文章编号：1000-8608(2012)04-0599-06

一类非线性切换系统基于观测器的 H_∞ 输出跟踪控制

李莉莉*[1,2]， 邵 诚[1]

（1.大连理工大学 先进控制技术研究所，辽宁 大连 116024；
2.辽宁师范大学 数学学院，辽宁 大连 116029）

摘要： 对一类非线性切换系统，研究了其基于观测器的 H_∞ 输出跟踪控制问题.借助微分中值定理，将非线性切换系统转化为线性参数切换系统.当状态变量不可测或不易测时，基于平均驻留时间方法，给出系统在基于观测器的反馈控制器以及满足平均驻留时间条件的切换信号下带有权重的 H_∞ 输出跟踪控制问题可解的充分条件.仿真实例证明了设计方法的有效性.

关键词： 切换系统；H_∞ 输出跟踪控制；观测器；平均驻留时间
中图分类号： TP273 **文献标志码：** A

0 引 言

切换系统是由一组包含连续或离散时间的动态子系统和一条决定各子系统如何切换的切换信号所构成的，因其具有重要的理论和应用价值，近年来已成为众多学者关注的研究热点[1-4].对于多数实际控制系统而言，状态变量往往不可测或不易测，若要对系统进行分析和控制则需要重构系统的状态，因此基于观测器的控制问题显得尤为重要.针对切换系统，由于切换信号的设计不应依赖于不可测的状态信息，非切换系统中基于观测器的输出跟踪控制问题结果不再适用.

目前切换系统跟踪控制问题或用切换方法解决系统跟踪问题的已有结果还十分有限，且大多针对系统状态可测的情况.文献[5,6]以一个线性系统为参考模型，研究了线性切换时滞系统的模型参考 H_∞ 跟踪控制问题.文献[7]通过设计积分滑模面，研究了线性切换系统的自适应模型参考跟踪控制问题.文献[8,9]分别针对有坐标变换和无坐标变换两种情况，设计共同滑模面，研究了一类级联切换系统的输出跟踪控制问题，其中参考输出轨迹是给定的分段可微函数.以上文献均针对系统状态可测的情况.当状态不可测时，文献[10]研究了一类线性切换时滞系统基于观测器的模型参考 H_∞ 跟踪控制，设计了满足平均驻留时间条件的切换信号.到目前，系统状态不可测或不易测时的切换系统 H_∞ 输出跟踪问题的研究结果尚未见报道.

本文借助微分中值定理考虑一类带有Lipschitz非线性的切换系统基于观测器的 H_∞ 输出跟踪控制问题.当状态变量不可测或不易测时，同时设计观测器、基于观测器状态的跟踪控制器，以及满足平均驻留时间条件的切换信号，使得系统满足带有权重的 H_∞ 输出跟踪控制性能指标.

1 问题描述

考虑如下一类非线性切换系统：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}_\sigma\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_\sigma\boldsymbol{u}_\sigma(t)+\boldsymbol{D}_\sigma\boldsymbol{f}_\sigma(\boldsymbol{x}(t),\\ \qquad\boldsymbol{y}(t),\boldsymbol{u}_\sigma(t))+\boldsymbol{W}_\sigma\boldsymbol{\omega}(t)\\ \boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{C}_\sigma\boldsymbol{x}(t)\end{cases}\tag{1}$$

其中 $\sigma:\mathbf{R}^+\to M=\{1,2,\cdots,m\}$ 是待设计的右连续分段常值切换信号，$\boldsymbol{x}(t)\in\mathbf{R}^n$ 为状态向量，$\boldsymbol{u}_i\in\mathbf{R}^{m_i}$ 和 $\boldsymbol{\omega}\in\mathbf{R}^{h_i}$ 是属于 $L_2[0,\infty)$ 的表示第 i 个子系统的控制输入和干扰输入，$\boldsymbol{y}(t)\in\mathbf{R}^p$ 表示可测

收稿日期：2010-09-12； 修回日期：2012-03-31.
基金项目："九七三"国家重点基础研究发展计划资助项目(2007CB714006)；国家自然科学基金资助项目(61074020).
作者简介：李莉莉*(1982-)，女，博士，讲师，E-mail:tolili@gmail.com；邵 诚(1958-)，男，教授，博士生导师.

输出，对 $\forall i \in M$，$\boldsymbol{A}_i$、$\boldsymbol{B}_i$、$\boldsymbol{C}_i$、$\boldsymbol{D}_i$ 和 $\boldsymbol{W}_i$ 是具有适当维数的常数矩阵，且式(1)满足下列假设：

假设 1 $(\boldsymbol{A}_i, \boldsymbol{B}_i)$ 是可控的，$(\boldsymbol{A}_i, \boldsymbol{C}_i)$ 是可观测的.

