

基于子空间方法的非均匀多采样率系统辨识

王宏伟*, 孙爽

(大连理工大学 控制科学与工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 针对非均匀多采样率系统的建模问题, 根据因果关系, 建立了非均匀多采样率系统的状态空间模型。对于含有提升变量的状态空间模型, 提出基于子空间技术的辨识方法。首先, 由系统的输入输出数据建立由 Hankel 矩阵组成的扩展状态空间方程; 其次, 利用斜交投影的原理, 以及奇异值分解, 通过子空间辨识算法确定增广观测矩阵和状态向量; 最后, 通过最小二乘方法确定模型的参数矩阵。该方法简单有效且对初值具有鲁棒性。仿真实例验证了方法的有效性。

关键词: 非均匀多采样率系统; 状态空间模型; 子空间方法; 系统辨识

中图分类号: TP273.1

文献标识码: A

doi:10.7511/dllgxb201405014

0 引言

在大量的非均匀多采样率系统中, 有一大类特殊的非均匀采样系统。虽然输入、输出不是周期刷新、采样, 但均在一个大时间间隔 T 内重复完成。因此, 又称其为非均匀周期采样系统, T 称为框架周期, 这类非均匀采样系统是广泛存在的。例如: 在聚合反应器中, 要建立反应物浓度与温度和压力的关系模型时, 通常是用气相色谱分析仪来测量反应物浓度。对于变化快的温度和压力, 采用较短时间的非均匀周期采样; 对于反应物浓度, 采用较长时间的周期采样, 其采样周期等于温度和压力输入刷新的框架周期^[1]。

文献[2-5]设计了一个辅助模型, 并运用提升技术研究了非均匀采样系统的建模问题。文献[6]基于递阶辨识原理, 根据系统的输入输出数据, 推导了系统的状态空间模型。文献[7]研究了系统的连续模型辨识问题。滤波^[8]、状态估计^[9]等问题也是建模的关键。

子空间辨识自 20 世纪 80 年代诞生以来, 逐渐成为系统辨识的重要分支, 在过程控制中得到了广泛应用^[10-11]。子空间辨识与传统辨识方法相比具有两个优势:(1)辨识多输入多输出系统与单

输入单输出系统一样, 均基于状态空间方程, 不需要特殊的模型参数化;(2)不需要非线性优化, 只需要鲁棒性强的数值计算工具, 诸如 QR 分解、奇异值分解(SVD 分解)等^[11-13]。

本文针对含有提升变量的状态空间模型, 提出基于子空间技术的辨识方法, 并通过仿真实例验证方法的有效性。

1 问题描述

1.1 状态空间模型的描述

考虑图 1 所示的非均匀采样系统, 其中 S_c 是一个连续过程, 输入离散信号 $\mathbf{u}(kT + t_i), i = 1, 2, \dots, p$, 经过非均匀零阶保持器 H_τ 得到连续输入信号 $\mathbf{u}(t)$, 对测量输出 $\mathbf{y}(t)$ 均匀采样(T 为周期), 得到离散输出信号 $\mathbf{y}(kT)$, H_τ 的刷新时间间隔为 $\tau_i (\tau_i := t_i - t_{i-1})$, 于是 $t_i := \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_i$ (设 $t_0 = 0, t_p = T$), $T := \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_p = t_p$ (“ $A := X$ ”或者“ $A =: X$ ”表示 A 记作 X). H_τ 的特性如图 2 所示, 则 $\mathbf{u}(t)$ 可表示为

$$\mathbf{u}(t) = \begin{cases} \mathbf{u}(kT); kT \leq t < kT + t_1 \\ \mathbf{u}(kT + t_1); kT + t_1 \leq t < kT + t_2 \\ \vdots \\ \mathbf{u}(kT + t_{p-1}); kT + t_{p-1} \leq t < (k+1)T \end{cases}$$

