

考虑 $P-\Delta$ 效应和自适应模态侧力分布的结构抗震能力评估

李 刚*, 江 义

(大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要: 针对3种典型结构抗震能力表征,即传统的 Pushover 曲线、基于能量的 Pushover 曲线和能量能力曲线,详细地考察了自适应模态侧力分布加载方式与 $P-\Delta$ 效应对结构抗震能力评估的影响;对9层与20层钢框架结构进行了数值分析,结果表明:基于能量的 Pushover 曲线比传统的 Pushover 曲线表现出更光滑的双线性,且能够有效地避免传统高阶模态 Pushover 曲线可能失效的问题,能量能力曲线能够在基于能量的评估中得到合理的应用;自适应加载方式比不变的加载方式得到的结构屈服后承载能力要高,高阶模态时更为明显;考虑 $P-\Delta$ 效应比不考虑 $P-\Delta$ 效应得到的结构抗震能力要低,但是对中低层结构影响则很小。

关键词: 结构抗震能力评估; Pushover 分析; $P-\Delta$ 效应; 自适应的模态侧力分布; 不变的模态侧力分布

中图分类号: P315.9 **文献标志码:** A

0 引言

基于性能的抗震设计所面临的一个巨大挑战是研究高效可行的评估结构抗震性能的方法,非线性静力分析方法(Pushover 分析方法)目前逐渐为越来越多规范、指南认可,并被推荐使用^[1-2]. Chopra 等^[3]和 Fajfar^[4]分别详细地研究了能力谱方法,用来评估基本模态主导的多层结构抗震需求.其基本步骤是,首先通过 Pushover 分析构建等效非线性单自由度的能力曲线与通过地震动反应谱求得相应需求曲线;然后获得能力、需求曲线的交点作为结构性能点,将该性能点的目标位移转换为相应的多自由度系统的目标位移;最后将其与许用位移进行比较,决定该设计是否满足结构的抗震性能要求.尽管 Freeman 等^[5]的能力谱方法概念明确、简单易行,但是该方法的理论基础、高阶模态效应、结构能力需求表征等仍需要进一步的深入研究.

结构抗震能力曲线,一种是通过 Pushover 分析得到,表示结构的静力能力;另一种是通过动量增量分析得到的 IDA 曲线^[6],表示结构的动力能

力.然而,在采用模态侧力分布加载方式表征结构能力需求时^[7-9], Hernandez-Montes 等^[10-11]发现结构传统的高阶模态 Pushover 曲线可能会出现翻转(reversal)问题,而基于能量的 Pushover 曲线能够避免失效,且相应地提出了使用基于能量的 Pushover 曲线来表征结构静力模态能力.为了模拟强震作用下结构屈服后动力特性改变导致的地震惯性力分布随时间的变化, Gupta 和 Kunnath 等对可变的(自适应的)侧力分布加载方式进行了详细的研究^[12-13].随后,文献^[9, 14-15]还研究了结构静力能量能力的表征,发现静力能量曲线能够较好地表征结构的能力.此外, Gupta 和 Krawinkler 等^[16-17]研究了结构的 $P-\Delta$ 效应对中、高层结构的抗震能力的影响,发现结构模型在考虑 $P-\Delta$ 效应情况下会表现屈服后负刚度,且建议对于中高层结构,特别是高层结构,在强震作用下要考虑 $P-\Delta$ 效应.

目前侧力加载方式的适应性和 Pushover 分析是否需要考虑 $P-\Delta$ 效应是 Pushover 方法研究的热点问题,仍需要进一步展开.本文主要研究考

收稿日期: 2012-03-05; 修回日期: 2012-11-22.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(90815023, 51021140006).

作者简介: 李 刚*(1966-),男,博士,教授,博士生导师, E-mail: ligang@dlut.edu.cn.