假设 2 非线性函数 $\boldsymbol{f}_i: \boldsymbol{R}^n \times \boldsymbol{R}^p \times \boldsymbol{R}^{m_i} \mapsto \boldsymbol{R}^{q_i}$ 关于 $\boldsymbol{x}$ 是可微的，并且满足

$$\underline{f}_{jk}^i \leqslant \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_k}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{u}_i) \leqslant \overline{f}_{jk}^i$$

其中 $\underline{f}_{jk}^i = \inf\limits_{\boldsymbol{z} \in \boldsymbol{R}^n \times \boldsymbol{R}^p \times \boldsymbol{R}^{m_i}} \left\{ \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_k}(\boldsymbol{z}) \right\}$，$\overline{f}_{jk}^i = \sup\limits_{\boldsymbol{z} \in \boldsymbol{R}^n \times \boldsymbol{R}^p \times \boldsymbol{R}^{m_i}} \left\{ \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_k}(\boldsymbol{z}) \right\}$，$f_{ij}$ 表示 $\boldsymbol{f}_i$ 的第 j 个分量($j \in \{1, 2, \cdots, n\}$)，$x_k$ 表示 $\boldsymbol{x}$ 的第 k 个分量($k = 1, 2, \cdots, n$)，$\boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{u}_i) \equiv \boldsymbol{0}$.

本文所考虑的 H_∞ 输出跟踪控制问题的目的是设计适当的控制器、观测器和切换信号，使系统(1)的输出 $\boldsymbol{y}(t)$ 跟踪一个满足跟踪性能指标的参考信号 $\boldsymbol{y}_r(t)$. 给定产生参考信号 $\boldsymbol{y}_r(t)$ 的参考模型为

$$\begin{cases} \boldsymbol{y}_r(t) = \boldsymbol{C}_r \boldsymbol{x}_r(t) & (2a) \\ \dot{\boldsymbol{x}}_r(t) = \boldsymbol{A}_r \boldsymbol{x}_r(t) + \boldsymbol{B}_r \boldsymbol{r}(t) & (2b) \end{cases}$$

其中 $\boldsymbol{y}_r(t) \in \boldsymbol{R}^p$，为参考模型输出；$\boldsymbol{x}_r(t) \in \boldsymbol{R}^n$，为参考状态；$\boldsymbol{r}(t) \in \boldsymbol{R}^r$，属于 $L_2[0, \infty)$ 的参考输入；$\boldsymbol{A}_r$、$\boldsymbol{B}_r$、$\boldsymbol{C}_r$ 具有适当维数，且 $\boldsymbol{A}_r$ 是 Hurwitz 的.

假设 3 对于参考模型(2)，存在正常数 λ_0 和正定矩阵 $\boldsymbol{P}_r$ 使下式成立：

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{A}_r^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_r + \boldsymbol{P}_r \boldsymbol{A}_r + 3\boldsymbol{C}_r^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_r + \lambda_0 \boldsymbol{P}_r + \boldsymbol{I} & \boldsymbol{P}_r \boldsymbol{B}_r \\ \boldsymbol{B}_r^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_r & -\gamma^2 \boldsymbol{I} \end{Bmatrix} < \boldsymbol{0} \quad (3)$$

对系统(1)设计如下的状态观测器：

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}(t) = \boldsymbol{A}_\sigma \hat{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{B}_\sigma \boldsymbol{u}_\sigma(t) + \boldsymbol{D}_\sigma \boldsymbol{f}_\sigma(\hat{\boldsymbol{x}}(t), \boldsymbol{y}(t), \boldsymbol{u}_\sigma(t)) + \boldsymbol{L}_\sigma(\boldsymbol{y}(t) - \hat{\boldsymbol{y}}(t)) \quad (4a)$$

$$\hat{\boldsymbol{y}}(t) = \boldsymbol{C}_\sigma \hat{\boldsymbol{x}}(t) \quad (4b)$$

以及反馈控制器

$$\boldsymbol{u}_\sigma(t) = \boldsymbol{K}_\sigma \hat{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{F}_\sigma \boldsymbol{x}_r(t) \quad (5)$$

其中 $\hat{\boldsymbol{x}}(t)$ 表示状态 $\boldsymbol{x}(t)$ 的估计，$\boldsymbol{K}_i$、$\boldsymbol{F}_i \in \boldsymbol{R}^{m_i} \times \boldsymbol{R}^n$，是待设计的控制器增益矩阵，$\boldsymbol{L}_i \in \boldsymbol{R}^n \times \boldsymbol{R}^p$ 是待设计的观测器增益矩阵.

给出定义在 $\boldsymbol{R}^{q_i n}$ 空间上的集合 $\boldsymbol{H}_{q_i, n}^i = \{\boldsymbol{v}^i = (v_{11}^i \quad \cdots \quad v_{1n}^i \quad \cdots \quad v_{q_i n}^i) : \underline{f}_{jk}^i \leqslant v_{jk}^i \leqslant \overline{f}_{jk}^i, j = 1, 2, \cdots, q_i, k = 1, 2, \cdots, n\}$，$\forall i \in M$. 每个集合 $\boldsymbol{H}_{q_i, n}^i$ 在 $\boldsymbol{R}^{q_i n}$ 上都是有界的凸区域，其顶点集合为 $\boldsymbol{V}_{q_i, n}^i = \{\boldsymbol{\alpha}^i = (\alpha_{11}^i \quad \cdots \quad \alpha_{1n}^i \quad \cdots \quad \alpha_{q_i n}^i) : \alpha_{jk}^i \in \{\underline{f}_{jk}^i, \overline{f}_{jk}^i\}\}$.