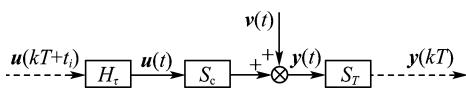


图 1 非均匀采样系统

Fig. 1 Non-uniformly sampling system

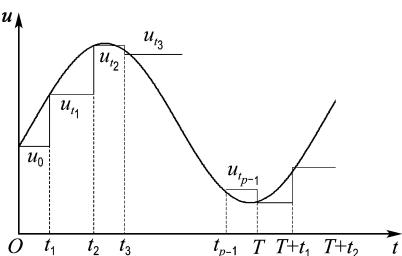


图 2 非均匀零阶保持器

Fig. 2 Non-uniformly zero-holder

综上所述, 系统的输入在第 k 个周期 $[kT, kT+T]$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) 以 $t = kT + t_i$ ($i = 1, 2, \dots, p$) 非均匀刷新 p 次, 系统输出以 T 为周期采样. 本文研究了这类控制输入非均匀刷新, 输出周期采样的非均匀采样系统的辨识问题. 下面推导连续过程 S_c 对应的具有因果关系的非均匀采样系统的离散模型.

设 S_c 的状态空间模型为

$$S_c: \begin{cases} \dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t) \\ y(t) = C x(t) + D u(t) + v(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x(t) \in \mathbf{R}^n$, 是状态向量; $u(t) \in \mathbf{R}^1$, 是控制输入; $v(t) \in \mathbf{R}^1$, 是白噪声; $y(t) \in \mathbf{R}^1$, 为测量输出; A_c, B_c 和 C 为适当维数的矩阵, D 是常数. 综上可知, 输入数据 $u(kT + t_i)$ ($i = 1, 2, \dots, p-1$) 和输出数据 $y(kT)$ 可测.

采用文献[5-6]的方法将系统(1)用 T 离散化, 这里直接给出非均匀采样系统的状态空间离散方程:

$$\begin{aligned} x(kT+T) &= e^{A_c T} x(kT) + \int_{kT}^{kT+T} e^{A_c (kT+\tau)} B_c u(\tau) d\tau = \\ &e^{A_c T} x(kT) + \\ &\sum_{i=1}^p e^{A_c (T-t_i)} \int_0^{t_i} e^{A_c \tau} d\tau B_c u(kT + t_{i-1}) = \\ &Ax(kT) + \sum_{i=1}^p B_c u(kT + t_{i-1}) = \\ &Ax(kT) + B \tilde{u}(kT) \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $A := e^{A_c T} \in \mathbf{R}^{n \times n}$; $B_i := e^{A_c (T-t_i)} B_c \in \mathbf{R}^{n \times 1}$,

$$\begin{aligned} B_{\tau_i} &:= \int_0^{\tau_i} e^{A_c \tau} d\tau B_c \in \mathbf{R}^{n \times 1}; B := (B_1 \ B_2 \ \cdots \ B_p) \in \\ &\mathbf{R}^{n \times p}; \tilde{u}(kT) := (u(kT) \ u(kT + t_1) \ \cdots \ u(kT + t_{p-1}))^\top \in \mathbf{R}^{p \times 1}. \end{aligned}$$

离散系统输出方程为

$$y(kT) = Cx(kT) + \tilde{D} \tilde{u}(kT) + v(kT) \quad (3)$$

其中 $\tilde{D} := (D \ 0 \ \cdots \ 0) \in \mathbf{R}^{1 \times p}$.

实际系统会受到噪声和干扰的影响, 因此将模型(2) 和(3) 写为

$$\begin{aligned} x(kT+T) &= Ax(kT) + Bu(kT) + w(kT); \\ y(kT) &= Cx(kT) + \tilde{D} \tilde{u}(kT) + v(kT) \end{aligned} \quad (4)$$

$\{w(kT), v(kT)\}$ 为不相关噪声, 简记 $x_{k+1} = x(kT+T), \tilde{u}_k = \tilde{u}(kT), y_k = y(kT), w_k = w(kT), v_k = v(kT)$.