考虑不同模态侧力分布加载方式与 $P-\Delta$ 效应作用下的结构抗震能力评估, 重点考察自适应与不变的模态侧力分布加载方式与 $P-\Delta$ 效应对结构静力能力表征的影响。

1 结构抗震能力的表征

目前工程中常用的结构抗震能力曲线 (Pushover 曲线) 有 3 种表达形式: (1) 基底剪力与顶点位移的关系曲线, 称之为传统的 Pushover 曲线 (图 1(a)); (2) 基底剪力与基于能量的等效单自由度 (ESDOF) 的等效位移的关系曲线, 称之为基于能量的 Pushover 曲线 (图 1(b)); (3) 加载侧力在水平方向所做的总功与基于能量的 ESDOF 的等效位移的关系曲线, 称之为能量能力曲线 (图 2)。

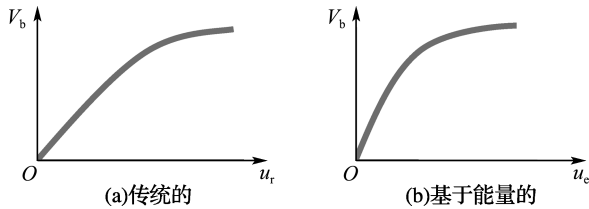


图 1 Pushover 曲线

Fig. 1 Pushover curve

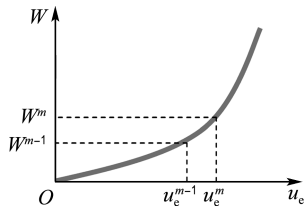


图 2 在侧力分布 s 作用下 ESDOF 系统的能量能力曲线

Fig. 2 Energy capacity curve under the lateral force s of ESDOF system

由于传统的 Pushover 曲线在高阶模态侧力分布加载时, 可能会导致失效^[10-11], 于是文献[10]提出了基于能量的 Pushover 曲线, 能够有效地避免高阶模态 Pushover 曲线的翻转问题. 文献[14]详细研究了基于能量的 Pushover 分析, 提出了能量能力曲线, 并区分结构的弹性与塑性阶段的能量能力. 本文采用文献[14]的基本框架, 针对不变或自适应的侧力分布加载方式, 对基于能量的能力曲线与能量能力曲线加以说明。

N 层的框架结构受到侧力 $s = (f_1 \ f_2 \ \cdots \ f_N)$ 作用, 如图 3 所示, 产生水平位移 $u = (u_1 \ u_2 \ \cdots \ u_N)$, 其中 f_i 是作用在第 i 层的侧力, u_i 是作用在第 i 层的侧力产生的位移, N 是结构总层数. 在 m 次推覆步侧力 s^m 作用下产生位移 u^m , 该推覆步的增量功可以表示为

$$\Delta W^m = \frac{1}{2} (s^{m-1} + s^m) \cdot (u^m - u^{m-1}) \quad (1)$$

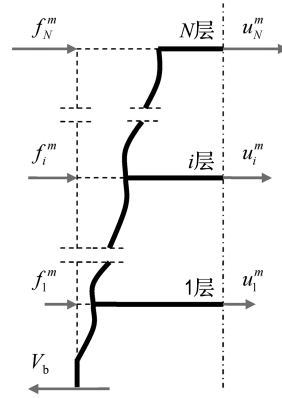


图 3 N 层框架结构在 m 次推覆步侧力 s^m 作用下产生的水平位移 u^m

Fig. 3 Horizontal displacement u^m of N -storey moment frame structure subjected to lateral force s^m at the m th step

在 m 次推覆步侧力 s^m 作用下产生的基于能量的增量位移可以表示为

$$\Delta u_e^m = \frac{\Delta W^m}{(V_b^{m-1} + V_b^m)/2} \quad (2)$$

其中 m 次推覆步的基底剪力 $V_b^m = s^m \cdot 1$.

这样, 基于能量的总位移 u_e^m 与侧力 s^m 所做的总功可以表示为

$$u_e^m = u_e^{m-1} + \Delta u_e^m \quad (3)$$

$$W^m = W^{m-1} + \Delta W^m \quad (4)$$

图 4 表示第 i 楼层的 Pushover 曲线。

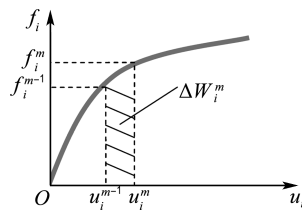


图 4 i 层的 Pushover 曲线

Fig. 4 Pushover curve of i th floor

2 结构的模态侧力分布加载方式与 P-Δ 效应

2.1 自适应模态侧力分布加载方式

本文评估结构能力采用模态侧力分布加载方式,第 n 阶模态侧力 s_n 表达如下:

$$s_n^m = m\phi_n^m \quad (5)$$

其中 m 是结构的质量矩阵, ϕ_n 是第 n 阶结构模态, m 是结构 Pushover 分析加载步数. 如果选用不变的模态侧力分布加载方式,在每一推覆加载步 m 不用更新结构模态侧力,即不需要进行结构模态分析(特征值分析),计算步骤简化,计算量小. 如果选用自适应的侧力分布加载方式,结构进行 Pushover 分析的每一推覆步需要更新结构的模态侧力. 两种加载方式的计算流程见图 5.

