

结构-地基相互作用的频域计算模型

刘钧玉^{1,2}, 林 皋^{*1}, 胡志强¹, 李建波¹, 张 勇¹

(1. 大连理工大学 建设工程学部, 辽宁 大连 116024;

2. 沈阳工业大学 建筑工程学院, 辽宁 沈阳 110870)

摘要: 基于比例边界有限元法(SBFEM)建立了结构-无限地基相互作用分析的频域透射边界, 这种透射边界精确满足 Sommerfeld 辐射条件. 该方法的特点是可以根据精度需要从低阶到高阶逐步递推计算无限域刚度矩阵, 应用简单且十分方便. 针对文献中比较常用的各种无限地基计算模型的适应性进行了一定的研究分析. 结合无限地基上重力坝的地震响应, 对无限地基迟滞效应的影响进行了对比分析, 由对比结果可以看出考虑无限地基影响时的坝体最大拉应力分布比常用的无质量地基模型的计算结果约小 15%; 考虑迟滞效应时最大应力计算结果比不考虑迟滞效应时的计算结果增加了约 25%.

关键词: 结构-地基相互作用; 比例边界有限元法; 透射边界; 重力坝; 无限域

中图分类号: TV312; TU528.1 **文献标志码:** A

0 引言

结构与无限地基的动力相互作用对结构的地震响应有重要影响, 特别是对混凝土坝、核电站、高层建筑和桥梁等大型结构来说, 更具有十分重要的研究意义. 经过数十年的发展, 文献中已提出了很多计算模型, 各有其特点, 也存在一定的局限性.

比例边界有限元法(SBFEM)^[1-3]集合了有限元法和边界元法的优点. 首先, 该方法严格满足无穷远处的 Sommerfeld 辐射条件, 且不需要基本解; 其次, 它仅需要离散结构与地基交界面上的部分边界, 从而降低了计算工作量. 此外, 它可以方便地计算复杂非均质地基^[4-6]. 在无限域计算方面, 最近又有了新的发展^[7, 8].

本文基于无限地基动力刚度的渐进表达式建立结构-地基动力相互作用的频域计算方程, 并将其应用于重力坝-无限地基系统的动力相互作用分析, 结合工程上比较常用的一些计算模型, 对无限地基动力相互作用的迟滞效应进行一定的对比分析.

1 重力坝地震响应的频域相互作用计算方程

将结构-地基动力相互作用运动方程写成频域表达式^[9]:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_{ss} & \mathbf{M}_{sb} \\ \mathbf{M}_{bs} & \mathbf{M}_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_s^t \\ \ddot{\mathbf{u}}_b^t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{ss} & \mathbf{C}_{sb} \\ \mathbf{C}_{bs} & \mathbf{C}_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{u}}_s^t \\ \dot{\mathbf{u}}_b^t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{ss} & \mathbf{K}_{sb} \\ \mathbf{K}_{bs} & \mathbf{K}_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_s^t \\ \mathbf{u}_b^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{R} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{S}_{ss} & \mathbf{S}_{sb} \\ \mathbf{S}_{bs} & \mathbf{S}_{bb} + \mathbf{S}^\infty \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_s^t(i\omega) \\ \mathbf{U}_b^t(i\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{S}^\infty \mathbf{U}_b^f(i\omega) \end{pmatrix} \quad (2)$$

式(2)中的右端项可以用 $\mathbf{U}_b^f$ 表示, 也可用 $\mathbf{U}_b^t$ 表示. $\mathbf{S}$ 为结构频域动力刚度, 其含义为

$$\mathbf{S}(\omega) = (1 + 2\zeta i)\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} \quad (3)$$

$\mathbf{S}^\infty$ 与 $\bar{\mathbf{S}}^\infty$ 为无限域动力刚度(图1), 前者为地基开挖后的散射场动力刚度, 后者为开挖前该处的自由场动力刚度. $\mathbf{U}_b^f$ 为地基开挖后的散射场地震位移, $\mathbf{U}_b^t$ 则为开挖前该处地基的自由场地震位移.