1.2 关于模型的一些假设

在子空间辨识算法中, 一般对模型做以下假设:

(1) 系统是渐进稳定的, 即 A 的特征值严格在单位圆内;

(2) 系统是可控可观的, 即 (A, C) 是可观测的, $(A, (B \ Q^{1/2}))$ 是可控的;

(3) 输入是确定性的拟平稳序列, 并且与过程噪声和测量噪声无关;

(4) 过程噪声和测量噪声都是平稳的零均值白噪声序列, 且

$$E = \left(\begin{pmatrix} w_p \\ v_q \end{pmatrix} (w_p^T \ v_q^T) \right) = \begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} \delta_{pq} \geq 0 \quad (5)$$

式中: $Q \in \mathbf{R}^{n \times n}, S \in \mathbf{R}^{n \times 1}, R \in \mathbf{R}^1$, 为噪声 $\{w(kT), v(kT)\}$ 的协方差矩阵; δ_{pq} 为 Kronecker 函数(即 $\delta_{pq} = 0$, 当 $p \neq q$; $\delta_{pq} = 1$, 当 $p = q$).

2 子空间辨识几何工具

2.1 矩阵的定义

针对状态空间方程(4), 基于系统的输入输出矩阵等式, 给出非均匀多采样率离散系统的输出方程的形式:

$$Y_f := \Gamma_i X_i + H_i^d U_f + H_i^s M_f + N_f \quad (6)$$

其中增广观测矩阵

$$\Gamma_i := (C \ CA \ CA^2 \ \cdots \ CA^{i-1})^\top \quad (7)$$

确定性下三角 Toeplitz 矩阵 \mathbf{H}_i^d :

$$\mathbf{H}_i^d := \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{D}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}\mathbf{B} & \tilde{\mathbf{D}} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{CAB} & \mathbf{CB} & \tilde{\mathbf{D}} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{CA}^{i-2}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{i-3}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{i-4}\mathbf{B} & \cdots & \tilde{\mathbf{D}} \end{pmatrix} \quad (8)$$

随机性下三角 Toeplitz 矩阵 \mathbf{H}_i^s :

$$\mathbf{H}_i^s := \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{CA} & \mathbf{C} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{CA}^{i-2} & \mathbf{CA}^{i-3} & \mathbf{CA}^{i-4} & \cdots & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (9)$$

输入和输出的 Hankel 矩阵为

$$\mathbf{U}_{0| i-1} := \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_0 & \tilde{\mathbf{u}}_1 & \cdots & \tilde{\mathbf{u}}_{j-1} \\ \tilde{\mathbf{u}}_1 & \tilde{\mathbf{u}}_2 & \cdots & \tilde{\mathbf{u}}_j \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \tilde{\mathbf{u}}_{i-1} & \tilde{\mathbf{u}}_i & \cdots & \tilde{\mathbf{u}}_{i+j-2} \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{Y}_{0| i-1} := \begin{pmatrix} \mathbf{y}_0 & \mathbf{y}_1 & \cdots & \mathbf{y}_{j-1} \\ \mathbf{y}_1 & \mathbf{y}_2 & \cdots & \mathbf{y}_j \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{y}_{i-1} & \mathbf{y}_i & \cdots & \mathbf{y}_{i+j-2} \end{pmatrix} \quad (11)$$

为了书写方便,作如下定义:

$$\mathbf{U}_p := \mathbf{U}_{0| i-1}, \quad \mathbf{U}_f := \mathbf{U}_{i+2| i-1}, \quad \mathbf{Y}_p := \mathbf{Y}_{0| i-1},$$

$$\mathbf{Y}_f := \mathbf{Y}_{i+2| i-1},$$

$$\mathbf{W}_p := \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_p \\ \mathbf{U}_p \end{pmatrix} = \mathbf{W}_{0| i-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{0| i-1} \\ \mathbf{U}_{0| i-1} \end{pmatrix} \quad (12)$$

