第55卷第2期
2015年3月

大连理工大学学报
Journal of Dalian University of Technology

Vol. 55, No. 2
Mar. 2015

能源动力

文章编号: 1000-8608(2015)02-0119-08

黏性耗散对幂律流体在多孔介质内对流换热的影响

田兴旺[1,2], 徐士鸣[*1], 王 平[1], 张 琨[2]

(1. 大连理工大学 能源与动力学院, 辽宁 大连 116024;
2. 大连海洋大学 海洋与土木工程学院, 辽宁 大连 116023)

摘要: 基于 Darcy-Brinkman-Forchheimer 流动模型,比较了幂律型非牛顿流体在饱和多孔介质通道内充分发展的强迫对流换热过程中不同黏性耗散的影响,推导出量纲一的轴向流速分布、量纲一的温度分布,及对流换热特征参数的计算表达式,并在恒热流边界条件下,利用经典四阶 Runge-Kutta 法对不同情形下的黏性耗散效应进行了数值求解.模拟结果表明:对流换热特性与速度分布密切相关,不同的黏性耗散 Darcy 项、Al-Hadhrami 项和 Forchheimer 项对流动换热特性有重要的影响,且布林克曼数 Br、达西数 Da、综合惯性参数 F 和幂律指数 n 等参数对流动换热特性也有着较大影响.

关键词: 黏性耗散;幂律流体;多孔介质;对流换热

中图分类号: TK121　　**文献标识码:** A　　**doi:** 10.7511/dllgxb201502001

0 引 言

多孔介质中的流动和传热有着广泛而重要的工程应用背景[1],成为近年来一个非常活跃的研究领域.在多孔介质对流换热的研究中,黏性耗散对流动换热特性的影响已广受关注.如 Nield 等[2-3]、Haji-Sheikh 等[4-6]、Hooman 等[7-8]、Hung 等[9-10]和 Chen 等[11-13]的研究工作表明,考虑黏性耗散效应能更好地理解多孔介质中对流换热的机理以及预测对流换热率的大小.

然而,能量方程中黏性耗散项的形式至今仍存在较大的争议和分歧.如 Hung 等[9]采用了最简化的只含有 Darcy 项的黏性耗散模型;Al-Hadhrami 等[14]在纯流体 N-S 方程的基础上推导出黏性力做功产生的热耗散形成一个黏性耗散匹配项;而 Nield[15]在早期提出了一个黏性耗散热等于拖拽力做功的模型,即认为 Forchheimer 项可能会修正宏观速度场,进而对黏性耗散机理有着间接的影响.但是按照只有包含黏性系数的项才会对黏性耗散效应有贡献的说法,Forchheimer 项是排除在外的.此外,大多数的研究仅限于牛顿流体,对于非牛顿流体,同时在能量方程中考虑黏性耗散项的研究报道尚很少见.

基于上述问题的分析,本文针对幂律型非牛顿流体,动量方程采用 Darcy-Brinkman-Forchheimer 流动模型,同时在能量方程中考虑不同的黏性耗散项(Darcy 项、Al-Hadhrami 项和 Forchheimer 项)模型,采用经典四阶 Runge-Kutta 法进行数值求解,在恒热流边界条件下,模拟计算不同情形下黏性耗散的影响,并比较布林克曼数 Br、达西数 Da、综合惯性参数 F 等对不同流变指数流体对流换热特性的影响.

1 物理数学模型

如图 1 所示,研究对象为一填充各向同性多孔介质板间距为 $2H$ 的平板通道流动换热问题.上下壁面处施加等热流边界条件,考虑二维流动换热充分发展的稳态情况,并假设流体为单相、不可压缩的幂律流体,除了流体黏性外其他流体物性参数是定值,多孔骨架为刚性,流体与骨架处于局部热平衡.

收稿日期: 2014-08-15; 修回日期: 2015-01-19.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51276029).
作者简介: 田兴旺(1981-),男,博士生,E-mail:txw-1203@126.com;徐士鸣*(1957-),男,教授,博士生导师,E-mail:xsming@dlut.edu.cn.