收稿日期: 2011-07-04; 修回日期: 2012-10-06.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目(51109134, 51009019, 11102118, 10902072); 辽宁省教育厅基金资助项目(L2010413); 中国博士后科学基金资助项目(2011M500557); 辽宁省自然科学基金资助项目(20102164).

作者简介: 刘钧玉(1978-), 男, 博士, 讲师, E-mail: jyliu@sut.edu.cn; 林 皋*(1929-), 男, 教授, 博士生导师, 中国科学院院士, E-mail: gaolin@dlut.edu.cn.

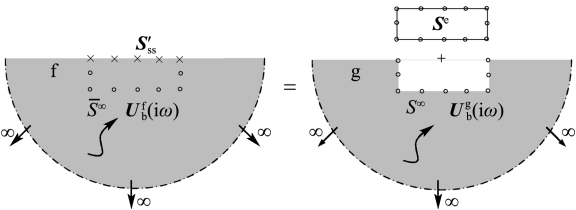


图 1 无限域动力刚度

Fig. 1 The dynamic stiffness of unbounded domain

将地基开挖部分看作结构如图 1 所示自由场开挖,由式(2)可以得到

$$\begin{pmatrix} \mathbf{S}'_{ss} & \mathbf{S}'_{sb} \\ \mathbf{S}'_{bs} & \mathbf{S}'_{bb} + \mathbf{S}^\infty(i\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_s^f(i\omega) \\ \mathbf{U}_b^f(i\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{S}}^\infty(i\omega) \mathbf{U}_b^f(i\omega) \end{pmatrix} \quad (4)$$

由此可知结构与无限地基交界面位置的散射场位移 $\mathbf{U}_b^g(i\omega)$ 与自由场位移 $\mathbf{U}_b^f(i\omega)$ 两者的关系如下:

$$\mathbf{S}^\infty(i\omega) \mathbf{U}_b^g = (\mathbf{S}^\infty(i\omega) + \mathbf{S}^e(i\omega) - \mathbf{S}^b(i\omega)) \mathbf{U}_b^f = \bar{\mathbf{S}}^\infty(i\omega) \mathbf{U}_b^f \quad (5)$$

式中: $\mathbf{S}^e(i\omega)$ 代表地基开挖部分的动力刚度; $\mathbf{S}'_{ss}$ 则代表开挖前地基表面动力刚度(参见图 1), $\mathbf{S}^b(i\omega)$ 的表达式为

$$\mathbf{S}^b(i\omega) = \mathbf{S}'_{bs}(i\omega) \mathbf{S}'_{ss}^{-1}(i\omega) \mathbf{S}'_{sb}(i\omega) \quad (6)$$

求解方程(2)时,将 $\mathbf{U}^i$ 表示为拟静力位移与动力位移 $\mathbf{U}^d$ 之和:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_s^i \\ \mathbf{U}_b^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \mathbf{U}_b^f + \begin{pmatrix} \mathbf{U}_s^d \\ \mathbf{U}_b^d \end{pmatrix} \quad (7)$$

式中

$$\mathbf{r} = -\mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sb} \quad (8)$$

将方程(7)代入到方程(2)中可以得到

$$\begin{pmatrix} \mathbf{S}_{ss} & \mathbf{S}_{sb} \\ \mathbf{S}_{bs} & \mathbf{S}_{bb} + \mathbf{S}^\infty \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_s^d \\ \mathbf{U}_b^d \end{pmatrix} = \omega^2 \begin{pmatrix} \mathbf{m}_{ss} & \mathbf{m}_{sb} \\ \mathbf{m}_{bs} & \mathbf{m}_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \mathbf{U}_b^f - (1 + 2\zeta i) \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{ss} & \mathbf{K}_{sb} \\ \mathbf{K}_{bs} & \mathbf{K}_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \times \mathbf{U}_b^f + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{S}}^\infty - \mathbf{S}^\infty \end{pmatrix} \mathbf{U}_b^f \quad (9)$$