式中 p 和 f 分别表示过去和将来. 同样可以得到过程噪声 \mathbf{w}_k 和 \mathbf{v}_k 的 Hankel 矩阵, 分别记作 $\mathbf{M}_{0| i-1}$ 、 $\mathbf{M}_{i+2| i-1}$ 、 $\mathbf{N}_{0| i-1}$ 和 $\mathbf{N}_{i+2| i-1}$, 简记为 \mathbf{M}_p 、 \mathbf{M}_f 、 \mathbf{N}_p 和 \mathbf{N}_f . 最后定义状态序列 \mathbf{X}_i 为

$$\mathbf{X}_i := (x_i \ x_{i+1} \ x_{i+2} \ \cdots \ x_{i+j-1}) \quad (13)$$

2.2 正交投影

首先, 定义 p 行 j 列矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{p \times j}$ 和 q 行 j 列矩阵 $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{q \times j}$.

定义 1 令矩阵 \mathbf{A} 的行空间在矩阵 \mathbf{B} 的行空间上的正交投影为

$$\mathbf{A}/\mathbf{B} = \mathbf{AB}^+\mathbf{B} \quad (14)$$

定义 2 令矩阵 \mathbf{A} 的行空间在矩阵 \mathbf{B} 的行空

间的正交补空间上的正交投影为

$$\mathbf{A}/\mathbf{B}^\perp = \mathbf{A} - \mathbf{AB}^+\mathbf{B} \quad (15)$$

式中: “ $+$ ” 表示 Moore-Penrose 伪逆; \mathbf{B}^\perp 表示 \mathbf{B} 的行空间的正交补空间, 即 $(\mathbf{B}^\perp)^\top \mathbf{B} = 0$.

3 基于子空间方法的辨识

子空间辨识算法一般分为两步: 第一步, 将 Hankel 矩阵加权投影, 得到系统的观测矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}_i$ 或者状态序列 \mathbf{X}_i 的估计 $\hat{\mathbf{X}}_i$, 对投影进行奇异值分解 (singular value decomposition, SVD) 得到系统阶次; 第二步, 最小二乘法确定系统矩阵 (\mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 、 $\tilde{\mathbf{D}}$) 和系统噪声的协方差矩阵 \mathbf{Q} 、 \mathbf{S} 和 \mathbf{R} .

下面利用子空间方法实现模型(4) 中参数的估计. 将 \mathbf{Y}_f 的行空间正交投影到 \mathbf{U}_f 的行空间的正交补空间 \mathbf{U}_f^\perp 上:

$$\mathbf{Y}_f/\mathbf{U}_f^\perp = \boldsymbol{\Gamma}_i \mathbf{X}_i/\mathbf{U}_f^\perp + \mathbf{H}_i^s \mathbf{M}_f/\mathbf{U}_f^\perp + \mathbf{N}_f/\mathbf{U}_f^\perp \quad (16)$$

噪声和输入不相关, 因此 $\mathbf{M}_f/\mathbf{U}_f^\perp = \mathbf{M}_f$, $\mathbf{N}_f/\mathbf{U}_f^\perp = \mathbf{N}_f$, 可以得到

$$\mathbf{Y}_f/\mathbf{U}_f^\perp = \boldsymbol{\Gamma}_i \mathbf{X}_i/\mathbf{U}_f^\perp + \mathbf{H}_i^s \mathbf{M}_f + \mathbf{N}_f \quad (17)$$

选取加权矩阵 \mathbf{W}_1 和 \mathbf{W}_2 , 并将 \mathbf{W}_1 和 \mathbf{W}_2 分别左乘和右乘式(17) 的两端, 得到

$$\mathbf{W}_1 \mathbf{Y}_f/\mathbf{U}_f^\perp \mathbf{W}_2 = \underbrace{\mathbf{W}_1 \boldsymbol{\Gamma}_i}_{1} \underbrace{\mathbf{X}_i/\mathbf{U}_f^\perp}_{2} \underbrace{\mathbf{W}_2}_{3} + \mathbf{W}_1 (\mathbf{H}_i^s \mathbf{M}_f + \mathbf{N}_f) \mathbf{W}_2 \quad (18)$$