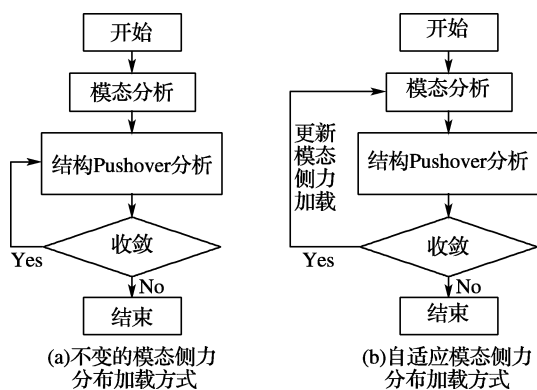


图 5 Pushover 分析流程

Fig. 5 Pushover analysis process

2.2 结构的 P-Δ 效应

在采用 Pushover 分析评估结构的静力能力时,如果不考虑 P-Δ 效应,结构分析的控制方程如下:

$$k_t u = \alpha s_n \quad (6)$$

其中 k_t 为结构的切线刚度矩阵, α 是相应的荷载因子, u 是结构位移. 如果考虑 P-Δ 效应,相应的结构控制方程要引入几何刚度矩阵^[18]:

$$(k_t + k_g) u = \alpha s_n \quad (7)$$

其中 k_g 为结构的几何刚度矩阵. 对于二维梁单元几何刚度矩阵为

$$k_g = \frac{P}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中 P 为轴力, L 为梁的长度. 式(8)表明只有轴力存在才可能产生几何刚度,故也称应力刚度.

考察 P-Δ 效应对结构静力能力的影响是十分重要的,因为结构在自身重力作用下,如果地震作用致使结构产生侧向位移,会引起结构附加弯矩,附加弯矩则又会相应导致侧向位移并产生附加弯矩,循环往复. 高层建筑结构的 P-Δ 效应会十分显著.

3 算例分析

本文选择了 9 层与 20 层的两个典型钢框架结构作为评估对象,结构尺寸、材料属性与梁柱尺寸信息参见文献[19],表 1 与图 6 提供了框架结构的基本动力参数. 结构建模时采用了层纤维截面非线性梁柱单元技术,钢材本构关系采用理想

表 1 标准框架结构的基本参数

Tab. 1 Properties of the prototype frame structures

结构	总高 m	地震质量 10 ⁶ kg	楼层地震质量 10 ⁵ kg	周期/s		
				第 1 阶	第 2 阶	第 3 阶
9 层	37.18	4.00	4.82(楼面)	2.325	0.873	0.503
			5.04(1 st)			
			4.94(2 nd ~8 th)			
			5.34(顶层)			
20 层	80.77	5.40	2.63(楼面)	3.837	1.340	0.779
			2.81(1 st)			
			2.68(2 nd ~19 th)			
			2.89(顶层)			

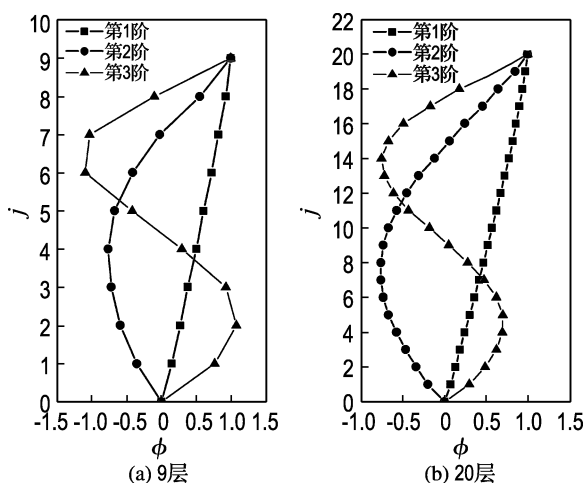


图 6 9 层与 20 层结构的前 3 阶阵型

Fig. 6 First three modes of the 9-story and 20-story frame structures

弹塑性模型,结构 Pushover 分析之前考虑了重力作用工况. 结构建模分析均在开源有限元平台 OpenSees^[20]上完成.

