tau/2)x^*(t - \tau/2)e^{-j2\pi\alpha\tau} \rangle = R_s^a(\tau) + R_{w_1}^a(\tau) + R_{n_1}^a(\tau) \quad (3)$$

$$R_{yx}^a(\tau) = \langle y(t + \tau/2)x^*(t - \tau/2)e^{-j2\pi\alpha\tau} \rangle = AR_s^a(\tau - D)e^{-j\pi\alpha D} + R_{w_2}^a(\tau) + R_{n_2}^a(\tau) \quad (4)$$

式中: α 为 SOI 的循环频率; $\langle \cdot \rangle$ 表示时间平均; $*$ 为共轭运算. 干扰信号与 SOI 具有不同的循环频率, 而噪声不具有循环平稳特性, 所以式(3)和(4)中 $R_{w_1}^a(\tau)$ 、 $R_{w_2}^a(\tau)$ 、 $R_{n_1}^a(\tau)$ 和 $R_{n_2}^a(\tau)$ 均为零. 因此, 理想情况下接收信号的循环自相关函数和循环互相关函数分别为

$$R_x^a(\tau) = \langle x(t + \tau/2)x^*(t - \tau/2)e^{-j2\pi\alpha\tau} \rangle = R_s^a(\tau) \quad (5)$$

$$R_{yx}^a(\tau) = \langle y(t + \tau/2)x^*(t - \tau/2)e^{-j2\pi\alpha\tau} \rangle = AR_s^a(\tau - D)e^{-j\pi\alpha D} \quad (6)$$

对式(5)和(6)做傅里叶变换即可得到信号的循环谱和循环互谱:

$$S_x^a(f) = S_s^a(f) \quad (7)$$

$$S_{yx}^a(f) = AS_s^a(f)e^{-j2\pi(f + \alpha/2)D} \quad (8)$$

式(5)~(8)说明, 信号的二阶循环统计量具有信号选择特性, 可以有效地抑制干扰和噪声的影响. 并且, 式(6)和(8)还说明二阶循环统计量含有的时延信息可以用于时延估计.

1.1 广义循环互相关法

循环自相关函数与平稳信号自相关函数不同, 当循环频率 $\alpha \neq 0$ 时循环自相关函数不满足 $|R_x^a(\tau)| \leq |R_x^a(0)|$, 所以无法直接对循环自相关函数作峰值检测获得时延估计. 但是, 从式(5)~(8)的分析结果可知, 接收信号的循环互相关函数 $R_{yx}^a(\tau)$ 和循环互谱 $S_{yx}^a(f)$ 完整地保留了 SOI 的时延信息. 此外, 信号 $s(t)$ 的循环自相关函数 $R_s^a(\tau)$ 和循环谱 $S_s^a(f)$ 分别关于 τ 和 f 偶对称. Gardner 和 Chen 以式(5)~(8)为模型, 结合广义相关时延估计方法的原理提出了循环互相关函数相关法(CCCC)、循环谱相关法(SPECCORR)和循环谱相干法(SPECCOA)3种循环相关时延估计方法^[4-6]. 在此基础上, 学者们对以上方法进行改进, 提高了其性能^[7-9]. 这3种方法的时延估计函数分别为 $\hat{a}_a(\tau)$ 、 $\hat{b}_a(\tau)$ 和 $\hat{c}_a(\tau)$, 其中

$$\hat{a}_a(\tau) = |R_{yx}^a(\tau) \otimes R_x^a(\tau)| \quad (9)$$

$$\hat{b}_a(\tau) = \left| \int [S_{yx}^a(f)/S_x^a(f)]e^{j2\pi f\tau} df \right| \quad (10)$$

$$\hat{c}_a(\tau) = \left| \int S_{yx}^a(f)(S_x^a(f))^* e^{j2\pi f\tau} df \right| \quad (11)$$

