

基于可变模糊数据包络分析的多目标决策模型

双 晴, 袁永博*, 张明媛

(大连理工大学 建设工程学部, 辽宁 大连 116024)

摘要: 多目标决策问题的两个关键步骤是各指标权重的确定和距离函数基准点的选择. 为直接从数据集中挖掘指标权重, 获取样本的一致性排序, 研究了样本权重未事先确定的多目标决策问题, 建立了一种先优化每个指标的客观权重使赋权后每个样本综合属性值趋于理想值; 再通过相对距离测定, 利用可变模糊模型计算样本相对隶属度矩阵的两阶段决策模型, 最后给出了应用算例并同其他方法进行了对比分析. 结果显示这种新方法计算结果稳定, 能够对样本进行有效排序, 不仅可以有效解决数据包络分析模型解不唯一的问题, 而且满足样本与理想点和非理想点距离之和为1的条件, 生成一致排序.

关键词: 多目标决策分析; 可变模糊集; 数据包络分析; 客观权重

中图分类号: C94 **文献标志码:** A

0 引言

多目标决策问题是决策者在决策中经常遇到的实际问题, 它是指在多个目标准则情况下确定一个方案好坏的决策过程, 如生产规划、企业经济效益的综合评价、武器系统的优化设计等^[1].

多目标决策问题的关键步骤是目标权重的确定. 各指标在决策中的地位不同, 其差异主要表现在: (1) 决策者对指标的重视程度不同; (2) 指标在决策中的作用不同, 即指标传达给决策者的信息量不同; (3) 各指标价值的可靠程度不同. 目前, 指标权重确定的方法主要可以划分为主观赋权法和客观赋权法两种^[2]. 主观赋权法通过专家意见、问卷调查、通用准则等方式确定权重, 如简单加权法、TOPSIS法^[3]、加权平均规划法^[4]等. 客观赋权法试图通过实际数据寻找数据间的关系而生成客观权重, 如变异系数法、熵法^[5]等. 然而, 由于客观事物的复杂性及人类思维的模糊性, 一般情况下, 人们难以给出明确的偏好信息^[6], 因此, 能够直接反映数据关系的客观赋权法被认为更为有效和准确.

多目标决策问题的另一个关键要素是距离基准点的选择. 通常样本与理想点距离越小越好. 同时一些研究认为由于负理想点或非理想点为所构

建样本中最劣集合, 因此比较基准为距离最劣集合越远越好^[7-8]. 样本最终根据与理想点或非理想点的距离进行排序和择优.

本文通过优化每个决策指标的综合属性值得到客观权重, 组合赋权并用可变模糊集理论与方法对决策单元进行排序, 以避免指标偏好信息获取困难的问题, 并修正数据包络分析方法中决策单元同时最优而难以择优的缺点, 其相对隶属度的思想使决策单元的排序满足“距离理想点越近越好, 距离非理想点越远越好”的思想, 以便于计算机实现.

1 考虑权重客观度的可变模糊多目标决策模型

1.1 指标特征值规格化方式

设 n 个样本组成的集合为 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 共有 m 个指标特征值向量构成指标特征值矩阵:

$$X = (x_{ij}) \quad (1)$$

其中 x_{ij} 为样本 j 指标 i 的特征值. 为消除 m 个指标特征值物理量纲不同所带来的不可公度性, 需要对指标特征值进行规格化, 即要将指标特征值 x_{ij} 变换为对聚类样本关于模糊概念 \tilde{A} 的指标相对隶属度 r_{ij} . 指标的规格化方式一般可分为效益

收稿日期: 2012-04-11; 修回日期: 2013-04-05.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目(51208081).

作者简介: 双 晴(1987-), 女, 博士生, E-mail: shuangdaisy@mail.dlut.edu.cn; 袁永博*(1958-), 男, 博士, 教授, E-mail: yongbo@dlut.edu.cn.

型、成本型、固定型、偏离型、区间型等^[9],但以效益型和成本型最为通用.

效益型指标:特征值越大越优,规格化公式为

$$r_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_j x_{ij}}{\max_j x_{ij} - \min_j x_{ij}} \quad (2)$$

成本型指标:特征值越小越优,规格化公式为

$$r_{ij} = \frac{\max_j x_{ij} - x_{ij}}{\max_j x_{ij} - \min_j x_{ij}} \quad (3)$$

其中 $\max_j x_{ij}$ 、 $\min_j x_{ij}$ 分别为样本集指标 i 的最大、最小特征值.