\mathbf{W}_1 和 \mathbf{W}_2 选择的规则如下:

- (1) $\mathbf{W}_1 \boldsymbol{\Gamma}_i$ 的秩等于 $\boldsymbol{\Gamma}_i$ 的秩;
- (2) $\mathbf{X}_i/\mathbf{U}_f^\perp \mathbf{W}_2$ 的秩等于 \mathbf{X}_i 的秩;
- (3) $\mathbf{W}_1 (\mathbf{H}_i^s \mathbf{M}_f + \mathbf{N}_f) \mathbf{W}_2 = \mathbf{0}$

如果满足上述条件, 则定义矩阵 \mathbf{O}_i :

$$\mathbf{O}_i := \mathbf{W}_1 \mathbf{Y}_f/\mathbf{U}_f^\perp \mathbf{W}_2 = \mathbf{W}_1 \boldsymbol{\Gamma}_i \mathbf{X}_i/\mathbf{U}_f^\perp \mathbf{W}_2 \quad (19)$$

对矩阵 \mathbf{O}_i 进行奇异值分解, 得到

$$\mathbf{O}_i = (\mathbf{U}_1 \ \mathbf{U}_2) \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_1^\top \\ \mathbf{V}_2^\top \end{pmatrix} \quad (20)$$

于是可以得到 $\mathbf{W}_1 \boldsymbol{\Gamma}_i = \mathbf{U}_1 \mathbf{S}_1^{1/2} \cdot \mathbf{X}_i/\mathbf{U}_f^\perp \mathbf{W}_2 = \mathbf{S}_1^{1/2} \mathbf{V}_2^\top$. 选取恰当的权矩阵 \mathbf{W}_2 , 可得系统状态序列的卡尔曼滤波估计: $\hat{\mathbf{X}}_i = \mathbf{X}_i/\mathbf{U}_f^\perp \mathbf{W}_2$. 下面将基于子空间的辨识算法步骤归纳如下:

- (1) 计算矩阵 \mathbf{O}_i 和 \mathbf{O}_{i+1}

$$\mathbf{O}_i = \mathbf{W}_1 \mathbf{Y}_f/\mathbf{U}_f^\perp \mathbf{W}_2, \quad \mathbf{O}_{i+1} = \overline{\mathbf{W}_1} \mathbf{Y}_{i+1| 2i-1}/\mathbf{U}_{i+1| 2i-1}^\perp \overline{\mathbf{W}_2}$$

式中: $\mathbf{W}_1 = \mathbf{I}_{11}$; $\mathbf{W}_2 = (\mathbf{W}_p / \mathbf{U}_f^\perp)^+ \mathbf{W}_p$; $\overline{\mathbf{W}}_1 = \mathbf{I}_{11i-1}$,

$$\overline{\mathbf{W}}_2 = (\mathbf{W}_{0|i} / \mathbf{U}_{i+1|2i-1}^\perp)^+ \mathbf{W}_{0|i}.$$

(2) 对 \mathbf{O}_i 进行奇异值分解得到

$$\mathbf{O}_i = (\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_2) \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_1^T \\ \mathbf{V}_2^T \end{pmatrix}$$

(3) 根据 \mathbf{S}_1 中的非零奇异值的个数确定系统的阶数。

(4) 计算 \mathbf{T}_i 和 $\underline{\mathbf{T}}_{i-1}$, $\mathbf{T}_i = \mathbf{W}_1^+ \mathbf{U}_1 \mathbf{S}_1^{1/2}$, $\underline{\mathbf{T}}_{i-1} = \underline{\mathbf{T}}_i$, $\underline{\mathbf{T}}_i$ 代表由 \mathbf{T}_i 的前 $(i-1) \times 1$ 数据组成的矩阵。

(5) 确定系统的状态变量序列: $\hat{\mathbf{X}}_i = \mathbf{T}_i^+ \mathbf{O}_i$, $\hat{\mathbf{X}}_{i+1} = \mathbf{T}_{i-1}^+ \mathbf{O}_{i+1}$.