由式(1)、(2)可知，估计误差 $\boldsymbol{e}(t) = \hat{\boldsymbol{x}}(t) - \boldsymbol{x}(t)$ 满足动态

$$\dot{\boldsymbol{e}}(t) = \boldsymbol{A}_\sigma \boldsymbol{e}(t) + \boldsymbol{D}_\sigma(\boldsymbol{f}_\sigma(\hat{\boldsymbol{x}}(t), \boldsymbol{y}(t), \boldsymbol{u}_\sigma(t)) - \boldsymbol{f}_\sigma(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{y}(t), \boldsymbol{u}_\sigma(t))) + \boldsymbol{L}_\sigma(\boldsymbol{y}(t) - \hat{\boldsymbol{y}}(t)) - \boldsymbol{W}_\sigma \boldsymbol{\omega}(t) \quad (6)$$

定义仿射矩阵函数

$$\boldsymbol{A}_i(\boldsymbol{v}^i) = \boldsymbol{A}_i + \boldsymbol{D}_i \sum_{j=1}^{q_i} \sum_{k=1}^{n} v_{jk}^i \boldsymbol{e}_{q_i}(j) \boldsymbol{e}_n^{\mathrm{T}}(k); \ \boldsymbol{v}^i \in \boldsymbol{H}_{q_i, n}^i \quad (7)$$

由微分中值定理[11]可知，存在 $\boldsymbol{z}_j(t) \in \mathrm{Co}(\boldsymbol{x}(t), \hat{\boldsymbol{x}}(t))$ 使得

$$\boldsymbol{f}_i(\hat{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{u}_i) - \boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{u}_i) = \left(\sum_{j=1}^{q_i} \sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{e}_{q_i}(j) \boldsymbol{e}_n^{\mathrm{T}}(k) \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_k}(\boldsymbol{z}_j, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{u}_i) \right) \boldsymbol{e} \quad (8)$$

这里 $\mathrm{Co}(\boldsymbol{x}(t), \hat{\boldsymbol{x}}(t)) = \{\alpha \boldsymbol{x}(t) + (1 - \alpha) \hat{\boldsymbol{x}}(t), 0 \leqslant \alpha \leqslant 1\}$，表示 $\boldsymbol{x}(t)$、$\hat{\boldsymbol{x}}(t)$ 的凸包.

根据式(7)、(8)以及 $\boldsymbol{h}^i(t) = (h_{11}^i(t) \quad \cdots \quad h_{1n}^i(t) \quad \cdots \quad h_{q_i n}^i(t))$，$h_{jk}^i(t) = \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_k}(\boldsymbol{z}_j, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{u}_i)$，估计误差系统(6)可被重写为

$$\dot{\boldsymbol{e}}(t) = (\boldsymbol{A}_\sigma(\boldsymbol{h}^\sigma(t)) - \boldsymbol{L}_\sigma \boldsymbol{C}_\sigma) \boldsymbol{e}(t) - \boldsymbol{W}_\sigma \boldsymbol{\omega}(t) \quad (9)$$

由 $\boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{u}_i) \equiv \boldsymbol{0}$ 和式(8)知，存在 $\overline{\boldsymbol{z}}_j(t) \in \mathrm{Co}(\boldsymbol{0}, \hat{\boldsymbol{x}})$，使得 $\boldsymbol{D}_i \boldsymbol{f}_i(\hat{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{u}_i) = (\boldsymbol{A}_i(\tilde{\boldsymbol{h}}^i(t)) - \boldsymbol{A}_i) \hat{\boldsymbol{x}}(t)$，其中与 $\boldsymbol{h}^i(t)$ 类似可定义 $\tilde{\boldsymbol{h}}^i(t) = (\tilde{h}_{11}^i(t) \quad \cdots \quad \tilde{h}_{1n}^i(t) \quad \cdots \quad \tilde{h}_{q_i n}^i(t))$，$\tilde{h}_{jk}^i(t) = \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_k}(\tilde{\boldsymbol{z}}_j, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{u}_i)$. 因此若记 $\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t) = (\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t) \quad \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t) \quad \boldsymbol{x}_r^{\mathrm{T}}(t))^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t) = (\boldsymbol{0} \quad \boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}(t) \quad \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(t))^{\mathrm{T}}$，则联立观测器系统(4a)、误差系统(9)、参考模型(2b)以及控制器(5)，可得闭环增广系统

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}(t) = \tilde{\boldsymbol{A}}_\sigma \tilde{\boldsymbol{x}}(t) + \tilde{\boldsymbol{B}}_\sigma \boldsymbol{v}(t) \quad (10)$$

其中

$$\tilde{\boldsymbol{A}}_i = \begin{pmatrix} \boldsymbol{A}_i(\tilde{\boldsymbol{h}}^i(t)) + \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{K}_i & -\boldsymbol{L}_i \boldsymbol{C}_i & \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{F}_i \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_i(\boldsymbol{h}^i(t)) - \boldsymbol{L}_i \boldsymbol{C}_i & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_r \end{pmatrix}$$

$$\widetilde{\boldsymbol{B}}_i=\begin{pmatrix}\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&-\boldsymbol{W}_i&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}\end{pmatrix}$$

此时系统(1)基于观测器的 H_∞ 输出跟踪控制问题转化为系统(10)的 H_∞ 镇定问题.