式中: $\otimes$ 为相关运算. 这3种方法虽然从不同角度提出, 但都是通过对估计函数进行峰值检测而获得时延估计. 为了分析这3种方法之间的联系, 设

$$R_a^a(\tau) = R_{yx}^a(\tau) \otimes R_x^a(\tau) \quad (12)$$

$$R_b^a(\tau) = F^{-1}[S_{yx}^a(f)/S_x^a(f)] \quad (13)$$

$$R_c^a(\tau) = F^{-1}[S_{yx}^a(f)(S_x^a(f))^*] \quad (14)$$

由 Winner-Khintchine 定理和 Parseval 定理可知

$$R_a^a(\tau) = \int R_{yx}^a(\tau + u)(R_x^a(u))^* du = \int S_{yx}^a(f)(S_x^a(f))^* e^{j2\pi f\tau} df = R_c^a(\tau) \quad (15)$$

同理, 式(14)也可以表示为

$$R_c^a(\tau) = \int S_{yx}^a(f)(S_x^a(f))^* e^{j2\pi f\tau} df = \int R_{yx}^a(\tau + u)(R_x^a(u))^* du = R_a^a(\tau) \quad (16)$$

式(15)和(16)表明, CCCC 与 SPECCOA 的估计函数是等价的. 这3种方法的估计函数 $R_a^a(\tau)$ 、 $R_b^a(\tau)$ 和 $R_c^a(\tau)$ 统称为广义循环相关函数 $R_g^a(\tau)$, 通过对广义循环相关函数的模进行峰值检测即可获得时延估计.

$$\hat{D} = \arg \max_{\tau} (|R_g^a(\tau)|) \quad (17)$$

1.2 循环相位谱法

循环相关函数与循环谱互为傅里叶变换, 故广义循环相关函数含有的时延信息可由其对应的循环谱的相位谱得到. 文献[5]提出了循环相位谱法(CLP). 该方法利用循环相位谱中含有的时延信息进行时延估计. 广义循环相关函数的相位谱 $\varphi(f)$ 可以通过下面两式得到:

$$\varphi_b(f) \triangleq \arg[S_{yx}^a(f)/S_x^a(f)] \quad (18)$$

$$\varphi_c(f) \triangleq \arg[S_{yx}^a(f)(S_x^a(f))^*] \quad (19)$$

$\varphi_b(f)$ 和 $\varphi_c(f)$ 统称为广义循环相位谱, CLP 的时延计算公式为

$$\hat{D} = -\frac{1}{2\pi} \left[\int f\varphi(f)df \right] / \left[\int f^2 df \right] \quad (20)$$

实际应用中可以通过对广义循环相位谱 $\varphi(f)$ 加权进一步提高 CLP 的效率^[5].

1.3 信号选择性自适应法

自适应时延估计方法是基于自适应滤波器和自适应信号处理技术提出的,把时延估计问题转化为滤波器参数估计.在最优准则约束下,通过自适应滤波器的自动调节,实现参数的最优化进而获得时延估计.观察式(5)和(6)不难发现,循环相关函数不仅完整地保留了信号的时延信息,更为重要的是循环自相关函数 $R_x^a(\tau)$ 与循环互相关函数 $R_{yx}^a(\tau)$ 具有类似于信号模型 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的相似性.利用循环相关函数的这一特点结合自适应时延估计方法原理,文献[10]提出了基于信号循环相关函数的信号选择性自适应时延估计方法(CATDE).该方法以式(5)和(6)为信号模型,构建一个横向自适应滤波器,循环自相关函数为滤波器的输入,循环互相关函数为参考,利用最速下降法实现滤波器系数自适应调节,当滤波器收敛时滤波器系数模的最大值对应的坐标即为时延估计值.信号选择性自适应法充分利用了信号循环相关函数抗干扰能力强的特点,具有收敛速度快、时延估计精度高,并且可以对时变时延跟踪估计的特点.