(6) 利用最小二乘估计系统的参数, 从而得到 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 、 $\widetilde{\mathbf{D}}$.

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{i+1} \\ \mathbf{Y}_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \widetilde{\mathbf{D}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{X}}_i \\ \mathbf{U}_{i+1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\rho}_w \\ \boldsymbol{\rho}_v \end{pmatrix}$$

(7) 由上式的残差确定系统噪声协方差矩阵 \mathbf{Q} 、 \mathbf{S} 和 \mathbf{R} .

4 仿真算例

以文献[6]的例子来研究本文提出的方法。考虑下列仿真对象, 其传递函数为

$$S_c = \frac{1}{120s^2 + 10s + 1} \quad (21)$$

取 $p = 2$, $\tau_1 = 2s$, $\tau_2 = 5s$, 则 $t_1 = \tau_1 = 2s$, $t_2 = \tau_1 + \tau_2 = T = 7s$, 则非均匀采样系统的离散时间状态空间模型为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(kT + T) &= \begin{pmatrix} 0.423 & 1 & -0.041 & 0 \\ 4.948 & 4 & 0.834 & 5 \end{pmatrix} \mathbf{x}(kT) + \\ &\quad \begin{pmatrix} 1.003 & 7 & 3.949 & 0 \\ 8.950 & 7 & 10.792 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}(kT) \\ \mathbf{u}(kT + t_1) \end{pmatrix} \\ \mathbf{y}(kT) &= (0 \quad 0.008 \quad 3) \mathbf{x}(kT) + \mathbf{v}(kT) \end{aligned}$$

仿真时, 输入 $\{\mathbf{u}(kT + t_i), i = 0, 1, \dots, p-1\}$ 为零均值、单位方差不相关可测随机变量序列, $\{\mathbf{v}(kT)\}$ 为零均值, 方差 $\sigma^2 = 0.1^2$, 信噪比 $R_{sn} = 17.18\%$ 的白噪声序列。

在上述噪声条件下, 估计模型的奇异值分布情况如图 3 所示, 显然, 在第一阶和第二阶最大, 其余接近零, 因此选模型阶数为 2 阶。然后分别用本文提出的子空间方法和文献[5]提出的基于传

递函数辨识方法进行比较。比较时, 进行 100 次蒙特卡罗实验, 每次实验取不同的噪声序列, 但输入相同, 每次实验的数据长度 $j = 3000$, 数据的行块数 $i = 10$. 实验结果如图 4 所示。

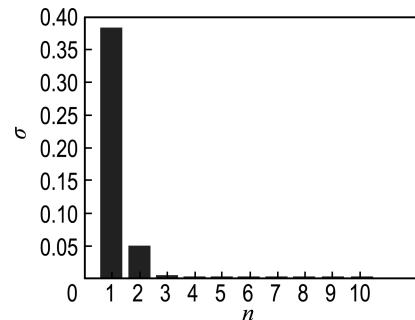
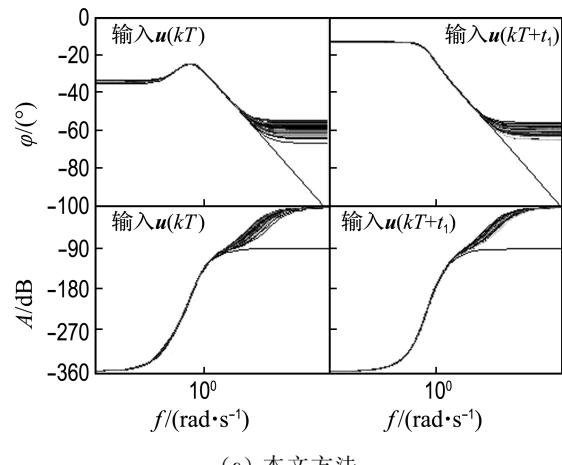
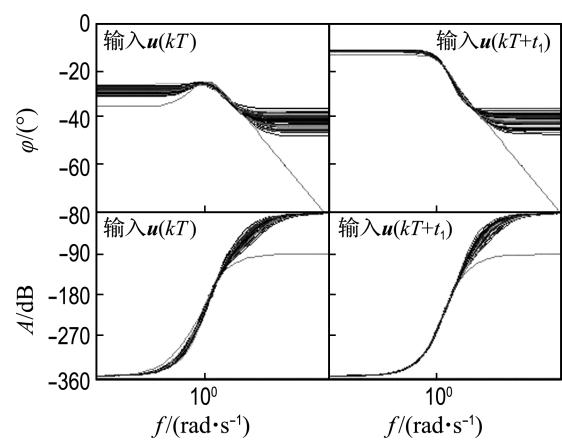