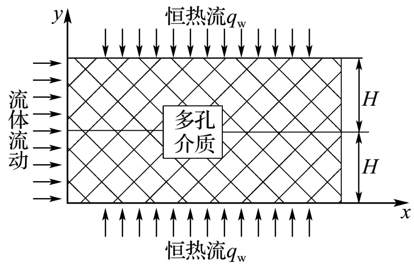


图1　多孔介质平板通道流动模型示意图

Fig. 1　Schematic diagram of flow model in a parallel plate channel filled with porous media

基于 Nakayama 等[16]提出的 Darcy-Brinkman-Forchheimer 流动模型(综合考虑了边壁黏性效应和惯性效应的影响),其修正的动量主控方程为

$$\frac{\mu_{\mathrm{eff}}}{\varphi^n}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\left[\left|\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}\right|^{n-1}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}\right]-\frac{\mu}{K^*}u^n-\rho bu^2+\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}=0 \tag{1}$$

式中:u 为多孔介质达西流速,$\mathrm{m\cdot s^{-1}}$;μ_{eff} 为幂律流体的有效黏度,$\mathrm{Pa\cdot s}$;μ 为幂律流体的黏度,$\mathrm{Pa\cdot s}$;φ 为多孔介质孔隙率;n 为幂律指数;K^* 为修正的多孔介质渗透率,m^{n+1};b 为 Forchheimer 惯性系数,$\mathrm{m^{-1}}$;$\mathrm{d}p/\mathrm{d}x$ 为压力梯度,$\mathrm{kg\cdot m^{-2}\cdot s^{-2}}$.

定义量纲一参数如下:量纲一坐标 $Y=y/H$;量纲一黏度比 $M=\mu_{\mathrm{eff}}/\mu$;通道中心线特征速度 $u_{\mathrm{c}}=(K^*\mathrm{d}p/(\mu\mathrm{d}x))^{1/n}$;基于中心线特征速度的量纲一流速 $U=u/u_{\mathrm{c}}$;基于中心线特征速度修正的综合惯性参数 $F=\rho bK^*(u_{\mathrm{c}})^{2-n}/\mu$;修正的达西数 $Da=(K^*/\varphi^n)^{2/(n+1)}/H^2$.

将上述量纲一参数代入式(1)得到量纲一动量方程:

$$M\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}Y}\left[\left|\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}Y}\right|^{n-1}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}Y}\right]=\frac{U^n+FU^2-1}{Da^{(1+n)/2}} \tag{2}$$

本研究中为简化计算,假设 $\mu_{\mathrm{eff}}=\mu$,所以 $M=1$. 对应的量纲一边界条件:

$$Y=0,\ U=0 \tag{3a}$$

$$Y=1,\ \mathrm{d}U/\mathrm{d}Y=0 \tag{3b}$$

假设局部热平衡,能量主控方程为

$$k_{\mathrm{eff}}\frac{\partial^2T}{\partial y^2}+\Omega=\rho c_pu\frac{\partial T}{\partial x} \tag{4}$$

$$\Omega=\frac{\mu u^{n+1}}{K^*}+\frac{\mu_{\mathrm{eff}}}{\varphi^n}\left|\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}\right|^{n-1}\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}\right)^2+\rho bu^3 \tag{5}$$

式中:T 为流体温度,K;k_{eff} 为幂律流体的有效导热系数,$\mathrm{W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}}$;$c_p$ 为幂律流体的比定压热容,$\mathrm{J\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}}$;$\Omega$ 为幂律流体的黏性耗散项,$\mathrm{W\cdot m^{-3}}$. Ω 表达式包含3项:第1项为 Darcy 项,也称为内源热耗散项,其大小取决于流动速度的大小;第2项为 Al-Hadhrami 项,也称为边壁摩擦热耗散项,其大小取决于剪切应变率的大小;第3项为 Forchheimer 项,也称为非线性拖拽力做功项. 如前所述,Forchheimer 项是否对黏性耗散效应有贡献还没有达成共识,所以本文在能量方程(5)中把 Forchheimer 项的影响考虑进去.

在换热充分发展的恒热流边界条件下,且忽略轴向导热项,那么,沿轴向温度梯度可简化为一个常数:

$$\partial T/\partial x=\partial T_{\mathrm{w}}/\partial x=\partial T_{\mathrm{m}}/\partial x=const$$

式中:T_{w} 为与多孔介质接触的壁面温度,K;体积平均温度 $T_{\mathrm{m}}=\int_0^H uT\mathrm{d}y/Hu_{\mathrm{m}}$,K. 体积平均速度 $u_{\mathrm{m}}=\int_0^H u\mathrm{d}y/H$,$\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

沿流体流动方向取一个非常薄的切片微元体,根据热力学第一定律得

$$\frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}x}=\frac{q_{\mathrm{w}}+\int_0^H\Omega}{\rho c_pHu_{\mathrm{m}}} \tag{6}$$