定义 1　若存在控制输入 $\boldsymbol{u}_i$ 以及切换信号 $i=\sigma(t)$ 使得满足切换系统(1)和参考模型(2)假设条件的闭环增广系统(10)当 $\boldsymbol{v}\equiv\boldsymbol{0}$ 时，是指数稳定的；当 $\boldsymbol{v}\neq\boldsymbol{0}$ 时，满足带有权重 $\mathrm{e}^{-\lambda t}$ 的性能指标：

$$\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t}(\boldsymbol{y}(t)-\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}}(t))^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y}(t)-\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}}(t))\mathrm{d}t\leqslant \gamma^2\int_0^\infty \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{v}(t)\mathrm{d}t+\phi(\boldsymbol{x}(0)) \tag{11}$$

则称切换系统(1)具有带有权重 $\mathrm{e}^{-\lambda t}$ 的 H_∞ 输出跟踪性能，其中 $\gamma>0$ 是给定的干扰抑制水平常数，$\boldsymbol{x}(0)$ 是初始状态，$\phi(\cdot)$ 是某个实值函数.

定义 2[4]　对任意 $t>\tau\geqslant 0$，令 $\mathrm{N}_\sigma(\tau,t)$ 表示切换信号 $\sigma(t)$ 在时间间隔 (τ,t) 上的切换次数，若存在常数 $\mathrm{N}_0\geqslant 0$，$\tau_{\mathrm{a}}>0$ 使得

$$\mathrm{N}_\sigma(\tau,t)\leqslant \mathrm{N}_0+(t-\tau)/\tau_{\mathrm{a}}$$

其中 τ_{a} 称为平均驻留时间，N_0 为抖动界.

引理 1[12]　设 $\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{N}$ 是有适当维数的实矩阵，对于具有适当维数的正定矩阵 $\boldsymbol{Z}$ 和正常数 β，有

$$\boldsymbol{M}\boldsymbol{N}+\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\leqslant\beta^{-1}\boldsymbol{M}\boldsymbol{Z}^{-1}\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}+\beta\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{N}$$

2　主要结果

下面将利用平均驻留时间方法，通过设计观测器、跟踪控制器以及切换信号，给出保证切换系统(1)基于观测器的具有权重的 H_∞ 输出跟踪控制问题可解的充分条件.

定理 1　在假设 1 ～ 3 下，如果存在正常数 γ、λ_0，矩阵 $\boldsymbol{Y}_i$、$\boldsymbol{R}_i$、$\boldsymbol{F}_i$，正定矩阵 $\boldsymbol{Q}_i$、$\boldsymbol{S}_i$，使得

$$\textbf{block-diag}\{\boldsymbol{\Psi}_i(\boldsymbol{\alpha}_1^i),\boldsymbol{\Psi}_i(\boldsymbol{\alpha}_2^i),\cdots,\boldsymbol{\Psi}_i(\boldsymbol{\alpha}_{2^{q_i n}}^i)\}<\boldsymbol{0} \tag{12}$$

$$\textbf{block-diag}\{\boldsymbol{\Gamma}_i(\boldsymbol{\alpha}_1^i),\boldsymbol{\Gamma}_i(\boldsymbol{\alpha}_2^i),\cdots,\boldsymbol{\Gamma}_i(\boldsymbol{\alpha}_{2^{q_i n}}^i)\}<\boldsymbol{0} \tag{13}$$

对任意的 $i\in M$，$j=1,2^1,2^2,\cdots,2^{q_i n}$、$\boldsymbol{\alpha}_j^i\in\boldsymbol{V}_{q_i,n}^i$ 成立，那么反馈控制器(5)和满足平均驻留时间

$$\tau_{\mathrm{a}}\geqslant\tau_{\mathrm{a}}^*=\ln\mu/\lambda;\ \lambda\in(0,\lambda_0) \tag{14}$$

的切换信号，能够使得切换系统(1)的 H_∞ 输出跟踪控制问题可解，其中控制器增益矩阵 $\boldsymbol{K}_i=\boldsymbol{Y}_i\boldsymbol{P}_i$，$\boldsymbol{P}_i=\boldsymbol{Q}_i^{-1}$，$\boldsymbol{F}_i$ 可由式(12)求解，观测器增益矩阵 $\boldsymbol{L}_i=\boldsymbol{S}_i^{-1}\boldsymbol{R}_i$，常数 $\mu\geqslant 1$ 满足

$$\boldsymbol{P}_i\leqslant\mu\boldsymbol{P}_j,\boldsymbol{S}_i\leqslant\mu\boldsymbol{S}_j;\ \forall\, i,j\in M \tag{15}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_i(\boldsymbol{\alpha}_j^i)=\begin{pmatrix}\boldsymbol{\Phi}_i(\boldsymbol{\alpha}_j^i)&\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{F}_i\\ \boldsymbol{C}_i\boldsymbol{Q}_i&-\frac{1}{3}\boldsymbol{I}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{0}&-\boldsymbol{I}\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_i(\boldsymbol{\alpha}_j^i)=\begin{pmatrix}\boldsymbol{\Xi}_i(\boldsymbol{\alpha}_j^i)&\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{W}_i\\ \boldsymbol{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_i&-\gamma^2\boldsymbol{I}\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_i(\boldsymbol{\alpha}_j^i)=\boldsymbol{A}_i(\boldsymbol{\alpha}_j^i)\boldsymbol{Q}_i+\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\alpha}_j^i)+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{Y}_i+\boldsymbol{Y}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{L}_i\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}+\lambda_0\boldsymbol{Q}_i$$

$$\boldsymbol{\Xi}_i(\boldsymbol{\alpha}_j^i)=\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\alpha}_j^i)\boldsymbol{S}_i+\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{A}_i(\boldsymbol{\alpha}_j^i)-\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{R}_i\boldsymbol{C}_i+4\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_i+\lambda_0\boldsymbol{S}_i$$