则指标特征值矩阵变换为指标对模糊概念 \tilde{A} 的相对隶属度矩阵,即指标特征值规格化矩阵

$$\mathbf{R} = (r_{ij}); 0 \leq r_{ij} \leq 1 \quad (4)$$

1.2 数据包络分析与客观权重

数据包络分析(DEA)是一种在具有多输入多输出的同水平决策单元(DMU)上评价相对效率的方法^[10].自运筹学家 Charnes 等^[11]在 1978 年以相对效率概念为基础发展 DEA 这一崭新的效率评价方法以来,模型的适用范围不断扩展,重要的理论结果不断出现,模型的实际应用也日益广泛.

多目标决策问题可以视为缺少投入量或每个决策单元具有相同投入量的 DEA 问题^[12],可以证明,DEA 有效性与相应的多目标规划问题的 Pareto 有效解或非支配解是等价的^[13],因此,使用 DEA 模型求解能够避免目标之间的冲突和无法比较的现象,为决策者提供一个较佳的解空间.其模型可表示为

$$\begin{aligned} E_k &= \max \sum_{i=1}^m \tau_i R_{ik} \\ \text{s. t. } &\sum_{i=1}^m \tau_i R_{ij} \leq 1; j = 1, \dots, n \\ &\tau_i \geq \epsilon, i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (5)$$

其中 R_{ij} 表示样本 j 指标 i 的特征值规格化数, τ_i 为指标 i 的相对重要性权重, ϵ 为非阿基米德无穷小,以方便使用单纯形算法求解模型.模型根据决策单元效率值所构建的超平面计算每个 DMU 的最优指标权重.模型的优势在于:(1)DEA 适用于复杂系统,能够从最有利于 DMU 的角度进行评价;(2)投入产出向量间不必存在显示关系表达式,DEA 模型能够排除很多主观因素,具有更强的客观性.然而,尽管 DEA 能够在优化权重的基础上求出每个 DMU 的效率值,却很有可能出现

多个 DMU 同时达到效率值为 1 的情况,因此需要一种合理的机制帮助决策者进一步选择最优决策单元.

1.3 可变模糊多目标决策模型

1965 年 Zadeh 创建的模糊集合是对普通集合的突破^[14],但模糊集合概念与定义的基石——隶属函数存在静态化的缺陷.在此基础上,可变模糊集理论根据自然辩证法中关于中介、差异、共维、两极的概念及客观事物矛盾运动变化的原理,建立了以对立模糊集概念为基础的模糊可变集合与可变模型集^[15-16].基本定义如下:

定义 1 设论域 U 中的任意元素 u 的对立模糊概念或 u 对立的两种基本模糊属性,以 A 与 A^c 表示.在连续统区间 $[1, 0]$ (对 A) 与 $[0, 1]$ (对 A^c) 的任一点上,对立的两种模糊属性的相对隶属度分别为 $\mu_{\tilde{A}}(u)$ 、 $\mu_{\tilde{A}^c}(u)$,且 $\mu_{\tilde{A}}(u) + \mu_{\tilde{A}^c}(u) = 1$, $0 \leq \mu_{\tilde{A}}(u) \leq 1$.令

$$\tilde{A} = \{u, \mu_{\tilde{A}}(u), \mu_{\tilde{A}^c}(u) \mid u \in U\} \quad (6)$$

\tilde{A} 称为 u 的对立模糊集.左极点 $P_l: \mu_{\tilde{A}}(u) = 1, \mu_{\tilde{A}^c}(u) = 0$;右极点 $P_r: \mu_{\tilde{A}}(u) = 0, \mu_{\tilde{A}^c}(u) = 1$. P_m 为连续统区间 $[1, 0]$ (对 \tilde{A})、 $[0, 1]$ (对 \tilde{A}^c) 的渐变式质变点,即 $\mu_{\tilde{A}}(u) = \mu_{\tilde{A}^c}(u) = 0.5$.