图 7~9 给出了不变与自适应的模态侧力分布加载方式及是否考虑 $P-\Delta$ 效应的 4 种工况下, 9 层框架结构在前 3 阶模态侧力分布加载方式作用下的 3 种不同抗震能力表征曲线. 表 2 列出了各工况下的最大基底剪力. 第 1 阶模态侧力分布加载方式作用下(图 7),不变的与自适应的侧力分布加载方式作用下的结果基本一致,考虑 $P-\Delta$ 效应的结构屈服后承载能力略低一些. 但第 2、3

阶模态侧力分布加载方式作用下(图 8、9 与表 2),自适应加载方式比不变的加载方式得到的结构屈服后的承载能力明显要高.

图 10~12 给出了 20 层框架结构的计算结果,表 3 列出了各工况下的最大基底剪力. 图 10 是第 1 阶模态侧力分布加载方式作用下的结果,自适应加载方式比不变加载方式下的结构屈服后强度略高,考虑 $P-\Delta$ 效应的结构屈服后强度明显降低. 另外,如图 11(a)所示,如果这种现象表现更为剧烈,就会表现文献[10-11]发现的传统 Pushover 曲线翻转失效现象. 结构的基于能量的

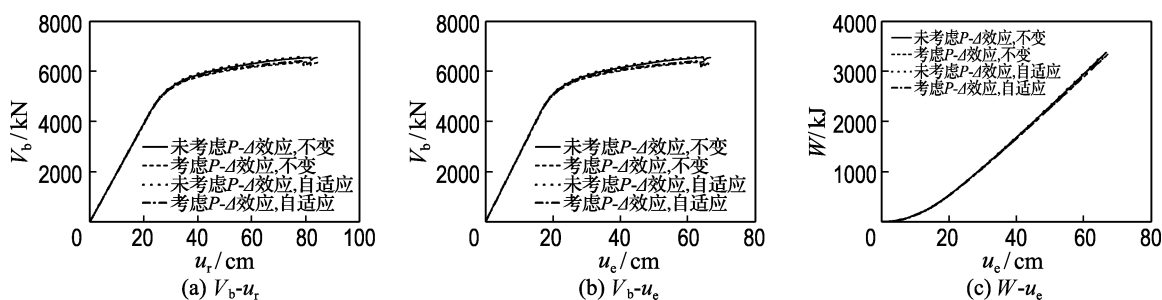


图 7 9 层框架结构在第 1 阶模态侧力分布加载方式下结构抗震能力曲线比较

Fig. 7 Comparisons of seismic capacity of 9-story frame structure under the first modal lateral load distribution

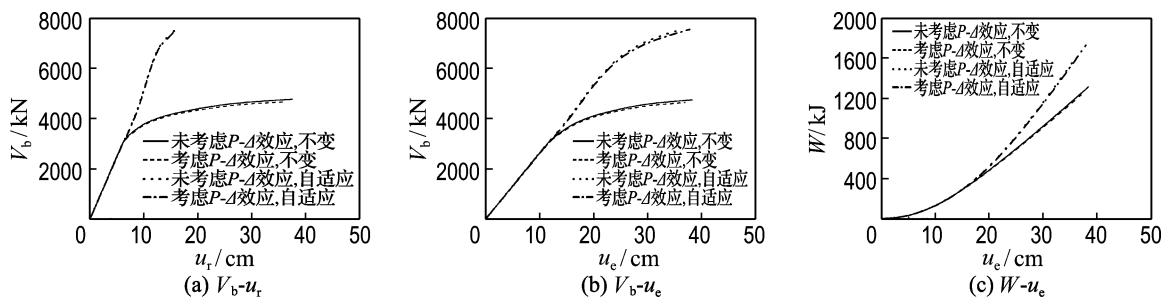


图 8 9 层框架结构在第 2 阶模态侧力分布加载方式下结构抗震能力曲线比较

Fig. 8 Comparisons of seismic capacity of 9-story frame structure under the second modal lateral load distribution