证明　对闭环增广系统(10)，选取如下 Lyapunov 候选函数：

$$\mathrm{V}(\widetilde{\boldsymbol{x}}(t))=\mathrm{V}_\sigma(\widetilde{\boldsymbol{x}}(t))=\widetilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\widetilde{\boldsymbol{P}}_\sigma\widetilde{\boldsymbol{x}}(t)=\widetilde{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\begin{pmatrix}\boldsymbol{P}_\sigma&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{S}_\sigma&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{P}_{\mathrm{r}}\end{pmatrix}\widetilde{\boldsymbol{x}}(t) \tag{16}$$

其中 $\boldsymbol{P}_i$、$\boldsymbol{S}_i$、$\boldsymbol{P}_{\mathrm{r}}$ 是分别满足式(12)、(13)和假设 3 的正定矩阵.

首先证明当 $\boldsymbol{v}\neq\boldsymbol{0}$ 时，式(11)成立. 为简便设 $t_i(i\geqslant 0)$ 表示第 i 个切换时刻，在 $[t_i,t_{i+1})$ 内第 i 个子系统被激活. 沿系统(10)求 Lyapunov 候选函数(16)的导数，并应用引理 1 可得

$$\begin{aligned}&\dot{\mathrm{V}}_i(\widetilde{\boldsymbol{x}})+\lambda_0\mathrm{V}_i(\widetilde{\boldsymbol{x}})+(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}})-\gamma^2\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v}\leqslant\\ &\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}(\widetilde{\boldsymbol{h}}^i)\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_i(\widetilde{\boldsymbol{h}}^i)+\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}+3\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_i+\lambda_0\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{L}_i\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i)\hat{\boldsymbol{x}}+\\ &\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{h}^i)\boldsymbol{S}_i+\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{A}_i(\boldsymbol{h}^i)-\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_i-\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{L}_i\boldsymbol{C}_i+4\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_i+\lambda_0\boldsymbol{S}_i+\gamma^{-2}\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{W}_i\boldsymbol{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_i)\boldsymbol{e}+\\ &\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{\mathrm{r}}+\boldsymbol{P}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{A}_{\mathrm{r}}+3\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{r}}+\lambda_0\boldsymbol{P}_{\mathrm{r}}+\boldsymbol{I}+\gamma^{-2}\boldsymbol{P}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{\mathrm{r}})\boldsymbol{x}_{\mathrm{r}}\end{aligned} \tag{17}$$

另一方面，由 Schur 补定理知，对 $\forall\,\boldsymbol{\alpha}_j^i\in\boldsymbol{V}_{q_i,n}^i$，式(12)等价于 $\boldsymbol{\Phi}_i(\boldsymbol{\alpha}_j^i)+\frac{1}{3}\boldsymbol{Q}_i\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_i\boldsymbol{Q}_i+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}<\boldsymbol{0}$. 左右两端同时乘 $\boldsymbol{P}_i$(即 $\boldsymbol{Q}_i^{-1}$)，并考虑 $\boldsymbol{Y}_i=\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{Q}_i$ 可得

$$\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\alpha}_j^i)\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_i(\boldsymbol{\alpha}_j^i)+\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}+3\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_i+\lambda_0\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{L}_i\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i<\boldsymbol{0} \tag{18}$$

与式(12)等价.定义矩阵函数

$$\begin{aligned}\boldsymbol{G}_i(\tilde{\boldsymbol{h}}^i)=&\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}(\tilde{\boldsymbol{h}}^i)\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_i(\tilde{\boldsymbol{h}}^i)+\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i+\\&\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}+3\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_i+\lambda_0\boldsymbol{P}_i+\\&\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{L}_i\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i\end{aligned}$$

根据$\tilde{\boldsymbol{h}}^i$和$\boldsymbol{h}^i$的定义,很容易找到共同的顶点凸集$\boldsymbol{V}^i_{q_i,n}$.由于$\boldsymbol{G}_i(\cdot)$是关于$\tilde{\boldsymbol{h}}^i(t)$的仿射矩阵函数,利用凸区域的性质和式(18)可知,对所有$\tilde{\boldsymbol{h}}^i(t)$有$\boldsymbol{G}_i(\tilde{\boldsymbol{h}}^i(t))<\boldsymbol{0}$,即

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}(\tilde{\boldsymbol{h}}^i)\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{A}_i(\tilde{\boldsymbol{h}}^i)+\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}+\\&3\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_i+\lambda_0\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{L}_i\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i+\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i<\boldsymbol{0}\end{aligned}\tag{19}$$

类似地,对所有的$\boldsymbol{h}^i(t)\in\boldsymbol{H}^i_{q_i,n}$并考虑$\boldsymbol{R}_i=\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{L}_i$,由式(13)可得

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{h}^i)\boldsymbol{S}_i+\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{A}_i(\boldsymbol{h}^i)-\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_i-\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{L}_i\boldsymbol{C}_i+\\&4\boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_i+\lambda_0\boldsymbol{S}_i+\gamma^{-2}\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{W}_i\boldsymbol{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_i<\boldsymbol{0}\end{aligned}\tag{20}$$