则将方程(5)代入到方程(9)可得

$$\begin{pmatrix} \mathbf{S}_{ss} & \mathbf{S}_{sb} \\ \mathbf{S}_{bs} & \mathbf{S}_{bb} + \mathbf{S}^g_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_s^d \\ \mathbf{U}_b^d \end{pmatrix} = \omega^2 \begin{pmatrix} \mathbf{m}_{ss} & \mathbf{m}_{sb} \\ \mathbf{m}_{bs} & \mathbf{m}_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \mathbf{U}_b^f + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{S}^e(i\omega) - \mathbf{S}^b(i\omega) - (1 + 2\zeta i)(\mathbf{K}_{bb} + \mathbf{K}_{bs}\mathbf{r}) \end{pmatrix} \mathbf{U}_b^f \quad (10)$$

如果不计算自由场输入的相位差,即假设自由地面各点地震输入 $\mathbf{U}_g$ 均相同时,存在

$$\mathbf{U}_b^f(i\omega) = \mathbf{r}_b \mathbf{U}_g(i\omega) \quad (11)$$

式中

$$\mathbf{r}_b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots \end{pmatrix}^T, \mathbf{U}_g(i\omega) = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{gx}(i\omega) \\ \mathbf{U}_{gy}(i\omega) \end{pmatrix} \quad (12)$$

2 按比例边界有限元法建立无限地基的动力刚度

对于无限域问题 SBFEM 的基本计算方程如下^[1-3]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^0 \xi^2 \mathbf{u}(\xi)_{,\xi\xi} + (\mathbf{E}^0 - \mathbf{E}^1 + \mathbf{E}^{1T}) \xi \mathbf{u}(\xi)_{,\xi} - \mathbf{E}^2 \mathbf{u}(\xi) - \mathbf{M}^0 \xi^2 \ddot{\mathbf{u}}(\xi) &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (13)$$

式中系数矩阵 $\mathbf{E}^0$ 、 $\mathbf{E}^1$ 、 $\mathbf{E}^2$ 、 $\mathbf{M}^0$ 见文献[1-3].

根据方程(13)可以得到无限域动力刚度表达式^[1-3]:

$$\begin{aligned} (\mathbf{S}^\infty(\omega) + \mathbf{E}^1)(\mathbf{E}^0)^{-1}(\mathbf{S}^\infty(\omega) + \mathbf{E}^{1T}) - \omega \mathbf{S}^\infty(\omega)_{,\omega} - \mathbf{E}^2 + \omega^2 \mathbf{M}^0 &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (14)$$

当 $\omega = 0$ 时, $\mathbf{S}^\infty(\omega)$ 退化为无限域的静力刚度 $\mathbf{K}^\infty$,式(14)简化为一组 Ricatti 代数方程^[1].

满足式(14)的动力刚度 $\mathbf{S}^\infty(\omega)$ 的求解过程如下.由式(14)中的 $\mathbf{E}^0$ 、 $\mathbf{M}^0$ 计算特征方程

$$\mathbf{M}^0 \Phi = \mathbf{E}^0 \Phi \Lambda^2 \quad (15)$$

因此式(14)的动力刚度矩阵可以利用方程(16)进行逼近:

$$\mathbf{S}^\infty(\omega) = (i\omega) \mathbf{C}_\infty + \mathbf{K}_\infty - (\mathbf{Y}^{(1)}(\omega))^{-1} \quad (16)$$

式(16)对于高频的计算精度高于对于低频的计算精度,当 $\omega = 0$ 时误差较大,所以 $\mathbf{K}_\infty \neq \mathbf{K}^\infty$,即式中的 $\mathbf{K}_\infty$ 并不是静力刚度.