式中:q_{w} 为壁面施加的定热流密度,$\mathrm{W\cdot m^{-2}}$. 对于加热过程(流体被加热),热流为正;冷却过程(流体被冷却),热流为负,其表达式为

$$q_{\mathrm{w}}=-k_{\mathrm{eff}}\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \tag{7}$$

再定义量纲一参数如下:量纲一温度 $\theta=k_{\mathrm{eff}}(T-T_{\mathrm{w}})/q_{\mathrm{w}}H$;基于体积平均速度的量纲一流速 $U'=u/u_{\mathrm{m}}$;基于体积平均速度修正的综合惯性参数 $F'=\rho bK^*(u_{\mathrm{m}})^{2-n}/\mu=F(u_{\mathrm{c}}/u_{\mathrm{m}})^{2-n}$;量纲一导热比 $R_k=k_{\mathrm{eff}}/k_{\mathrm{f}}$;$k_{\mathrm{f}}$ 为幂律流体的导热系数,$\mathrm{W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}}$;表征黏性耗散强度的量纲一布林克曼数 $Br=\mu u_{\mathrm{m}}^{n+1}H/q_{\mathrm{w}}K^*$;修正的表征黏性耗散强度的量纲一布林克曼数 $Br'=BrDa^{(n+1)/2}=\mu u_{\mathrm{m}}^{n+1}/\varphi^nq_{\mathrm{w}}H^n$.

把式(5)、(6)、(7)代入式(4),并沿通道断面积分得到量纲一的能量方程:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}=&U'\Big[1+Br\int_0^1(U')^{n+1}\mathrm{d}Y+\\&MBr'\int_0^1\left|\frac{\mathrm{d}U'}{\mathrm{d}Y}\right|^{n-1}\left(\frac{\mathrm{d}U'}{\mathrm{d}Y}\right)^2\mathrm{d}Y+\\&BrF'\int_0^1(U')^3\mathrm{d}Y\Big]-Br(U')^{n+1}-\\&MBr'\left|\frac{\mathrm{d}U'}{\mathrm{d}Y}\right|^{n-1}\left(\frac{\mathrm{d}U'}{\mathrm{d}Y}\right)^2-BrF'(U')^3\end{aligned} \tag{8}$$

相应的量纲一热边界条件:

$$Y=0,\ \theta=0 \tag{9a}$$

$$Y=1,\ \mathrm{d}\theta/\mathrm{d}Y=0 \tag{9b}$$

从上述表达式可以看出，黏性耗散效应与布林克曼数 Br、达西数 Da、综合惯性参数 F 及幂律指数 n 密切相关. $Br=0$，表示无黏性耗散效应的影响；$Br\neq 0$ 的情况下，$Da=0$ 表示 Al-Hadhrami 项不存在（无边壁摩擦热耗散效应），而 $F=0$（或 $F'=0$）表示 Forchheimer 项不存在（不考虑惯性效应和拖拽力做功耗散热）.

基于通道宽度的量纲一努塞尔数

$$Nu=\frac{2Hq_{\mathrm{w}}}{k_{\mathrm{f}}(T_{\mathrm{w}}-T_{\mathrm{m}})}=R_k\frac{2Hq_{\mathrm{w}}}{k_{\mathrm{eff}}(T_{\mathrm{w}}-T_{\mathrm{m}})} \tag{10}$$

2　数值求解程序

从动量方程(2)和能量方程(8)的表达式可以看出，黏性耗散项非常复杂，且幂律流体在多孔介质中的非达西流流动换热存在着很强的非线性效应，所以难得到解析解，须借助数值方法. 为此，首先把方程(2)和(8)分别重组降为一阶微分方程组(11). 显然这是属于常微分方程组的边值问题. 然后假定初值并合理给定步长（本文步长为 0.01），运用经典四阶 Runge-Kutta 法从 0 到 1 的范围进行变量交替数值迭代，直至达到迭代精度要求（10^{-5}）及满足边界条件方程组(12)的要求.

$$\begin{aligned}
&y_1'=(y_2)^{1/n},\\
&y_2'=((y_1)^n+F(y_1)^2-1)/Da^{(n+1)/2}/M,\\
&y_3'=y_1,\\
&y_4'=(y_1)^{n+1},\\
&y_5'=(y_1)^3,\\
&y_6'=(y_2)^{(n+1)/n},\\
&y_7'=y_8'=y_9'=y_{10}'=y_{11}'=y_{12}'=0,\\
&y_{13}'=y_{14},\\
&y_{14}'=\frac{y_1}{y_7}\left[1+Br\frac{y_{10}}{y_8}+MBr'\frac{y_{12}}{y_8}+F'Br\frac{y_{11}}{y_9}\right]-\\
&\qquad Br\frac{(y_1)^{n+1}}{y_8}-MBr'\frac{(y_2)^{(n+1)/n}}{y_8}-\\
&\qquad F'Br\frac{(y_1)^3}{y_9}
\end{aligned} \tag{11}$$