成立.根据假设3,并将式(19)、(20)代入式(17)可得

$$\dot{V}_i(\tilde{\boldsymbol{x}}(t))+\lambda_0V_i(\tilde{\boldsymbol{x}}(t))+\Gamma(t)<0\tag{21}$$

其中$\Gamma(t)=(\boldsymbol{y}(t)-\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}}(t))^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y}(t)-\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}}(t))-\gamma^2\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{v}(t)$.当$t\in[t_k,t_{k+1})$,对式(21)两端从$t_k$到$t$积分可得

$$\begin{aligned}V(\tilde{\boldsymbol{x}}(t))=V_{\sigma(t)}(\tilde{\boldsymbol{x}}(t))\leqslant&\mathrm{e}^{-\lambda_0(t-t_k)}V_{\sigma(t_k)}(\tilde{\boldsymbol{x}}(t_k))-\\&\int_{t_k}^{t}\mathrm{e}^{-\lambda_0(t-s)}\Gamma(s)\mathrm{d}s\end{aligned}\tag{22}$$

再由式(15)知$V(\tilde{\boldsymbol{x}}(t))\leqslant\mu V_{\sigma(t_k^-)}(\tilde{\boldsymbol{x}}(t_k^-))$,$k=1,2,\cdots$.令$t_0=0$,结合式(22)有

$$\begin{aligned}V(\tilde{\boldsymbol{x}}(t))\leqslant&\mu\mathrm{e}^{-\lambda_0(t-t_k)}V_{\sigma(t_k^-)}(\tilde{\boldsymbol{x}}(t_k^-))-\\&\int_{t_k}^{t}\mathrm{e}^{-\lambda_0(t-s)}\Gamma(s)\mathrm{d}s\leqslant\\&\mu^k\mathrm{e}^{-\lambda_0 t}V_{\sigma(0)}(\tilde{\boldsymbol{x}}(0))-\\&\mu^k\int_0^{t_1}\mathrm{e}^{-\lambda_0(t-s)}\Gamma(s)\mathrm{d}s-\\&\mu^{k-1}\int_{t_1}^{t_2}\mathrm{e}^{-\lambda_0(t-s)}\Gamma(s)\mathrm{d}s-\cdots-\\&\int_{t_k}^{t}\mathrm{e}^{-\lambda_0(t-s)}\Gamma(s)\mathrm{d}s=\\&\mathrm{e}^{-\lambda_0 t+N_\sigma(0,t)\ln\mu}V(\tilde{\boldsymbol{x}}(0))-\\&\int_0^t\mathrm{e}^{-\lambda_0(t-s)+N_\sigma(s,t)\ln\mu}\Gamma(s)\mathrm{d}s\end{aligned}\tag{23}$$

注意到$N_\sigma(0,t)\leqslant N_0+t/\tau_a$以及式(14),且$N_0>0$,则有$N_\sigma(0,t)\ln\mu\leqslant N_0\ln\mu+\lambda t$.对式(23)左右两端同时乘以$\mathrm{e}^{-N_\sigma(0,t)\ln\mu}$,又由$V(\tilde{\boldsymbol{x}}(t))>0$可得

$$\begin{aligned}&\int_0^t\mathrm{e}^{-\lambda_0(t-s)-\lambda s-N_0\ln\mu}(\boldsymbol{y}(s)-\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}}(s))^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y}(s)-\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}}(s))\mathrm{d}s\leqslant\\&\mathrm{e}^{-\lambda_0 t}V(\tilde{\boldsymbol{x}}(0))+\gamma^2\int_0^t\mathrm{e}^{-\lambda_0(t-s)-N_0\ln\mu}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{v}(s)\mathrm{d}s.\end{aligned}$$

对上式两端从$t=0$到∞进行积分并重新安排积分顺序即可得到式(11).

其次,证明当$\boldsymbol{v}\equiv\boldsymbol{0}$时闭环增广系统(10)是指数稳定的.由式(21)可得$\dot{V}_i(\tilde{\boldsymbol{x}}(t))<-\lambda_0V_i(\tilde{\boldsymbol{x}}(t))$.类似前面的证明可得$V(\tilde{\boldsymbol{x}}(t))\leqslant\mathrm{e}^{N_\sigma(0,t)\ln\mu-\lambda_0 t}V(\tilde{\boldsymbol{x}}(0))$.由式(16)有$\underline{\alpha}\|\tilde{\boldsymbol{x}}(t)\|^2\leqslant V(\tilde{\boldsymbol{x}}(t))\leqslant\overline{\alpha}\|\tilde{\boldsymbol{x}}(t)\|^2$,其中$\underline{\alpha}=\min\{\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_i),\lambda_{\min}(\boldsymbol{S}_i),\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_{\mathrm{r}});i\in M\}$,$\overline{\alpha}=\max\{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_i),\lambda_{\max}(\boldsymbol{S}_i),\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_{\mathrm{r}});i\in M\}$,则

$$\begin{aligned}\|\tilde{\boldsymbol{x}}(t)\|^2\leqslant&\frac{1}{\underline{\alpha}}V(\tilde{\boldsymbol{x}}(t))\leqslant\frac{1}{\underline{\alpha}}\mathrm{e}^{N_\sigma(0,t)\ln\mu-\lambda_0 t}V(\tilde{\boldsymbol{x}}(0))\leqslant\\&\frac{\overline{\alpha}}{\underline{\alpha}}\mathrm{e}^{N_\sigma(0,t)\ln\mu-\lambda_0 t}\|\tilde{\boldsymbol{x}}(0)\|^2\end{aligned}$$