将方程(16)代入到方程(14),通过比较 $(i\omega)$ 的各阶指数项可得

$$\mathbf{C}_\infty = \Phi^{-T} \Lambda \Phi^{-1}, \mathbf{K}_\infty = \Phi^{-T} \mathbf{k}_\infty \Phi^{-1} \quad (17)$$

其中 $\mathbf{k}_\infty$ 为方程(18)的解:

$$\begin{aligned} \Lambda \mathbf{k}_\infty + \mathbf{k}_\infty \Lambda &= -\Lambda \Phi^T \mathbf{E}^{1T} \Phi - \Phi^T \mathbf{E}^1 \Phi \Lambda + (s-1) \Lambda \end{aligned} \quad (18)$$

因为 Λ 为对角阵,可直接回代求出 $\mathbf{k}_\infty$.

$\mathbf{Y}^{(1)}(\omega)$ 可表达为递推形式,即

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^{(1)}(\omega) &= \mathbf{Y}_0^{(1)} + (i\omega) \mathbf{Y}_1^{(1)} - (\mathbf{Y}^{(2)}(\omega))^{-1} \\ \mathbf{Y}^{(2)}(\omega) &= \mathbf{Y}_0^{(2)} + (i\omega) \mathbf{Y}_1^{(2)} - (\mathbf{Y}^{(3)}(\omega))^{-1} \\ \mathbf{Y}^{(i)}(\omega) &= \mathbf{Y}_0^{(i)} + (i\omega) \mathbf{Y}_1^{(i)} - (\mathbf{Y}^{(i+1)}(\omega))^{-1} \\ &\cdots \\ (i &= 1, 2, 3, \cdots) \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $\mathbf{Y}_0^{(i)}$ 和 $\mathbf{Y}_1^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3, \cdots$) 均为常数矩阵.递推计算的项数根据计算精度的要求加以确定,一般计算到 $\mathbf{Y}^{(8)}(\omega)$ 可以得到较精确的结果.

3 数值算例验证

图 2 为全空间嵌入式空腔, r_0 为半径, G 为剪切模量, ρ 为质量密度, ν 为泊松比(取为 1/3). 假设作水平运动 u_0 , 解析解见文献[3]中 Appendix A. 5 或者文献[7].

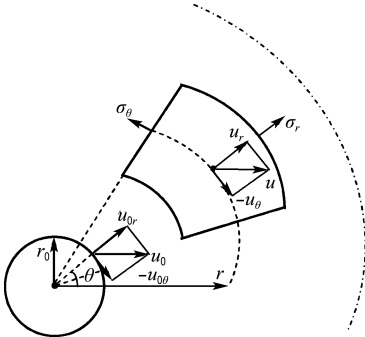
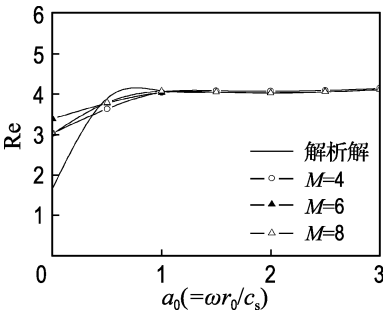
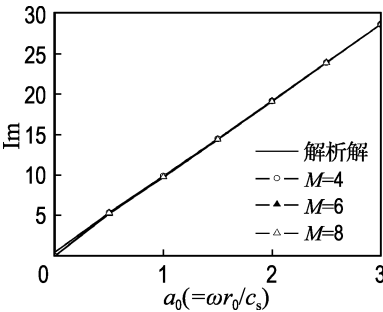


图 2 全空间嵌入式空腔圆盘平面内运动
Fig. 2 In-plane motion of circular cavity embedded in full-plane

采用 12 个单元进行离散. 无限域动力刚度系数矩阵阶数 M 取 4, 6, 8, 不同离散频率点的计算结果的实部和虚部见图 3. 可以看出本文的计算结果与解析解接近.