设 s 表示类别 h 的 m 个指标特征值规格化数,样本 j 与类别 h 之间差异的广义指标权距离公式为

$$d_{hj} = \left\{ \sum_{i=1}^m [\tau_i | r_{ij} - s_{ih} |]^p \right\}^{\frac{1}{p}} \quad (7)$$

为求解样本 j 隶属于类别 h 的最优相对隶属度 u_{hj}^* ,引入以相对隶属度 u_{hj} 为权重的加权广义指标权距离

$$D_{hj} = u_{hj} d_{hj} \quad (8)$$

建立目标函数^[17-18]

$$F = \min \left\{ F(u, s, \tau) = \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^c u_{hj}^2 d_{hj}^\alpha = \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^c u_{hj}^2 \left[\sum_{i=1}^m [\tau_i | r_{ij} - s_{ih} |]^p \right]^{\frac{\alpha}{p}} \right\} \quad (9)$$

满足约束条件

$$\begin{aligned} \sum_{h=1}^c u_{hj} &= 1, \forall j, 0 \leq u_{hj} \leq 1, \sum_{j=1}^n u_{hj} > 0, \\ \sum_{i=1}^m \tau_i &= 1, 0 \leq \tau_i \leq 1 \end{aligned} \quad (10)$$

其中 α 为可变优化准则参数, $\alpha = 1, 2$ 分别为最小一、二乘方准则; p 为可变距离参数,可取海明距离 $p = 1$,欧式距离 $p = 2$.

1.4 求解步骤

为将条件(10)极值(9)求解问题转化为无条件极值求解问题,构造拉格朗日函数(λ_u, λ_w 分别为变量 u_{hj}, τ_{wi} 的拉格朗日乘子):

$$L(u_{hj}, s_{jh}, \tau_{wi}, \lambda_u, \lambda_w) = \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^c u_{hj}^2 \left\{ \sum_{i=1}^m [\tau_{wi} | r_{ij} - s_{jh} |]^p \right\}^{\frac{\alpha}{p}} - \lambda_u \left(\sum_{h=1}^c u_{hj} - 1 \right) - \lambda_w \left(\sum_{i=1}^m \tau_{wi} - 1 \right) \quad (11)$$

并将 c 级识别简化为 2 级识别,则可得样本 j 对 1 级(优级)的相对隶属度

$$u_{1j} = \left\{ 1 + \left[\frac{\sum_{i=1}^m [\tau_{wi} | r_{ij} - 1 |]^p}{\sum_{i=1}^m (\tau_{wi} r_{ij})^p} \right]^{\frac{\alpha}{p}} \right\}^{-1} \quad (12)$$

设计以下算法:

- (1) 对指标特征值矩阵 $\mathbf{X}=(x_{ij})_{m \times n}$ 按式(2)~(3)转变为指标特征值规格化矩阵 $\mathbf{R}=(r_{ij})_{m \times n}$;
- (2) 将指标特征值规格化矩阵 \mathbf{R} 代入模型(5)求得对应于各指标的最优目标权重矩阵 $\mathbf{W}=(\tau_i^{(p)})_{m \times n}$;
- (3) 分别取 $\alpha = 1, 2, p = 1, 2$ 的 4 种组合按式(12)计算样本 j 的相对优属度;
- (4) 对 4 种组合相对优属度值求平均,得相对优属度向量 \bar{u} ;
- (5) 按 \bar{u} 值从大到小的顺序排序即得指标特征值矩阵的排序;
- (6) 结束.

2 应用研究

引用 Jacquet-Lagrèze 等^[19]算例,数据如表 1 所示. 指标分别为市区耗油(L/100 km)、高速耗油(L/100 km)、价格(1 000 法郎)、最大时速(km · h⁻¹)、功率(W)、占地空间(m²),前 3 项为成本型指标,后 3 项为效益型指标. 使用本文所述模型计算不同车辆相对优属度,分别按 α 与 p 的 4 种组合计算,结果如表 2 所示. 括号中数字为样本排序. 计算结果显示 4 种组合下样本排序相同,满足优属度、劣属度之和为一的条件.

为验证模型的有效性,将评价结果与 DEA 结果、文献[12]中建立的相对距离模型和文献[19]中 TOPSIS 模型结果进行对比分析,结果见表 3. 其中 s_j 表示样本点相对理想点的距离变量, s_j^* 为样本点与理想点距离, \bar{s}_j 为样本点与非理想

点距离, c_j^* 为样本点与最理想点的相对接近度.