因此$\|\tilde{\boldsymbol{x}}(t)\|\leqslant\sqrt{\overline{\alpha}/\underline{\alpha}}\,\mathrm{e}^{(N_\sigma(0,t)\ln\mu-\lambda_0 t)/2}\|\tilde{\boldsymbol{x}}(0)\|$,即对$\forall\,t\geqslant0$有$\|\tilde{\boldsymbol{x}}(t)\|\leqslant\sqrt{\overline{\alpha}/\underline{\alpha}}\,\mu^{N_0/2}\mathrm{e}^{-(\lambda_0-\lambda)t/2}\|\tilde{\boldsymbol{x}}(0)\|$.这表明当$\boldsymbol{v}(t)=\boldsymbol{0}$时,闭环增广系统(10)在满足平均驻留时间(14)的任意切换信号作用下,对任意的$N_0>0$,都是全局指数稳定的.证毕.

注1 当$\mu=1$时,分段Lyapunov函数演变成切换系统(10)的共同Lyapunov函数.此时切换系统(1)的具有权重的H_∞输出跟踪控制问题在任意切换律下都是可解的.此外,令$\lambda=0$,文献[13]指出此时可以借助线性矩阵不等式方法将得到任意切换下的渐近稳定的结果.

注2 $N_0=0$表明在任意长度小于τ_a的时间间隔内都没有切换的发生,即相邻的两个切换时刻的时间间隔至少是τ_a,这种情形也就是所说的一般驻留时间方法.因此本文中取$N_0>0$更具有一般性.

3 仿真算例

考虑$M=\{1,2\}$时的切换系统(1)及参考系统(2),其中

$$\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}-1&-2\\-1&1\end{bmatrix},\ \boldsymbol{A}_2=\begin{bmatrix}-2&-1\\1&-1\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}_1=\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix},\ \boldsymbol{B}_2=\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix},\ \boldsymbol{D}_1=\begin{pmatrix}-0.2\\1.0\end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{D}_2=\begin{pmatrix}-1.0\\-0.4\end{pmatrix},\ \boldsymbol{W}_1=\begin{pmatrix}0.2\\0.2\end{pmatrix},\ \boldsymbol{W}_2=\begin{pmatrix}0.3\\0.4\end{pmatrix},$$

$\boldsymbol{C}_1=(1\quad 2)$，$f_1=x_1+\mathrm{e}^{-t}x_2$，

$\boldsymbol{C}_2=(2\quad 1)$，$f_2=\cos(x_1-x_2)$，

$$\boldsymbol{A}_r=\begin{pmatrix}-1 & 0\\3 & -1\end{pmatrix},\ \boldsymbol{B}_r=\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix},\ \boldsymbol{C}_r=(1\quad 1)$$

选取 $\gamma=1$，$\lambda_0=0.80$，通过求解式(3)、(12)、(13)可解得控制器增益、观测器增益为

$\boldsymbol{K}_1=(-0.845\ 4\quad 7.882\ 3)$

$\boldsymbol{K}_2=(3.307\ 8\quad 0.481\ 1)$

$\boldsymbol{F}_1=(0.141\ 6\quad 0.379\ 4)$

$\boldsymbol{F}_2=(0.353\ 2\quad -0.160\ 9)$

$\boldsymbol{L}_1=(-5.486\ 3\quad 6.840\ 8)^{\mathrm{T}}$

$\boldsymbol{L}_2=(0.620\ 3\quad 0.797\ 1)^{\mathrm{T}}$

根据条件(15)，可知

$$\mu=\max\left\{\sup_{i,j\in M}\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{S}_i)}{\lambda_{\min}(\boldsymbol{S}_j)},\ \sup_{i,j\in M}\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_i)}{\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_j)}\right\}=8.024\ 0$$

取 $\lambda=0.78$，并通过求解式(14)有 $\tau_a^*=\dfrac{\ln\mu}{\lambda}=2.603\ 0$，满足平均驻留时间条件的切换信号如图 1 所示. 取干扰 $r(t)=\dfrac{\sin 10t}{2t}$，$\omega(t)=\dfrac{2\sin 10t}{t}$，初始状态 $\tilde{\boldsymbol{x}}(0)=(0.5\quad -0.5\quad 0.4\quad -0.4\quad 0.8\quad -0.8)^{\mathrm{T}}$，闭环增广切换系统的状态响应曲线如图 2 所示，表明了切换系统的状态 $\boldsymbol{x}(t)$ 在控制器(5)和所选取的切换信号作用下是全局有界的，并且其输出 $y(t)$ 能够很好地跟踪参考模型的输出 $y_r(t)$，如图 3 所示.