(a) 实部



(b) 虚部

图 3 平面内运动动力刚度系数

Fig. 3 Dynamic stiffness coefficient of in-plane motion

4 迟滞效应分析

由方程(16), 可将无限域动力刚度的时域表达式表示为

$$\mathbf{S}^\infty(t) = \mathbf{C}_\infty \dot{\delta}(t) + \mathbf{K}_\infty \delta(t) + \mathbf{S}_r^\infty(t) \quad (20)$$

$$\mathbf{R}(t) = \mathbf{C}_\infty \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}_\infty \mathbf{u}(t) + \int_0^t \mathbf{S}_r^\infty(t - \tau) \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (21)$$

可见结构-地基相互作用时无限地基的影响除了包含前两项所表示的瞬态响应, 也包含 $\mathbf{S}_r^\infty$ 所表示的迟滞效应. 即结构与无限地基动力相互作用产生的作用力 $\mathbf{R}(t)$ 既是空间上耦合的也是时间上耦合的. 文献中提出了很多无限地基动力相互作用的计算公式, 由方程(20)、(21) 可以对它们的近似性作一定的分析. 无质量地基只保留了 $\mathbf{K}_\infty$ 项, 相应于只考虑了地基的弹性, 而忽视了无限地基的辐射阻尼效应, 使计算结果偏大. 金峰等提出的有限元-边界元-无穷元(FE-BE-IBE)模型^[10] 曾用来求解水坝与无限地基的动力相互作用等许多问题, 取得了较好的效果, 该方法将无穷边界元在频域的计算结果转换为时域中的刚度阵、阻尼阵与质量阵相应于考虑了瞬态效应 $\mathbf{C}_\infty$ 和 $\mathbf{K}_\infty$ 的影响, 但忽略了迟滞效应 $\mathbf{S}_r^\infty$ 的影响. 刘晶波等提出的弹簧、阻尼边界^[11] 获得了比较广泛的应用, 也相当于体现了 $\mathbf{C}_\infty$ 和 $\mathbf{K}_\infty$ 的影响, 没有考虑迟滞效应. 如以上所指出, $\mathbf{K}_\infty$ 与静力刚度还有一定差别. 无限地基的迟滞效应对于不同结构、不同情况影响各不相同, 这是一个有待深入研究的问题. 廖振鹏提出的以平面波为基础的透射边界^[12] 通过边界以内其他节点在 t 时刻以前的响应来近似反映迟滞效应 $\mathbf{S}_r^\infty$ 的影响. 下面以 Koyna 坝为例分析迟滞效应的影响.

如图 4 所示, 以 Koyna 坝为例, 坝高 $H = 103.02$ m, 坝顶宽度为 14.78 m, 坝底部宽度为 70.18 m, 图中 $H_1 = 66.44$ m, $H_2 = 36.58$ m, $L = 0.25H$. 坝体和坝基取各向同性弹性材料, 弹性模量 $E = 31$ GPa, 动弹性模量在静弹性模量基础上增加 30%, 质量密度 $\rho = 2\,643$ kg/m³, 泊松比 $\nu = 0.2$, 材料阻尼 $\beta = 5\%$. 上游动水压力按满库计算, 通过附加质量施加到坝面自由度质量矩阵中.

文中取 3 种工况进行计算, 第 1 种为无质量地基; 第 2 种 $M = 0$, 也就是没有考虑迟滞效应的模型; 第 3 种 $M = 8$, 即考虑迟滞效应的影响. 将坝体计算模型分为 12 块, 通过 258 个单元进行离散,

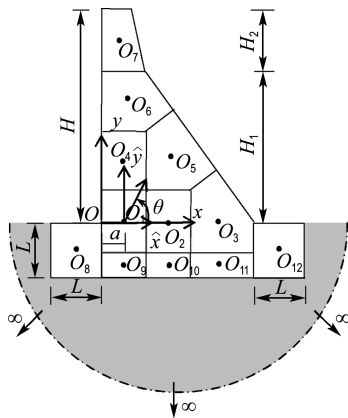
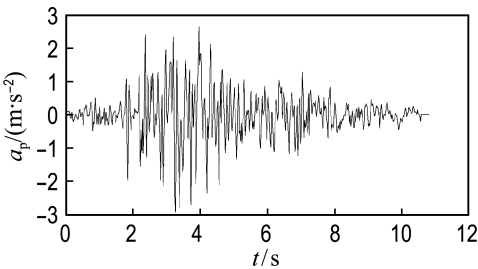