各模型对比分析结果如下:

首先,DEA 可以看作是处理多输入多输出问题的多目标决策方法^[13]. 评价中可能出现多个目标同时达到有效的状态,不利于决策者选择. 如算例中除样本 4 为最劣样本外,其余样本均达到效率值为 1 的最优样本的条件. 本文算法根据 DEA 生成的客观权重进行再评价,在模型的 4 种组合下均产生唯一排序,最劣样本与 DEA 算法一致.

其次,可变模糊模型中要求在评估前人为确定各指标权重,采用主观赋权的方法,各项指标权重之和为一,即 $\sum_{i=1}^m \tau_{wi} = 1$. 不同于主观赋权所采用的专家经验,本文算法在权重的求解与计算方面根据样本数据特点挖掘数据指标间存在的客观关系,分析出样本集合中处于相对最优情况的样本个体,利用数学规划的手段在 Pareto 有效前沿下生成客观权重矩阵,放宽了可变模糊模型中指标权重之和为一的约束条件.

第三,应用 TOPSIS 算法对样本进行排序. 由于文献[19]所采用的数据规格化公式不同于本文,为增加排序结果的可对比性,降低数据规格化方式不同对最终排序造成的影响,本文对样本原始数据采用相同的规格化公式,即式(4)~(5)重新计算,计算流程及理论分析如文献[19-20]所述. 所用专家指标权重依次为 0.001 0、0.001 0、0.325 4、0.634 6、0.001 0、0.001 0. 排序的结果如表 3 后 3 列所示. TOPSIS 算法在样本数据较接近的情况下,理想点和非理想点向量所构成的中垂线上及靠近非理想点的中垂线部分,不同衡量标准下样本点排序存在不合理的现象^[20]. 易见 s_j^* 、 \bar{s}_j 的排序存在差别,除样本 3、4、5 外均不能同时满足“距离理想点越近越优”和“距离非理想点越远越优”的一致性条件,最大的排序偏差发生在样本 7,按 s_j^* 排序第 5,按 \bar{s}_j 排序第 1. 最终排序是前两种排序的折中排序,最优样本为样本 10.

当 $\alpha = 1, p = 2$ 时,可变模糊模型具体化为 TOPSIS 模型,因此二者存在的具体差别在于权重的确定. 从识别最优样本的角度考虑,本文算法基于客观权重计算样本 10 为最优样本,与 TOPSIS 专家权重产生的最优样本结果一致,证明了客观权重的可适用性. 因此能够适用于由于事前信息量不足而造成的专家权重难以确定或专家意见不统一的情况.

表 1 10 辆汽车的 6 项指标数据

Tab. 1 Data for ten cars with six criteria

样本 编号	市区耗油/ (L · (100 km) ⁻¹)	高速耗油/ (L · (100 km) ⁻¹)	价格/ 10 ³ 法郎	最大时速/ (km · h ⁻¹)	功率/W	占地空间/m ²
1	11.4	10.01	49.5	173	10	7.88
2	12.3	10.48	46.7	176	11	7.96
3	8.2	7.30	32.1	142	5	5.65
4	10.5	9.61	39.2	148	7	6.15
5	14.5	11.05	64.7	178	13	8.06
6	13.6	10.40	75.7	180	13	8.47
7	12.7	12.26	68.6	182	11	7.81
8	14.3	12.95	55.0	145	11	8.38
9	8.6	8.42	35.2	161	7	5.11
10	7.2	6.75	24.8	117	3	5.81
最大值	14.5	12.95	75.7	182	13	8.47
最小值	7.2	6.75	24.8	117	3	5.11

表 2 可变模糊决策模型相对优属度计算结果

Tab. 2 Relative optimal membership degrees of variable fuzzy decision-making model