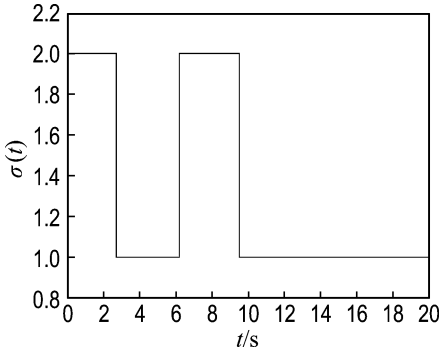

图 1　切换信号

Fig. 1　The switching signal

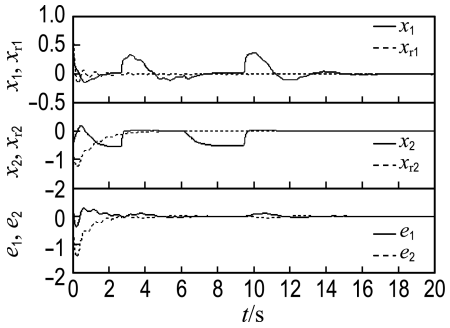

图 2　闭环增广系统的状态响应

Fig. 2　The state response of the augmented closed-loop system

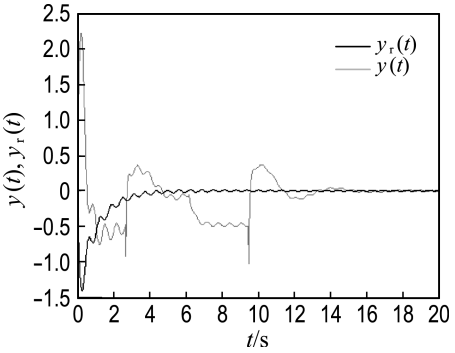

图 3　参考模型的输出 $y_r(t)$ 和切换系统的输出 $y(t)$

Fig. 3　The output $y_r(t)$ of the reference model and the output $y(t)$ of the switched system

4　结　论

本文利用平均驻留时间方法，讨论了一类非线性切换系统基于观测器的 H_∞ 输出跟踪控制问题. 当系统的状态不可测或不易测时，同时设计观测器、基于观测器状态的跟踪控制器以及满足平均驻留时间条件的切换信号，给出了系统满足权重性能指标的 H_∞ 输出跟踪控制问题可解的充分条件.

参考文献：

[1] Liberzon D, Morse A S. Basic problem in stability and design of switched systems [J]. **IEEE Control System Magazine**, 1999, **19**(5):59-70.

[2] Liberzon D. **Switching in Systems and Control** [M]. Boston:Birkhauser, 2003:1-166.

[3] SUN Zhen-dong, GE Shu-zhi. **Switched Linear Systems Control and Design** [M]. London: Springer-

Verlag, 2004:1-228.

[4] Hespanha J P, Morse A S. Stability of switched systems with average dwell-time [C] // **Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control**. Phoenix:IEEE Press, 1999:2655-2660.

[5] LI Qing-kui, Dimirovski G M, ZHAO Jun. Robust tracking control for switched linear systems with time-varying delays [J]. **IET Control Theory and Applications**, 2008, **2**(6):449-457.

[6] LI Qing-kui, ZHAO Jun, Dimirovski G M. Tracking control for switched linear systems with time-delay:a state-dependent switching method [J]. **Asian Journal of Control**, 2009, **11**(5):517-526.

[7] LIAN Jie, ZHAO Jun, Dimirovski G M. Model reference adaptive integral sliding mode control for switched delay systems [J]. **International Journal of Innovative Computing Information and Control**, 2008, **4**(8):2025-2032.

[8] WANG Min, ZHAO Jun, Dimirovski G M. Variable structure control method to the output tracking control of cascade nonlinear switched systems [J]. **IET Control Theory and Applications**, 2009, **3**(12):1634-1640.

[9] WANG Min, ZHAO Jun, Dimirovski G M. Output tracking control of nonlinear switched cascade systems using a variable structure control method [J]. **International Journal of Control**, 2010, **83**(2):394-403.

[10] LI Qing-kui, ZHAO Jun, LIU Xiang-jie, *et al*. Observer-based tracking control for switched linear systems with time-varying delay [J]. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, 2011, **21**(3):309-327.

[11] Zemouche A, Boutayeb M, Bara G I. Observers for a class of Lipschitz systems with extension to H_∞ performance analysis [J]. **Systems and Control Letters**, 2008, **57**(1):18-27.

[12] CAO Yong-yan, SUN You-xian, CHENG Chu-wang. Delay dependent robust stabilization of uncertain systems with multiple state delays [J]. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 1998, **43**(11):1608-1612.

[13] SUN Xi-ming, ZHAO Jun, Hill J D. Stability and L_2-gain analysis for switched delay systems: A delay-dependent method [J]. **Automatica**, 2006, **42**(10):1769-1774.

Observer-based H_∞ output tracking control for a class of switched nonlinear systems

LI Li-li[*1,2], SHAO Cheng[1]

(1. Institute of Advanced Control Technology, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. School of Mathematics, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

Abstract: The observer-based H_∞ output tracking control problem is studied for a class of nonlinear switched systems. The differential mean value theorem guarantees transforming the switched nonlinear systems into switched linear parameter-varying systems. When the state variables are not completely available, observer-based feedback controllers and switching strategies satisfying an average dwell time condition are designed via the average dwell time approach to derive sufficient conditions for H_∞ output tracking control with weighted performance. Finally, a numerical example illustrates the effectiveness of the proposed method.

Key words: switched system; H_∞ output tracking control; observer; average dwell time