图 4 重力坝-无限地基系统计算模型

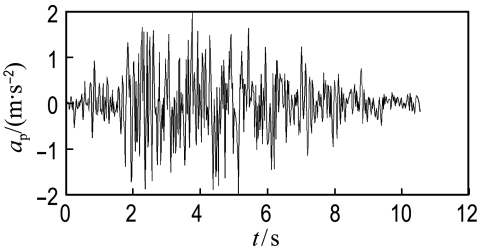
Fig. 4 Calculation model of gravity dam-infinite foundation system

一共 505 个节点；无限地基通过 54 个单元进行离散，共 109 个节点；自由场分为 8 块，共离散 148 个单元，289 个节点。图 5 为 Koyna 顺河向和竖向输入地震波时程，其中顺河向加速度峰值 0.3g，竖向加速度峰值 0.2g。频域分析计算时持时 $T=20.48\text{ s}$ ，时间步 $\Delta t=0.01\text{ s}$ ，取 2 048 个离散频率点进行计算。由计算结果(图 6)可以看出 3 种情况应力分布的规律大体上相同。无质量地基的最大拉

应力比无限地基的最大拉应力大 15% 左右；计算中考虑迟滞效应影响时计算结果比忽略迟滞效应影响的计算结果大 25% 左右，所以对重力坝进行动力相互作用分析时迟滞效应的影响不宜忽略。



(a) 顺河向



(b) 竖向

图 5 Koyna 地震波加速度时程

Fig. 5 Acceleration time-history of Koyna earthquake wave

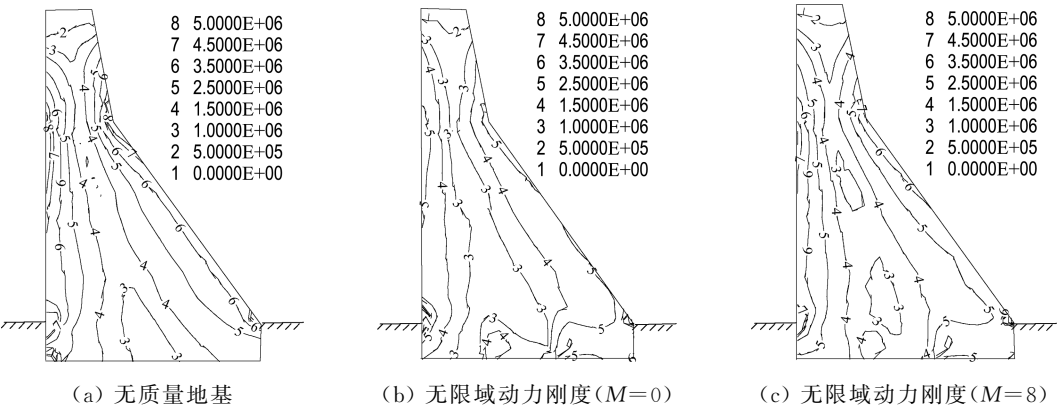


图 6 无质量地基及无限域动力刚度计算结果

Fig. 6 Calculation results of non-mass foundation and infinite dynamic stiffness

5 结 论

本文在频域对重力坝-无限地基的动力相互作用问题进行了数值计算，推导了比例边界有限元法计算无限地基动力刚度矩阵的连分式求解算法并进行了数值实现。对重力坝-地基-库水系统相互作用进行了分析，并将几种常用的结构-地基相互作用模型进行了对比。由对比结果可以看出考虑无限地基影响时的坝体最大拉应力分布比常

用的无质量地基模型的计算结果小 15% 左右；考虑迟滞效应时最大应力计算结果比不考虑迟滞效应时的计算结果增加了约 25%。所以在对重力坝-无限地基进行动力相互作用分析时不宜忽略迟滞效应的影响。

参考文献：

[1] Wolf J P, SONG C M. **Finite-Element Modelling of Unbounded Media** [M]. New York: Wiley, 1996.