样本 编号	$\alpha=1, p=1$		$\alpha=1, p=2$		$\alpha=2, p=1$		$\alpha=2, p=2$	
	优属度	劣属度	优属度	劣属度	优属度	劣属度	优属度	劣属度
1	0.665 1(9)	0.334 9(9)	0.680 4(9)	0.319 6(9)	0.797 8(9)	0.202 2(9)	0.819 3(9)	0.180 7(9)
2	0.746 7(7)	0.253 3(7)	0.781 6(7)	0.218 4(7)	0.896 8(7)	0.103 2(7)	0.927 5(7)	0.072 5(7)
3	0.767 4(6)	0.232 6(6)	0.790 2(6)	0.209 8(6)	0.915 8(6)	0.084 2(6)	0.934 2(6)	0.065 8(6)
4	0.605 1(10)	0.394 9(10)	0.639 7(10)	0.360 3(10)	0.701 2(10)	0.298 8(10)	0.759 1(10)	0.240 9(10)
5	0.893 8(2)	0.106 2(2)	0.929 9(2)	0.070 1(2)	0.986 1(2)	0.013 9(2)	0.994 3(2)	0.005 7(2)
6	0.872 8(3)	0.127 2(3)	0.908 0(3)	0.092 0(3)	0.979 2(3)	0.020 8(3)	0.989 8(3)	0.010 2(3)
7	0.788 0(5)	0.212 0(5)	0.808 5(5)	0.191 5 (5)	0.932 5(5)	0.067 5(5)	0.946 9(5)	0.053 1(5)
8	0.825 8(4)	0.174 2(4)	0.889 5(4)	0.110 5(4)	0.957 4(4)	0.042 6(4)	0.984 8(4)	0.015 2(4)
9	0.729 3(8)	0.270 7(8)	0.767 2(8)	0.232 8(8)	0.878 9(8)	0.121 1(8)	0.915 7(8)	0.084 3(8)
10	0.939 9(1)	0.060 1(1)	0.946 2(1)	0.053 8(1)	0.995 9(1)	0.004 1(1)	0.996 8(1)	0.003 2(1)

表 3 可变模糊、DEA、相对距离、TOPSIS 模型的汽车排序结果

Tab. 3 Ranking for the car example from the variable fuzzy, DEA, relative distance, TOPSIS models

样本 编号	可变模糊	DEA	相对距离		TOPSIS		
	u_j	E_j	s_j	$1-s_j$	s_j^*	s_j^-	c_j^*
1	(9)	1.000 0(1)	0.261 5(2)	0.738 5(2)	0.180 5(2)	0.572 1(5)	0.239 8(9)
2	(7)	1.000 0(1)	0.215 1(1)	0.784 9(1)	0.151 6(1)	0.605 3(3)	0.200 3(10)
3	(6)	1.000 0(1)	0.455 8(8)	0.544 2(8)	0.393 0(8)	0.370 8(8)	0.514 6(3)
4	(10)	0.928 8(10)	0.445 7(7)	0.554 3(7)	0.344 3(7)	0.382 4(7)	0.473 8(4)
5	(2)	1.000 0(1)	0.312 3(5)	0.687 7(5)	0.258 1(4)	0.599 4(4)	0.301 0(7)
6	(3)	1.000 0(1)	0.359 6(6)	0.640 4(6)	0.326 0(6)	0.614 9(2)	0.346 5(5)
7	(5)	1.000 0(1)	0.300 4(4)	0.699 6(4)	0.279 8(5)	0.636 2(1)	0.305 5(6)
8	(4)	1.000 0(1)	0.576 3(9)	0.423 7(9)	0.409 4(9)	0.303 9(10)	0.574 0(2)
9	(8)	1.000 0(1)	0.292 1(3)	0.707 9(3)	0.215 5(3)	0.501 7(6)	0.300 4(8)
10	(1)	1.000 0(1)	0.652 5(10)	0.347 5(10)	0.634 6(10)	0.325 4(9)	0.661 0(1)

最后,同文献[12]中建立的相对距离模型进行比较分析.相对距离模型的原理为根据 DEA 模型生成客观权重,在此基础上引入相对距离的思想,刻画样本点和理想点之间的相对差异,并根据此差异生成最终的样本排序.因此,在对最优、最劣样本的识别上应与 DEA 模型产生的排序结

果保持一致.从数据结果可以看出,相对距离模型满足了理想点与非理想点距离之和为一的要求,但其排序却不能与 DEA 模型排序结果相符,如 DEA 模型下,样本 4 排序第 10,相对距离模型中样本 4 排序第 7.其次,该模型所用为原始数据,未进行规格化处理.由于样本数据可能存在较大

的离散型, 导致规划求解难以满足 $\omega_i > \epsilon$ 的条件, 因此模型在约束中增加了理想点与非理想点的比例系数 b , 即 $\omega_i(Y_i^* - Y_i) = b$. 然而, 比例系数 b 的设定需要人为主观确定, 在建模思想上与该相对距离模型利用数据生成客观权重的思想不统一.