1.4 循环互模糊函数法(CCA)

研究表明,动态目标的多普勒频移会改变信号的循环频率.针对这一问题,Huang 提出了循环互模糊函数(CCA),并研究了基于循环互模糊函数的时延与多普勒联合估计方法^[11].信号 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的循环互模糊函数定义为

$$C_{yx}^{\alpha-f,a}(\tau, f) \triangleq \int R_{yx}^{\alpha-f}(u) (R_x^a(u - \tau))^* e^{j\pi f u} du \quad (21)$$

其中 f 代表多普勒频移.与广义循环互相关法相似,通过对循环互模糊函数的模进行二维峰值检测即可得到时延和多普勒联合估计:

$$(\tau = \hat{D}, f = \hat{f}_d) = \arg \max_{\tau, f} (|C_{yx}^{\alpha-f,a}(\tau, f)|) \quad (22)$$

2 循环时延估计方法的相互关系

2.1 广义循环互相关法与循环相位谱法的关系

为了分析论证广义循环互相关法与循环相位谱法的关系,将广义相关时延估计方法中加权功

率谱密度函数^[1]这一概念进行推广,提出循环加权谱相关函数 $G_{yx}^a(f)$. 1.1 中定义的广义循环相关函数 $R_g^a(\tau)$ 可以统一表示为循环加权谱相关函数的傅里叶逆变换形式,即

$$R_g^a(\tau) = F^{-1}[G_{yx}^a(f)] \quad (23)$$

循环加权谱相关函数 $G_{yx}^a(f)$ 可以表示为

$$G_{yx}^a(f) = H^a(f) S_{yx}^a(f) \quad (24)$$

其中 $H^a(f)$ 称为循环相关加权函数.观察式(24)可知,当循环频率 $\alpha = 0$ 时,循环加权谱相关函数退化为广义加权功率谱密度函数.显然,如果 $H^a(f) = 1/S_x^a(f)$,则 $R_g^a(\tau)$ 为 SPECCORR 的广义循环相关函数 $R_b^a(\tau)$.不难发现,SPECCORR 实际上是循环频域 Roth 处理器.若 $H^a(f) = (S_x^a(f))^*$,则 $R_g^a(\tau)$ 为 SPECCOA 的广义循环相关函数 $R_c^a(\tau)$.进一步可以将循环加权谱相关函数 $G_{yx}^a(f)$ 表示为循环幅度谱与广义循环相位谱乘积的形式.

$$G_{yx}^a(f) = |G_{yx}^a(f)| e^{j\phi(f)} \quad (25)$$

因此,广义循环相关函数也可以表示为

$$R_g^a(\tau) = F^{-1}[|H^a(f) S_{yx}^a(f)| e^{j\phi(f)}] \quad (26)$$

对比式(23)和(26)可知,广义循环相关函数 $R_g^a(\tau)$ 既可以表示为循环相关加权函数 $H^a(f)$ 与循环互谱 $S_{yx}^a(f)$ 乘积的傅里叶逆变换形式,又可以表示为循环幅度谱与广义循环相位谱乘积的傅里叶逆变换形式.因此,广义循环互相关法与循环相位谱法是等效的.

2.2 广义循环互相关法与信号选择性自适应法的关系

根据参量模型时延估计方法的原理,构造一个 FIR 横向滤波器,将 $R_x^a(\tau)$ 作为滤波器输入信号, $R_{yx}^a(\tau)$ 作为滤波器输出信号,则

$$R_{yx}^a(\tau) = \sum_{n=-M}^M h(n) R_x^a(\tau - n) \quad (27)$$

其中 $h(n)$ 为滤波器单位冲激响应.信号的时延信息包含在 $|h(n)|$ 的峰值中,峰值坐标对应时间延迟.

$$\hat{D} = \arg \max_n [|h(n)|] \quad (28)$$

通过 1.3 的分析可知,信号选择性自适应法利用参量模型法的原理,构造一个有限长度 FIR 自适应滤波器, $R_x^a(\tau)$ 为滤波器输入信号, $R_{yx}^a(\tau)$

为参考信号,利用最速下降法实现滤波器系数 $h(n)$ 自适应调节.因此,信号选择性自适应法是参量模型法的自适应实现形式.另一方面,如果对比式(27)两端做傅里叶变换可得

$$H(f) = S_{yx}^a(f)/S_x^a(f) \quad (29)$$

进而滤波器的单位冲激响应为

$$h(n) = F^{-1}[S_{yx}^a(f)/S_x^a(f)] \quad (30)$$

对比式(30)和(13)可知

$$h(u) = R_b^a(u) \quad (31)$$

式(31)说明参量模型时延估计方法与 SPECCORR 是等效的.因此,信号选择性自适应法是一种迭代实现的 SPECCORR.