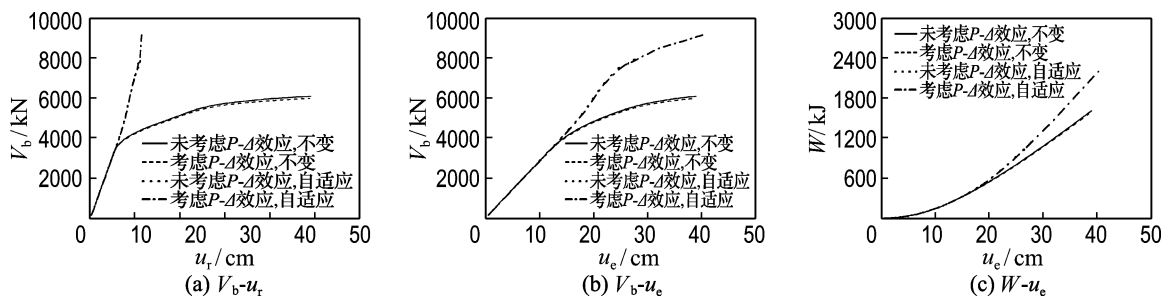


图 9 9 层框架结构在第 3 阶模态侧力分布加载方式下结构抗震能力曲线比较

Fig. 9 Comparisons of seismic capacity of 9-story frame structure under the third modal lateral load distribution

表 2 9 层框架结构最大基底剪力比较

Tab. 2 Comparisons of maximum base shear of 9-story frame structures

模态侧力阶数	不考虑 P-Δ 效应， 不变的侧力分布/kN	考虑 P-Δ 效应， 不变的侧力分布/kN	不考虑 P-Δ 效应， 自适应侧力分布/kN	考虑 P-Δ 效应， 自适应侧力分布/kN
第 1 阶	6 572.0	6 383.5	6 590.4	6 408.9
第 2 阶	4 764.8	4 651.4	7 528.7	7 558.5
第 3 阶	6 077.8	5 965.0	8 108.4	9 153.1

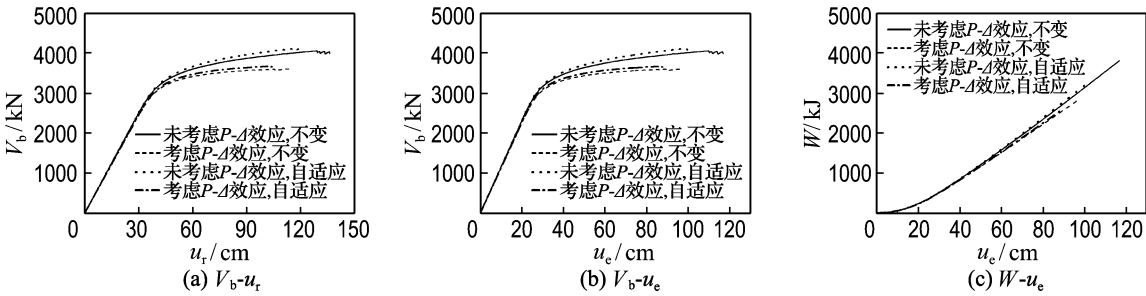


图 10 20 层框架结构在第 1 阶模态侧力分布加载方式下结构抗震能力曲线比较

Fig. 10 Comparisons of seismic capacity of 20-story frame structure under the first modal lateral load distribution

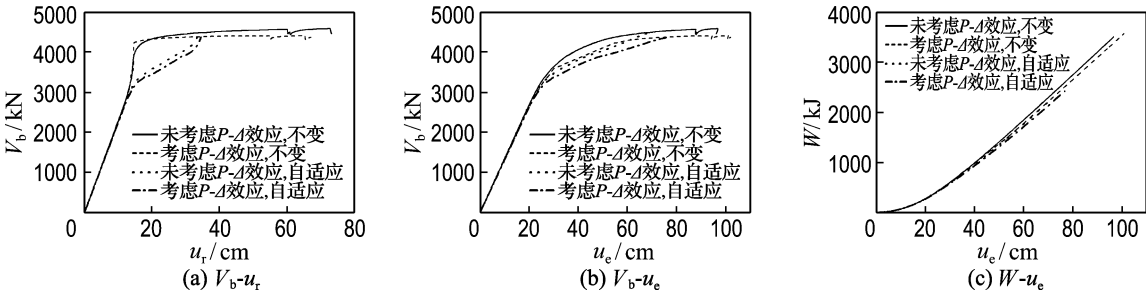


图 11 20 层框架结构在第 2 阶模态侧力分布加载方式下结构抗震能力曲线比较

Fig. 11 Comparisons of seismic capacity of 20-story frame structure under the second modal lateral load distribution