3 结 论

本文采用客观赋权的方法, 从多个指标中寻找使目标样本趋于最优的权重集合, 并利用可变模糊集合理论的对立统一思想对样本进行计算排序. 该模型解决了 DEA 评价结果不唯一的问题.

在可变模糊模型中引入 DEA 客观权重, 权重的计算基于样本数据不同指标的综合表现. 首先, 在 DEA 计算生成的客观权重矩阵下, 可变模糊的 4 种不同组合模型能够产生一致排序. 客观权重矩阵的引入放宽了可变模糊模型中对权重之和为 1 的约束条件, 算例结果证明客观权重矩阵能够应用于可变模糊模型. 其次, 4 组模型的相对优属度和相对劣属度排序结果在“距离理想点越近越优”和“距离非理想点越远越优”两个标准下分别产生相同的排序结果, 且二者之和为 1, 故模型适用于决策者无法确定优选衡量标准的情况. 第三, TOPSIS 算法是可变模糊模型取 $\alpha=1, p=2$ 时的特例, 从择优的角度出发, 应用客观权重的可变模糊方法和应用主观权重的 TOPSIS 方法能够识别出相同的最优样本. 在这一特点下, 考虑权重客观度的可变模糊多目标决策模型更适用于决策偏好信息不完全或专家意见不统一时所导致的权重标准难以确定的情况. 最后, 客观赋权法的决策或评价结果相对比较合理、客观, 可操作性和实用性强. 综上所述, 此法为解决偏好信息不完全下的多目标决策问题提供了一条新的途径.

参 考 文 献:

- [1] 饶从军, 肖新平. 多目标决策问题的模糊数学解法 [J]. 武汉理工大学学报: 交通科学与工程版, 2006, **30**(4):700-703.
RAO Cong-jun, XIAO Xin-ping. Method for the problem of multi-objective decision making based on fuzzy math theory [J]. **Journal of Wuhan University of Technology: Transportation in Science & Engineering**, 2006, **30**(4):700-703. (in Chinese)
- [2] Zeleny M. **Multiple Criteria Decision Making** [M]. New York: McGraw-Hill, 1982.
- [3] 徐克龙. 两两比较的 TOPSIS 法 [J]. 数学的实践与认识, 2010, **40**(5):110-114.
XU Ke-long. TOPSIS method based on pairwise comparisons [J]. **Mathematics in Practice and Theory**, 2010, **40**(5):110-114. (in Chinese)
- [4] 徐泽水. 语言多属性决策的目标规划模型 [J]. 管理科学学报, 2006, **9**(2):9-17.
XU Ze-shui. Goal programming models for multiple attribute decision making under linguistic setting [J]. **Journal of Management Sciences in China**, 2006, **9**(2):9-17. (in Chinese)
- [5] 许丽忠, 张江山, 王菲凤. 熵权多目标决策环境监测优化布点模型及应用 [J]. 环境工程, 2007, **25**(1):61-63.
XU Li-zhong, ZHANG Jiang-shan, WANG Fei-feng. Optimization of environmental monitoring sites by entropy weight multi-object decision model [J]. **Environmental Engineering**, 2007, **25**(1):61-63. (in Chinese)
- [6] 徐泽水. 部分权重信息下多目标决策方法研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2002, **1**(1):43-47.
XU Ze-shui. One method for multi-objective decision-making with partial weight information [J]. **Systems Engineering-Theory & Practice**, 2002, **1**(1):43-47. (in Chinese)
- [7] YU P L. A class of solutions for group decision problems [J]. **Management Science**, 1973, **19**(8):936-946.
- [8] Jahanshahloo G R, Afzalinejad M. A ranking method based on a full-inefficient frontier [J]. **Applied Mathematical Modeling**, 2006, **30**(3):248-260.
- [9] 费 奇, 刘敬学. 一种基于模糊偏好信息的多属性决策方法 [J]. 武汉理工大学学报, 2006, **28**(9):132-140.
FEI Qi, LIU Jing-xue. A multi-attribute decision making method based on fuzzy preference information [J]. **Journal of Wuhan University of Technology**, 2006, **28**(9):132-140. (in Chinese)
- [10] 双 晴, 袁永博, 双 凯. 基于改进数据包络分析的建设工评标模型 [J]. 数学的实践与认识, 2012, **42**(8):9-15.
SHUANG Qing, YUAN Yong-bo, SHUANG Kai. A new method for construction engineering bidding evaluation [J]. **Mathematics in Practice and Theory**, 2012, **42**(8):9-15. (in Chinese)
- [11] Charnes A, Cooper W W, Rhodes E. Measuring the efficiency of decision making units [J].