2.3 广义循环互相关法与循环互模糊函数法的关系

循环互模糊函数的定义如式(21)所示,如果目标的多普勒频移为零,则相应循环互模糊函数为

$$C_{yx}^a(\tau, 0) = \int R_{yx}^a(u)(R_x^a(u-\tau))^* du \quad (32)$$

对式(32)进行整理可得

$$C_{yx}^a(\tau, 0) = \int S_{yx}^a(f)(S_x^a(f))^* e^{j2\pi f\tau} df \quad (33)$$

对比式(33)和式(15)可知,当多普勒频移为零时

$$C_{yx}^a(\tau, 0) = R_c^a(\tau) \quad (34)$$

因为 CCCC 和 SPECCOA 是等效的,所以又满足

$$C_{yx}^a(\tau, 0) = R_d^a(\tau) \quad (35)$$

因此,当多普勒频移为零时循环互模糊函数法(CCA)与 CCCC 和 SPECCOA 是等效的,CCCC 和 SPECCOA 是 CCA 的特例.

2.4 仿真分析

以下对循环时延估计方法的性能进行仿真分析,通过仿真实验验证几种方法之间的相互关系.实验中信号是载频 $f_c = 0.25 f_s$, 键控率 $\alpha_k = 0.0625 f_s$ 的 BPSK 信号.干扰是载频与 BPSK 信号相同,带宽为 $B = 0.1875 f_s$ 的 AM 信号,信噪比为 -3 dB.噪声为加性高斯白噪声.仿真中循环方法使用的循环频率为 $\alpha = \alpha_k$.虽然干扰与信号具有相同的载频和带宽,但是循环频率 $\alpha = \alpha_k$ 时干扰不具有循环平稳特性.图1为2000次 Monte Carlo 独立实验的仿真结果.仿真结果表明,在相同条件下不同循环时延估计方法之间的性能是具

有联系的,与理论分析结果一致.

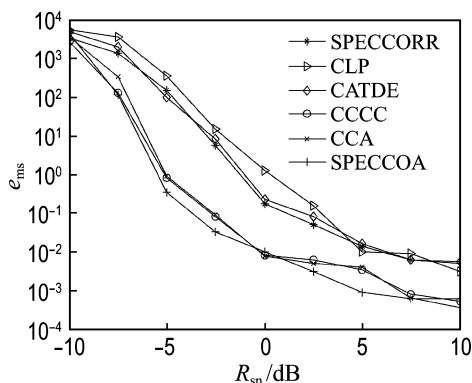


图1 高斯噪声和AM干扰条件下不同循环时延估计方法性能比较

Fig. 1 Performance of different estimators in the presence of AM interference and Gaussian noise

3 结论

循环统计量是处理循环平稳信号的有效工具,基于循环平稳特性的时延估计方法能够适应复杂的干扰和噪声环境,具有信号选择特性和较强的抗干扰能力.本文系统分析了几种基本循环时延估计方法的原理,根据原理将方法进行分类,从理论上论证了几种循环时延估计方法之间的关系,研究表明这几种方法之间存在内在联系. CCCC 与 SPECCOA 等效, SPECCOA 是 CCCC 的频域实现.广义循环互相关法与循环相位谱法是等效的.信号选择性自适应法是 SPECCORR 的自适应迭代实现.当多普勒频移为零时,循环互模糊函数法与 CCCC 和 SPECCOA 是等效的, CCCC 和 SPECCOA 是循环模糊互函数法的特例.这些结论对于深入研究循环时延估计方法具有一定的意义.