图 3 估计模型奇异值的变化

Fig. 3 Variations of singular values of the estimated model



(a) 本文方法



(b) 文献[5]方法

图 4 频率特性曲线

Fig. 4 Frequency response curves

图 4 给出了两种算法得到的状态空间模型

Bode图幅频特性。显然,本文提出的方法,辨识模型的低频段很好地跟踪了原非均匀多采样率系统在低频段的变化趋势,偏差很小,且Bode图的分布在低频段基本重合;文献[5]提出的方法在低频段虽然能够跟踪原非均匀多采样率系统在低频段的变化趋势,但偏差加大,且Bode图的分布在低频段分布偏差较大。

图5分别为本文方法和文献[5]方法对于状态转移矩阵A的特征值估计分布图。图中虚线的交叉点表示矩阵A的真实特征值。由图可以看出,对于复数对 $\{0.628 \pm 0.398j\}$ 两个特征值,本文算法给出的估计能围绕真实系统的特征值均匀分布。文献[5]提出的基于传递函数的方法,与系统特征值分布偏差较大。通过上述对仿真实例的研究,可以看出在相同噪声和信噪比下,本文提出的方法能够更好地估计模型参数。

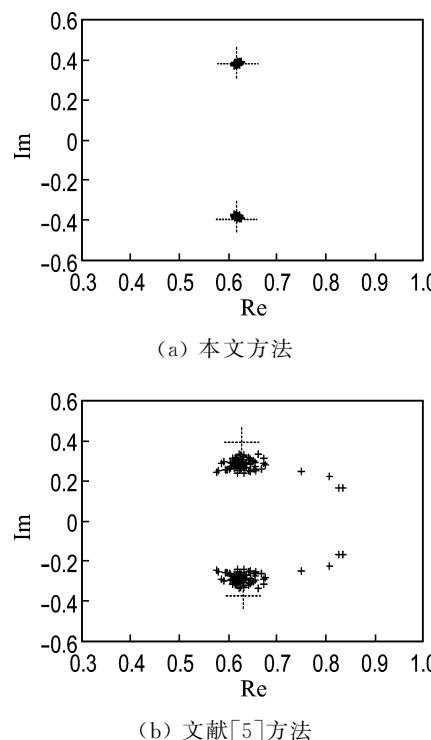


图5 矩阵A的特征值分布

Fig. 5 The eigenvalue distribution of matrix A

5 结语

针对非均匀多采样率系统难于辨识的问题,本文从机理模型入手,从因果关系上,通过提升变量,解决描述系统的状态空间方程问题。通过正交

投影、斜交投影等算子,采用子空间方法估计了状态空间方程的系数矩阵,达到了建模的目的。从仿真效果来看,所提出的方法具有简单、便捷、鲁棒性强的特点。今后应该在多变量的非均匀多采样率系统上投入更多的研究。