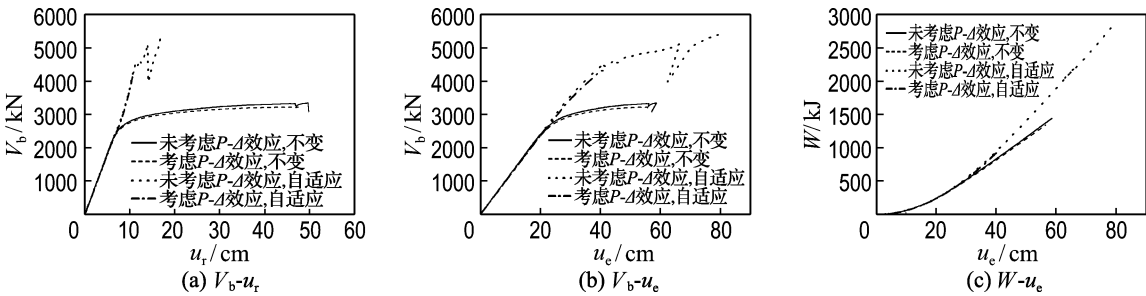


图 12 20 层框架结构在第 3 阶模态侧力分布加载方式下结构抗震能力曲线比较

Fig. 12 Comparisons of seismic capacity of 20-story frame structure under the third modal lateral load distribution

表 3 20 层框架结构最大基底剪力比较

Tab. 3 Comparisons of maximum base shear of 20-story frame structures

模态侧力阶数	不考虑 P-Δ 效应， 不变的侧力分布/kN	考虑 P-Δ 效应， 不变的侧力分布/kN	不考虑 P-Δ 效应， 自适应侧力分布/kN	考虑 P-Δ 效应， 自适应侧力分布/kN
第 1 阶	4 052.2	3 602.8	4 115.3	3 665.9
第 2 阶	4 591.6	4 414.9	4 538.7	4 387.0
第 3 阶	3 345.4	3 221.4	5 395.3	4 321.7

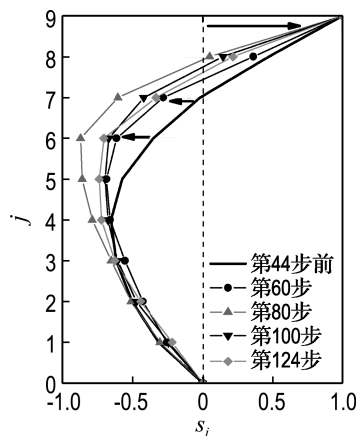
Pushover 曲线比传统的 Pushover 曲线表现更光滑的双线性,且屈服时没有拐点(图 11(b)).从图 12 表示的第 3 阶模态侧力分布加载方式的结果可以发现,结构屈服后自适应的比不变的侧力加载方式得到的结构抗震能力明显要高.

另外,从图 7~10、图 12(c)可以发现对于能量能力曲线,在相同能量需求情况下,结构屈服后自适应加载比不变的侧力加载估计的基于能量的位移要略小;而图 11(c)在相同情况下估计的基于能量的位移要稍大.从图 7~12 的(c)图都可以发现,考虑 $P-\Delta$ 效应比忽略 $P-\Delta$ 效应估计的基于能量的位移要大.能量能力曲线在基于能量的结构抗震性能评估体系下发挥着重要作用^[9,15].