参考文献:

- [1] 王宏禹,邱天爽. 自适应噪声抵消与时间延迟估计 [M]. 大连:大连理工大学出版社, 1999.
WANG Hong-yu, QIU Tian-shuang. *Adaptive Noise Cancellation and Time Delay Estimation* [M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 1999. (in Chinese)
- [2] 邱天爽,王宏禹. 几种基本时延估计方法及其相互关

- 系[J]. 大连理工大学学报, 1996, **36**(4):493-498.
- QIU Tian-shuang, WANG Hong-yu. Relationship among methods of time delay estimation [J]. **Journal of Dalian University of Technology**, 1996, **36**(4):493-498. (in Chinese)
- [3] Gardner W A, Napolitano A, Paura L. Cyclostationarity: Half a century of research [J]. **Signal Processing**, 2006, **86**(4):639-697.
- [4] Chen Chih-kang. Spectral correlation characterization of modulated signals with application to signal detection and source location [D]. Davis: California University, 1989.
- [5] Gardner W A, Chen Chih-kang. Signal-selective time-difference-of-arrival estimation for passive location of man-made signal sources in highly corruptive environments, Part 1: Theory and method [J]. **IEEE Transactions on Signal Processing**, 1992, **40**(5):1168-1184.
- [6] Chen Chih-kang, Gardner W A. Signal-selective time-difference-of-arrival estimation for passive location of man-made signal sources in highly corruptive environments, Part 2: Algorithms and performance [J]. **IEEE Transactions on Signal Processing**, 1992, **40**(5):1185-1197.
- [7] Gardner W A, Spooner C M. Comparison of autocorrelation and cross-correlation methods for signal-selective TDOA estimation [J]. **IEEE Transactions on Communications**, 1992, **40**(10):2606-2608.
- [8] Gardner W A, Spooner C M. Detection and source location of weak cyclostationary signals: Simplifications of the maximum-likelihood receiver [J]. **IEEE Transactions on Communications**, 1993, **41**(6):905-916.
- [9] Guo Fong, Gardner W A, Schell S V. An algorithm for improved signal-selective time-difference estimation for cyclostationary signals [J]. **IEEE Signal Processing Letters**, 1994, **1**(2):38-40.
- [10] ZHANG Yan, WANG Chun-mei, Collins L M. Adaptive time delay estimation method with signal selectivity [C] // **IEEE International Conference on Acoustic Speech and Signal Processing Proceedings**. Orlando: IEEE Signal Processing Society, 2002: 1477-1480.
- [11] HUANG Zhi-tao, ZHOU Yi-yu. Multi-cycle estimator for time-difference of arrival (TDOA) and its performance [J]. **IEE Proceedings, Part F: Radar and Signal Processing**, 2006, **153**(5):381-388.
- [12] HUANG Zhi-tao, ZHOU Yi-yu, JIANG Wen-li. TDOA and Doppler estimation for cyclostationary signals based on multi-cycle frequencies [J]. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, 2008, **44**(4):1251-1264.

Relationship among cyclic time-difference-of-arrival estimation methods

LIU Yang^{1,2}, QIU Tian-shuang^{*1}, BI Feng¹

(1. Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. College of Electronic and Information Engineering, Inner Mongolia University, Huhhot 010021, China)

Abstract: The principles of several kinds of cyclic time-difference-of-arrival (TDOA) estimation methods are analyzed, and the methods are classified based on the principles. The relationship among these cyclic TDOA estimation methods is analyzed and demonstrated. The results show that the generalized cyclic cross correlation (GCCC) method is equivalent to the cyclic phase spectral method. The adaptive TDOA estimation with signal selectivity is the iterated realization of the spectral correlation ratio (SPECCORR) method. The correlated cyclic cross correlation (CCCC) and the spectral coherence alignment (SPECCOA) methods are special cases of the cyclic cross-ambiguity (CCA) function.

Key words: cyclostationary; signal selectivity; time-difference-of-arrival estimation; relationship