参考文献:

- [1] 谢莉,丁锋. 非均匀采样数据系统的一种辨识方法[J]. 控制工程, 2008, 15(4):402-404.
XIE Li, DING Feng. Identification method for non-uniformly sampled systems [J]. Control Engineering, 2008, 15(4):402-404. (in Chinese)
- [2] 刘艳君,谢莉,丁锋. 非均匀采样数据系统的AM-RLS辨识方法及仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(19):6186-6189.
LIU Yan-jun, XIE Li, DING Feng. AM-RLS identification and simulation studies for non-uniformly sampled-data systems [J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(19):6186-6189. (in Chinese)
- [3] LIU Yan-jun, XIE Li, DING Feng. An auxiliary model based on a recursive least-squares parameter estimation algorithm for non-uniformly sampled multirate systems [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2009, 223(4):445-454.
- [4] Xie L, Liu Y, Yang H, et al. Modelling and identification for non-uniformly periodically sampled-data systems [J]. IET Control Theory & Applications, 2010, 4(5):784-794.
- [5] Ding F, Qiu L, Chen T. Reconstruction of continuous-time systems from their non-uniformly sampled discrete-time systems [J]. Automatica, 2009, 45(2):324-332.
- [6] 丁锋,陈通文,萧德云. 非均匀周期采样多率系统的一种辨识方法[J]. 电子学报, 2004, 32(9):1414-1420.
DING Feng, CHEN Tong-wen, XIAO De-yun. Identification of non-uniformly periodically sampled multirate systems [J]. Acta Electronic Sinica, 2004, 32(9):1414-1420. (in Chinese)

- [7] Ding J, Fan C, Lin J. Auxiliary model based parameter estimation for dual-rate output error systems with colored noise [J]. **Applied Mathematical Modelling**, 2013, **37**(6):4051-4058.
- [8] WANG Dong-qing, DING Feng. Input-output data filtering based recursive least squares identification for CARARMA systems [J]. **Digital Signal Processing**, 2010, **20**(4):991-999.
- [9] 蒋红霞, 丁 锋. 一类非均匀采样数据系统的状态估计[J]. 科学技术与工程, 2008, **8**(1):513-514, 518.
JIANG Hong-xia, DING Feng. State estimation for a class of non-uniformly sampled-data systems [J]. **Science Technology and Engineering**, 2008, **8**(1): 513-514, 518. (in Chinese)
- [10] Kadkhodaeian Bakhtiari S, Hosseini-Zadeh G A. Subspace-based identification algorithm for characterizing causal networks in resting brain [J]. **Neuroimage**, 2012, **60**(2):1236-1249.
- [11] Kim Young-man. Comparison of subspace-based system identification techniques [C] // **2013 13th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS)**. Piscataway: IEEE, 2013: 741-746.
- [12] Alenany A, Shang H. Recursive subspace identification with prior information using the constrained least squares approach [J]. **Computers & Chemical Engineering**, 2013, **54**:174-180.
- [13] Jamaludin I, Wahab N, Khalid N, et al. N4SID and MOESP subspace identification methods [C] // **Proceedings of the 2013 IEEE 9th International Colloquium on Signal Processing & Its Applications (CSPA)**. Piscataway: IEEE, 2013:140-145.

Subspace-based method for identification of non-uniformly multirate sampling systems

WANG Hong-wei*, SUN Shuang

(School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: According to the modeling of non-uniformly multirate sampling system, a state space model is derived due to the casual relationship. Subspace-based identification is developed for state space models, which have lifting variables. Firstly, an extended state space equation formed by input-output Hankel matrices is established. Then, the extended observability matrices and state vectors are obtained by subspace-based identification algorithm through the oblique projection and singular value decomposition. Lastly, the parameter matrices are determined using the least square algorithm. A simulation example is presented to illustrate the performance and robustness for initials of the proposed method.

Key words: non-uniformly multirate sampling system; state space model; subspace-based method; system identification