式中：$y_1=U(Y)$，$y_2=(\mathrm{d}U/\mathrm{d}Y)^n$，$y_3=\int_0^Y U\mathrm{d}Y$，$y_4=\int_0^Y U^{n+1}\mathrm{d}Y$，$y_5=\int_0^Y U^3\mathrm{d}Y$，$y_6=\int_0^Y(\mathrm{d}U/\mathrm{d}Y)^{n+1}\mathrm{d}Y$，$y_7=U_m$，$y_8=(U_{\mathrm{m}})^{n+1}$，$y_9=(U_{\mathrm{m}})^3$，$y_{10}=\int_0^1 U^{n+1}\mathrm{d}Y$，$y_{11}=\int_0^1 U^3\mathrm{d}Y$，$y_{12}=\int_0^1(\mathrm{d}U/\mathrm{d}Y)^{n+1}\mathrm{d}Y$，$y_{13}=\theta(Y)$，$y_{14}=\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}Y$.

一阶方程组(11)必须满足边界条件：

$$\begin{aligned}
&y_1(0)=y_2(1)=y_3(0)=y_4(0)=y_5(0)=\\
&\qquad y_6(0)=y_{13}(0)=y_{14}(1)=0\\
&y_7(0)=y_3(1)\\
&y_8(0)=(y_3(1))^{n+1}\\
&y_9(0)=(y_3(1))^3\\
&y_{10}(0)=y_4(1)\\
&y_{11}(0)=y_5(1)\\
&y_{12}(0)=y_6(1)
\end{aligned} \tag{12}$$

在速度分布和温度分布求解出之后，由方程(10)容易得到努塞尔数的表达式为

$$Nu=-2R_k y_7\Big/\int_0^1 y_1 y_{13}\mathrm{d}Y \tag{13}$$

为了验证数值程序的正确性，与文献[6]的结论作了比较. 假设 $M=R_k=1$，对于牛顿流体（$n=1$），$Da=0.001$ 时，模拟计算 $Nu=5.92$，符合当达西数很小（即活塞流）的情况下 Nu 趋近于 6 的结论；$Da=1\ 000$ 时，模拟计算 $Nu=4.121$，也符合当达西数很大（即平行板泊肃叶流）的情况下 Nu 趋近于 $70/17=4.118$ 的结论.

3　计算结果与分析

3.1　量纲一轴向流速分布的影响因素

3.1.1　达西数 Da 的影响　图 2 描述了考虑幂律指数 n 的影响下，综合惯性参数 $F=0$ 时，量纲一轴向速度分布随达西数 Da 的变化情况. 图中可见，Da 较小时，流体速度的变化被限定在近壁面处的薄层内；Da 较大时，流体速度朝着通道中心方向逐渐增大. 除此之外，Da 的变化对剪切变稠流体（$n=1.5$）的影响比剪切变稀流体（$n=0.5$）大. 随着 Da 的减小，剪切变稠流体在壁面