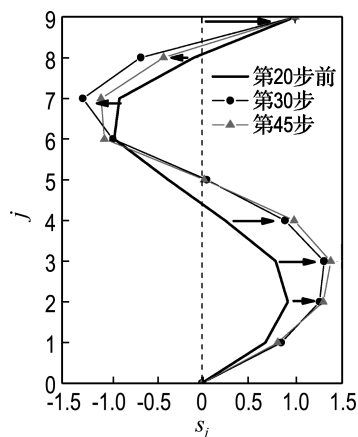
通过比较图 7 与图 10 可以发现,20 层比 9 层结构的 $P-\Delta$ 效应表现更为显著.本文考察了各工况下何时要考虑结构的 $P-\Delta$ 效应.实际结构发生侧向位移,在自身重力作用下就会表现 $P-\Delta$ 效应.但如果进行结构的非线性分析,考虑 $P-\Delta$ 效应的结构屈服后的切向刚度阵通常是不对称的,这样不仅会加大结构分析的计算量,而且要慎重选择求解器.计算结果表明一般中低层结构完全可以忽略 $P-\Delta$ 效应对结构响应的影响,而高层结构则不可忽略.

高阶模态侧力分布加载时,最大基底剪力与选择的侧力加载方式(不变的与自适应的)有关(表 2,3).自适应的比不变的模态侧力分布加载方式,高阶模态侧力加载时,在结构屈服后得到的抗震能力往往要高,这是由于结构的加载侧力分布在结构屈服后发生了变化.图 13 是 9 层框架结构的第 2、3 阶模态侧力加载分布形状.其中实线表示弹性阶段不变的侧力加载分布.当采用自适应的侧力加载分布时结构加载屈服后第 2、3 阶模态侧力分布就开始自适应地调整了,具体参看图 13(a)、(b)对应第 44、20 加载步后的侧力分布形状的变化.由图 13(a)可以发现结构屈服后,5~7 层的侧力分布是向反方向扩大了,为了达到规定的顶点控制位移,很自然地就需要更大的侧力来实现结构水平力的平衡,这样结构的基底剪力就会被高估.图 13(b)的情况则会更高地估计结构

的基底剪力(图 8、9).同理可以解释 20 层结构采用高阶模态侧力分布加载时的情况.



(a) 第 2 阶



(b) 第 3 阶

图 13 9 层框架结构的第 2、3 阶自适应的模态侧力分布

Fig. 13 The second and third adaptive modal lateral load distributions of 9-story frame structure

4 结 论

(1) 基于能量的 Pushover 曲线比传统 Pushover 曲线表现出更光滑的双线性,而且能够有效地避免传统高阶模态 Pushover 曲线可能会出现失效.基于能量的结构能力表征会更好地估计能力谱方法的等效单自由度系统的能力需求,能量能力曲线可以在能量评估框架下得到合理的应用.

(2) 自适应的比不变的模态侧力加载方式估

计的结构抗震能力要高,尤其是在高阶模态侧力分布加载时,主要是结构屈服后侧力分布的可变导致的;但当结构处在弹性阶段,模态侧力分布没有发生改变时,两种加载方式加载计算结果是完全一致的。

(3)考虑 $P-\Delta$ 效应时,结构的抗震能力一般比不考虑时低,且 20 层比 9 层的框架结构 $P-\Delta$ 效应更加显著,说明高层结构 $P-\Delta$ 效应明显,中低层结构可以忽略;但当结构处在弹性阶段,侧向位移比较小时, $P-\Delta$ 效应影响可以忽略。

参考文献:

- [1] Federal Emergence Management Agency. Improvement of nonlinear static seismic analysis procedure [R] // **Report FEMA-440**. Washington D C:FEMA, 2005.
- [2] 中华人民共和国建设部. GB 50011—2010 建筑抗震设计规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社, 2010.
Ministry of Construction of the People's Republic of China. GB 50011-2010 Code for Seismic Design of Structures [S]. Beijing: China Building Industry Press, 2010. (in Chinese)
- [3] Chopra A K, Goel R K. Capacity-demand-diagram methods based on inelastic design spectrum [J]. **Earthquake Spectra**, 1999, **15**(4):637-656.
- [4] Fajfar P. Capacity spectrum method based on inelastic demand spectra [J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 1999, **28**(9): 979-993.
- [5] Freeman S A, Nicoletti J P, Tyrell J V. Evaluation of existing buildings for seismic risk — a class study of Puget Sound Naval Shipyard [C] // **Proceedings of First US National Conference on Earthquake Engineering**. Bremerton: Earthquake Engineering Research Institute, 1975:113-122.
- [6] Vamvatsikos D, Cornell C A. Incremental dynamic analysis [J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 2002, **31**(3):491-514.
- [7] Chopra A K, Goel R K. A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings [J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 2002, **31**(3):561-582.
- [8] MAO Jian-meng, ZHAI Chang-hai, XIE Li-li. An improved modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands of buildings [J]. **Earthquake Engineering & Engineering Vibration**, 2008, **7**(1):25-31.
- [9] JIANG Yi, LI Gang, YANG Di-xiong. A modified approach of energy balance concept based multimode pushover analysis to estimate seismic demands for buildings [J]. **Engineering Structures**, 2010, **32**(5): 1272-1283.
- [10] Hernandez-Montes E, Kwon O S, Aschheim M A. An energy based formulation for first and multiple-mode nonlinear static (Pushover) analyses [J]. **Journal of Earthquake Engineering**, 2004, **8**(1):69-88.
- [11] Tjhin T, Aschheim M, Hernandez-Montes E. Observations on the reliability of alternative multiple-mode pushover analysis methods [J]. **Journal of Structural Engineering**, 2006, **132**(3): 471-477.
- [12] Gupta B, Kunnath S K. Adaptive spectra-based pushover procedure for seismic evaluation of structures [J]. **Earthquake Spectra**, 2000, **16**(2): 367-391.
- [13] Kalkan E, Kunnath S K. Adaptive modal combination for nonlinear static analysis of building structures [J]. **Journal of Structural Engineering**, 2006, **132**(11):1721-1731.
- [14] Kotanidis C, Doudoumis I N. Energy based approach of static pushover analysis [C] // **Proceedings of 14th World Conference on Earthquake Engineering, Paper No. 05-01-0293**. Beijing: International Association of Earthquake Engineering, 2008.
- [15] Leelataviwat S, Saewon W, Goel S C. Application of energy balance concept in seismic evaluation of structures [J]. **Journal of Structural Engineering**, 2009, **135**(2):113-121.

- [16] Gupta A, Krawinkler H. Dynamic $P-\Delta$ effects for flexible inelastic steel structures [J]. **Journal of Structural Engineering**, 2000, **126**(1):145-154.
- [17] Medina R A, Krawinkler H. Evaluation of drift demands for seismic performance assessment of frames [J]. **Journal of Structural Engineering**, 2004, **131**(7):1003-1013.
- [18] Cook R D, Malkus D S, Plesha M E, 等. 有限元分析的概念与应用[M]. 4 版. 关正西, 强洪夫, 译. 西安: 西安交通大学出版社, 2007:555-570.
- Cook R D, Malkus D S, Plesha M E, *et al.* **Concepts and Applications of Finite Element Analysis** [M]. 4th ed. GUAN Zheng-xi, QIANG Hong-fu, tran. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2007: 555-570. (in Chinese)
- [19] Ohtori Y, Christenson R E, Spencer B F Jr, *et al.* Benchmark control problems for seismically excited nonlinear buildings [J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2004, **130**:366-385.
- [20] OpenSees. Open system for earthquake engineering simulation [DB/OL]. (2005-03-04). <http://opensees.berkeley.edu>.

Evaluation of seismic capacity of structures considering $P-\Delta$ effects and adaptive modal lateral load distribution

LI Gang*, JIANG Yi

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Three typical representations of seismic capacity of structures, including conventional Pushover curve, energy-based Pushover curve and energy-based energy capacity curve are shown, and $P-\Delta$ effects and adaptive modal lateral load distribution on evaluating of seismic capacity of structures in detail are investigated. Then, numerical evaluation is implemented on 9-story and 20-story prototype steel moment resisting frame structures, and experimental results show: The energy-based Pushover curve behaves more smoothly bilinear than conventional Pushover curve, and can prevent the reversal of the higher modal conventional Pushover curve efficiently. The energy-based energy capacity curve can be applied to the energy-based evaluation rationally. The adaptive modal lateral load distribution produces larger capacity of the yielded structures than the invariant modal lateral load distribution, especially under the higher modal lateral load distributions. The structural seismic capacity considering the real existing $P-\Delta$ effects is lower than that without considering $P-\Delta$ effects, but for lower- and medium- story structures $P-\Delta$ effects are unobvious.

Key words: evaluation of seismic capacity of structures; Pushover analysis; $P-\Delta$ effects; adaptive modal lateral load distribution; invariant modal lateral load distribution