- [2] SONG C, Wolf J P. The scaled boundary finite-element method — alias consistent infinitesimal finite-element cell method - for elastodynamics [J]. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 1997, **147**(3-4):329-355.
- [3] Wolf J P. **The Scaled Boundary Finite Element Method** [M]. Chichester: John Wiley & Sons, 2003.
- [4] LIN G, DU J G, HU Z Q, *et al.* Earthquake analysis including the effects of foundation inhomogeneity [J]. **Frontiers of Architecture and Civil Engineering in China**, 2007, **1**(1):41-50.
- [5] Bazayr M H, SONG C. Transient analysis of wave propagation in non-homogeneous elastic unbounded domains by using the scaled boundary finite-element method [J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 2006, **35**:1787-1806.
- [6] Bazayr M H, SONG C. Time-harmonic response of non-homogeneous anisotropic unbounded domains using the scaled boundary finite-element method [J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 2006, **35**:357-383.
- [7] SONG C, Bazayr M H. A boundary condition in Padé series for frequency-domain solution of wave propagation in unbounded domains [J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 2006, **69**:2330-2358.
- [8] Bazayr M H, SONG C. A continued-fraction based high-order transmitting boundary for wave propagation in unbounded domains of arbitrary geometry [J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 2008, **74**(2):209-237.
- [9] Wolf J P. **Dynamic Soil-structure Interaction** [M]. New Jersey:Prentice-Hall, 1985.
- [10] 金 峰,张楚汉,王光纶. 结构地基相互作用的 FE-BE-IBE 耦合模型 [J]. 清华大学学报, 1993, **33**(2):17-24.
JIN Feng, ZHANG Chu-han, WANG Guang-lun. A coupling FE-BE-IBE model for structure-foundation interactions [J]. **Journal of Tsinghua University**, 1993, **33**(2):17-24. (in Chinese)
- [11] 刘晶波,吕彦东. 结构-地基动力相互作用问题分析的一种直接方法 [J]. 土木工程学报, 1998, **31**(3):55-64.
LIU Jing-bo, LV Yan-dong. A direct method for analysis of dynamic soil-structure interaction [J]. **Chinese Civil Engineering**, 1998, **31**(3):55-64. (in Chinese)
- [12] 廖振鹏. 法向透射边界条件 [J]. 中国科学(E辑), 1996, **26**(2):185-192.
LIAO Zhen-peng. Normal transmitting boundary conditions [J]. **Science in China (Series E)**, 1996, **26**(2):185-192. (in Chinese)

Computational model for structure-foundation interaction in frequency domain

LIU Jun-yu^{1,2}, LIN Gao^{*1}, HU Zhi-qiang¹, LI Jian-bo¹, ZHANG Yong¹

(1. Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. School of Architecture & Civil Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

Abstract: Based on the scaled boundary finite element method (SBFEM), a transmitting boundary for the structure-unbounded foundation interaction analysis in frequency domain is established. The Sommerfeld radiation condition at infinity is satisfied exactly. It has the advantages that the high-order terms are evaluated recursively for unbounded domain stiffness matrix to match with the requirements of accuracy, so it can be conveniently applied to solving practical engineering problems. Features of several approximate models developed in the literatures are investigated. The dynamic response of gravity dam with unbounded foundation is calculated as an example, the lingering effect of the unbounded foundation on the earthquake response of the dam is analyzed. The experimental results show that the dynamic stress modeled by non-mass foundation overestimates the earthquake response of the dam by 15% and the maximum stress considering the effect of the lingering effect is more than that of no lingering effect by 25%.

Key words: structure-foundation interaction; SBFEM; transmitting boundary; gravity dam; unbounded domain