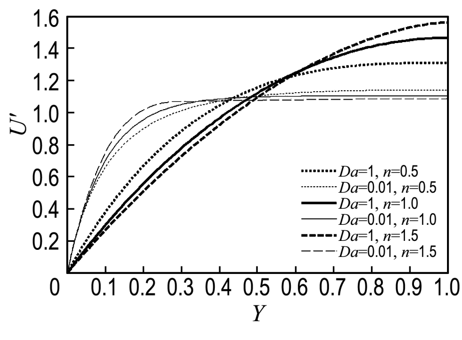
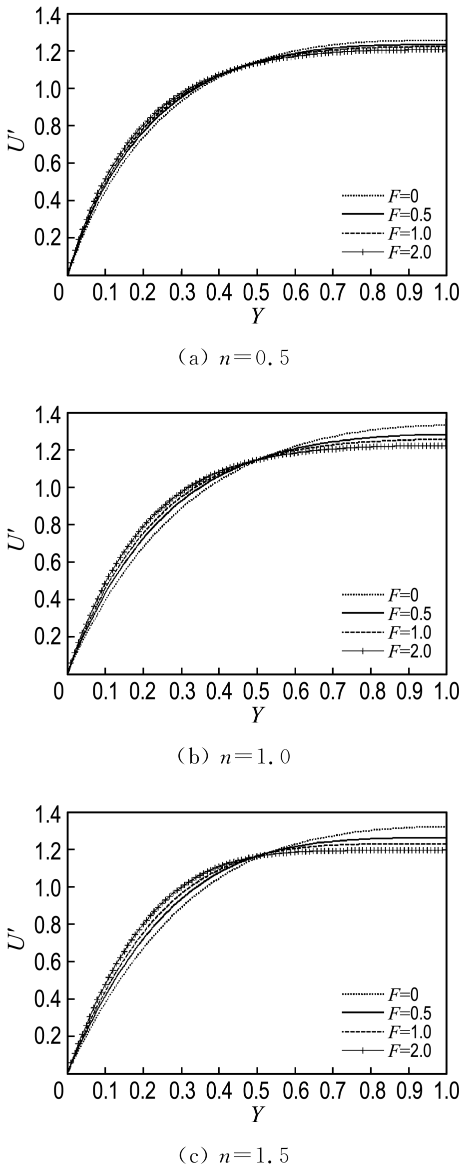


图 2　达西数对量纲一流速分布的影响

Fig. 2　The effect of the Darcy number on the dimensionless velocity distribution

附近区域的速度梯度变化较明显，而通道速度剖面变得较平坦. 其原因在于多孔介质的固体基质对流体流动的阻挡作用对剪切变稠流体的影响更大，使得壁面处边界层流动特征更加显著. 随着 Da 的增大，剪切变稀流体在中心区域的速度最小，从而有一个更饱满的通道速度剖面. 上述结论和文献[13]($Da=0.01$、$Da=10$ 两种情况)的研究结论较吻合，也进一步验证了数值程序的正确性.

3.1.2 综合惯性参数 F 的影响 图3描述了考虑幂律指数 n 的影响下，$Da=0.1$ 时，量纲一轴向速度分布随 F 的变化情况. 图中可见，随着 F 的增大，近壁面处流体速度梯度变大，通道速度剖面也变得较平坦，使得壁面处边界层流动特征更显著. 同时还可看到，综合惯性参数 F 对剪切变稠流体($n=1.5$)的影响比剪切变稀流体($n=0.5$)大.



(a) $n=0.5$

(b) $n=1.0$

(c) $n=1.5$

图3 综合惯性参数对量纲一流速分布的影响

Fig.3 The effect of the integrated inertial parameter on the dimensionless velocity distribution

3.2 量纲一对流换热特性的影响因素

为了便于比较不同黏性耗散的影响，分4种情形考虑：第一种情形(Case Ⅰ)是黏性耗散项仅包含 Darcy 项，即 $Da=0$，$F=0$；第二种情形(Case Ⅱ)是黏性耗散项包含 Darcy 项和 Forchheimer 项，即 $Da=0$；第三种情形(Case Ⅲ)是黏性耗散项包含 Darcy 项和 Al-Hadhrami 项，即 $F=0$；第四种情形(Case Ⅳ)是黏性耗散项包含 Darcy 项、Al-Hadhrami 项和 Forchheimer 项. 计算时取 $R_k=1.5$，即考虑了热弥散效应对多孔介质对流换热的强化作用.

3.2.1 Br 的影响 图4描述了在 $Da=0.1$，$F=1.0$ 时4种不同的情形下，剪切变稀流体、牛顿流体、剪切变稠流体等3种流体的量纲一对流换热特征数 Nu 随 Br 的变化关系. 由图4可知，不考虑黏性耗散效应($Br=0$)时，3种流体的特征数 Nu 近乎相等，然而，考虑黏性耗散效应($Br\neq0$)时，Case Ⅰ和 Case Ⅱ的 Nu 随着 Br 的增大而增大，而 Case Ⅲ和 Case Ⅳ的随着 Br 的增大而减小.

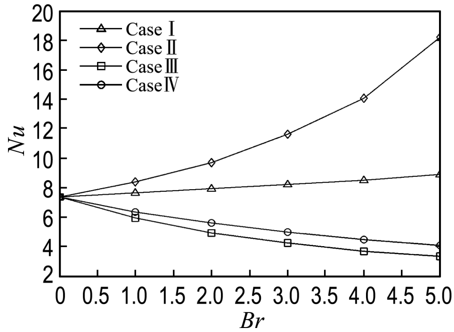
对于 Case Ⅰ，仅包含 Darcy 项的黏性耗散效应在多孔介质内部产生的内源热，减小了流体与壁面之间的温度差. 从图上可以看出，随着 Br 的增大，3种流体中剪切变稠流体的特征数 Nu 相对较高，从而产生较高的对流换热率，而剪切变稀流体的特征数 Nu 最低，对流换热率也最小.