- European Journal of Operational Research**, 1978, **2**(6):429-444.
- [12] KAO Cao. Weight determination for consistently ranking alternatives in multiple criteria decision analysis [J]. **European Journal of Operational Research**, 2010, **34**(7):1779-1787.
- [13] 魏权龄, 岳明. DEA 概论与 C^2R 模型——数据包络分析(一)[J]. 系统工程理论与实践, 1989 (1): 58-69.
- WEI Quan-ling, YUE Ming. An introduction to DEA and C^2R model - Data envelopment analysis (1) [J]. **Systems Engineering-Theory & Practice**, 1989(1):58-69. (in Chinese)
- [14] Zadeh L A. Fuzzy sets [J]. **Information and Control**, 1965, **8**(3):338-353.
- [15] 陈守煜. 可变模糊集理论哲学基础[J]. 大连理工大学学报:社会科学版, 2005, **26**(1):53-57.
- CHEN Shou-yu. Philosophical foundation of variable fuzzy sets theory [J]. **Journal of Dalian University of Technology: Social Sciences**, 2005, **26**(1):53-57. (in Chinese)
- [16] 陈守煜. 工程可变模糊集理论与模型——模糊水文水资源学数学基础[J]. 大连理工大学学报, 2005, **45**(2):308-312.
- CHEN Shou-yu. Theory and model of engineering variable fuzzy set — Mathematical basis for fuzzy hydrology and water resources [J]. **Journal of Dalian University of Technology**, 2005, **45**(2):308-312. (in Chinese)
- [17] 陈守煜. 工程模糊集理论与应用[M]. 北京:国防工业出版社, 1998.
- CHEN Shou-yu. **Engineering Fuzzy Set Theory and Application** [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1998. (in Chinese)
- [18] 陈守煜. 可变模糊集理论与模型及其应用[M]. 大连:大连理工大学出版社, 2009.
- CHEN Shou-yu. **Theory and Model of Variable Fuzzy Sets and Its Application** [M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2009. (in Chinese)
- [19] Jacquet-Lagrèze E, Siskos J. Assessing a set of additive utility functions for multiple criteria decision making [J]. **European Journal of Operational Research**, 1982, **10**(2):151-164.
- [20] 胡永宏. 对 TOPSIS 法用于综合评价的改进 [J]. 数学的实践与认识, 2002, **32**(4):572-575.
- HU Yong-hong. The improved method for TOPSIS in comprehensive evaluation [J]. **Mathematics in Practice and Theory**, 2002, **32**(4):572-575. (in Chinese)

Multiple criteria decision model based on variable fuzzy data envelopment analysis

SHUANG Qing, YUAN Yong-bo*, ZHANG Ming-yuan

(Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Two key steps in multiple criteria decision analysis (MCDA) problem are the determination of weights with individual criteria and the selection of benchmark for distance function. In order to obtain criteria weights from the data and achieve consistent ranking, a two-stage method for MCDA problem with weights information on objectives is presented. The general idea is to find a set of weights which produces the aggregate performance for all alternatives to be as close to the ideal point as possible, and then proposes a measure of relative distance, which involves the calculation of the relative membership grade matrix. An illustrative example is given to clarify the proposed method, and the results are compared with those obtained from other methods. The analytical results show that the performance is superior to existing systems and the evaluation is effectiveness in practice. The model provides a unique ordering of the alternatives. It can achieve the unique solution in data envelopment analysis, and the sum of distance of samples with ideal point and non-ideal point is one is satisfied, also the rankings obtained from the two criteria are the same.

Key words: multiple criteria decision analysis; variable fuzzy sets; data envelopment analysis; posteriori weight