对于 Case Ⅱ，可以得出类似 Case Ⅰ的结论，特别是当 $Br=5$ 时，剪切变稠流体的特征数 Nu 变得很大，说明多孔介质内部转换来的耗散热超过了壁面施加的热流大小. 这一点可以解释为与 Forchheimer 项相应的惯性效应修正了空隙尺度的速度场，拖拽力做功产生了更多的黏性耗散热.

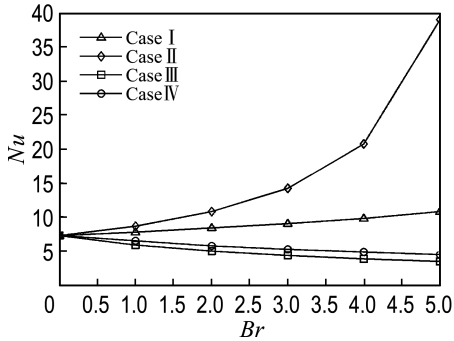
对于 Case Ⅲ，3种流体的特征数 Nu 急剧减小，说明 Br 的增大导致对流换热率的减小. 原因是 Br 的增大将使得 Al-Hadhrami 项在壁面处产生更多的边壁摩擦热耗散热，有效抵消了 Darcy 项产生的内源热耗散热，总体上降低了流体的温度.

对于 Case Ⅳ，Darcy 项、Al-Hadhrami 项和 Forchheimer 项产生的黏性耗散效应相互叠加，由图4可知，随着 Br 的增大，3种流体的特征数 Nu 是逐渐减小的，这说明3种不同的黏性耗散效应同时考虑时，Al-Hadhrami 项所对应的黏性

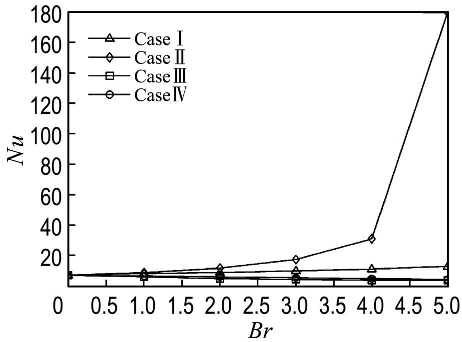
耗散效应占主导地位. 同时注意到对于 CaseⅢ 和 CaseⅣ，Nu 随着幂律指数 n 的增大而增加，但变化不明显.



(a) $n=0.5$



(b) $n=1.0$

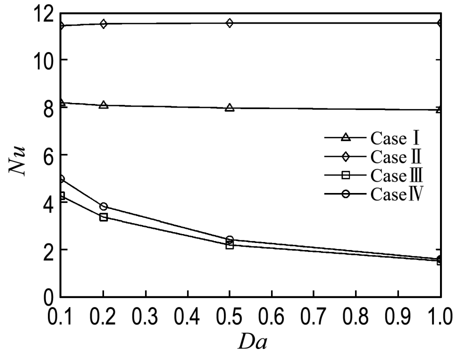


(c) $n=1.5$

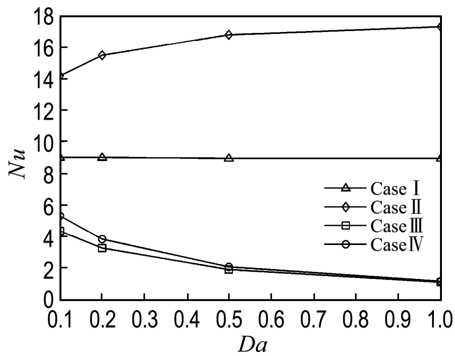
图 4　布林克曼数对量纲一对流换热特征数的影响

Fig. 4　Effects of Brinkman number on the dimensionless convection heat transfer characteristics

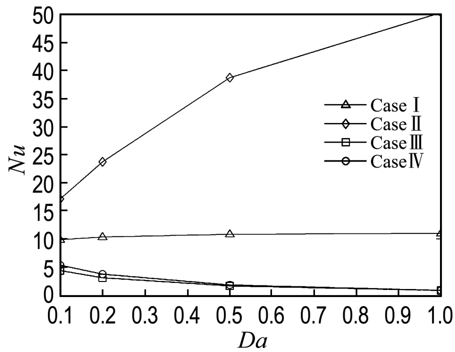
3.2.2　Da 的影响　图 5 比较分析了在 $Br=3$，$F=1$ 时，4 种不同情形下，剪切变稀流体、牛顿流体、剪切变稠流体等 3 种流体的量纲一对流换热特征数 Nu 随 Da 的变化关系. 由图 5 可知，对于 CaseⅠ，剪切变稀流体和牛顿流体的 Nu 随着 Da 的增大略有减小(内源热耗散效应得到减弱)，而剪切变稠流体 Nu 随着 Da 的增大略有增加(内源热耗散效应得到增强)，但变化均不明显. 从图中还可以看到，当 Da 从 0.1 增大到 1.0，CaseⅠ下的量纲一特征数 Nu 随着幂律指数 n 的增大而增大.



(a) $n=0.5$



(b) $n=1.0$



(c) $n=1.5$

图 5　达西数对量纲一对流换热特征数的影响

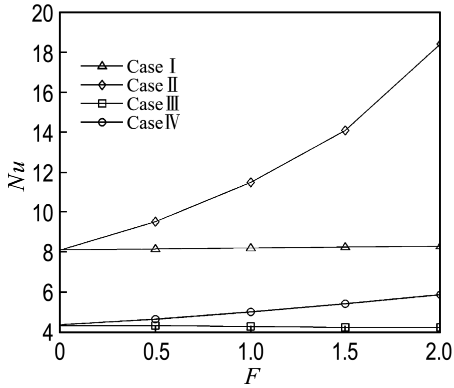
Fig. 5　Effects of Darcy number on the dimensionless convection heat transfer characteristics

对于 CaseⅡ，3 种流体的量纲一特征数 Nu 随着 Da 的增大而增大，且剪切变稠流体的特征数 Nu 相对较高，即有着相对较大的对流换热率，而相反，剪切变稀流体有着较小的对流换热率. 如前所述，增大 Da 意味着多孔介质空隙尺寸变大，Forchheimer 项修正了空隙尺度的速度场，进而产生了更多的黏性耗散热.

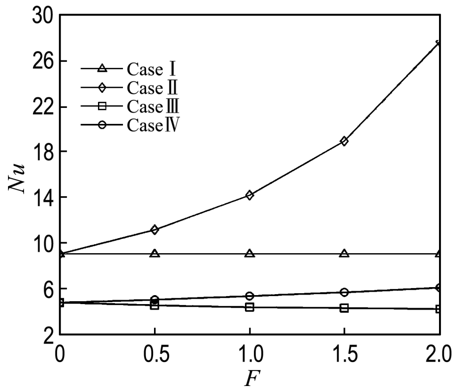
对于 CaseⅢ 和 CaseⅣ，3 种流体的量纲一温

度随着 Da 的增大急剧降低，原因是随着 Da 的增大，Al-Hadhrami 项对应的边壁摩擦热耗散热增加更多. 这说明在 Da 较大时，Al-Hadhrami 项所对应的黏性耗散效应起主导作用.

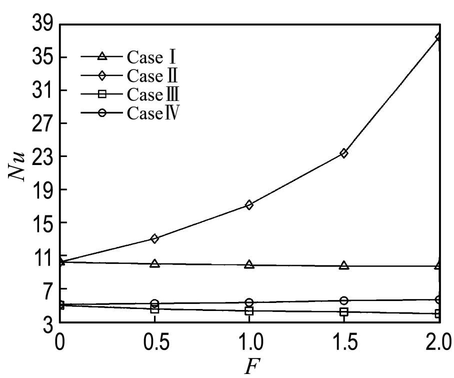
3.2.3　F 的影响　图 6 描述了在 $Br=3$，$Da=0.1$ 时，4 种不同的情形下，剪切变稀流体、牛顿流体、剪切变稠流体等 3 种流体的量纲一对流换热特征数 Nu 随 F 的变化关系. 由图 6 可知，对于 CaseⅠ，随着 F 的增大，3 种流体的量纲一特征数 Nu 曲线变化均不明显，但应当指出，随着幂律指数 n 的增大，量纲一特征数 Nu 是逐渐增加的，这意味着将有更高的对流换热率.



(a) $n=0.5$



(b) $n=1.0$



(c) $n=1.5$

图 6　综合惯性参数对量纲一对流换热特征数的影响

Fig. 6　Effects of integrated inertial parameter on the dimensionless convection heat transfer characteristics

对于 CaseⅡ，3 种流体的量纲一特征数 Nu 随着 F 的增大而增加，且剪切变稠流体有着相对较高值，即有着相对较大的对流换热率，而相反，剪切变稀流体有着较小的对流换热率. 如前所述，增大 F 意味着空隙流速变大，Forchheimer 项对应的黏性耗散效应增强，从而产生了更多的黏性耗散热.

如图 6 所示，随着综合惯性参数 F 和幂律指数 n 的增大，CaseⅢ 与 CaseⅣ对应的量纲一特征数 Nu 变化趋势是正好相反的. 对于 CaseⅢ，3 种流体的量纲一特征数 Nu 都随着 F 的增大而减小，且当 F 从 0 增大到 2 时，所对应的量纲一特征数 Nu 减小的幅度随着幂律指数 n 的增大而加大. 原因就是较大的 F 将在临近壁面区域产生较大的速度梯度，所以，Al-Hadhrami 项将产生更多的边壁摩擦热耗散热，减小了对流换热率.

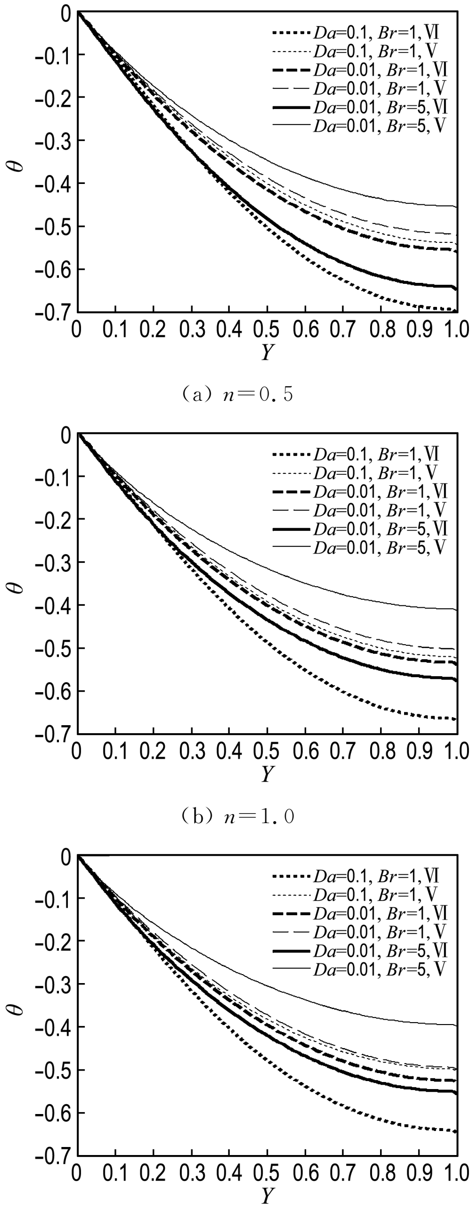
对于 CaseⅣ，3 种流体的量纲一特征数 Nu 随着 F 的增大都是增大的，但是当 F 从 0 增大到 2 时，所对应的量纲一特征数 Nu 增加的幅度随着幂律指数 n 的增大而缩小. 原因就是尽管如前所述较大的 F 会使得 Al-Hadhrami 项对应的边壁摩擦热耗散热增强，但是与此同时，Forchheimer 项增大了空隙流速，产生的黏性耗散热有效克服了边壁摩擦热耗散热，总体上减小了流体和壁面间的温度差，对流换热率变大. 这说明随着 F 的增大，Forchheimer 项黏性耗散效应起主导作用.

3.3　特殊情形下 Br 和 Da 的影响

特别的，$F=0$ 意味着 $F'=0$，也就是说，动量和能量方程均不考虑综合惯性参数的影响. 所以，能量方程只考虑 Darcy 项或者考虑 Darcy 项和 Al-Hadhrami 项联合作用下的黏性耗散效应. 类似于 CaseⅠ和 CaseⅢ，这里分别称为 CaseⅤ和 CaseⅥ. 为了评估两种特殊情形下的 Br 和 Da 对黏性耗散效应的影响，图 7 比较了剪切变稀流体、牛顿流体、剪切变稠流体等 3 种流体的量纲一温度随 Br 和 Da 的变化关系.

对于 CaseⅤ，由图 7 可知，同样大小的 Br（$Br=1$）下，随着 Da 的减小（Da 从 0.1 减小到 0.01），多孔介质内部产生了较多的内源热黏性耗散热，缩小了流体和壁面间的温度差. 同时，在同

样大小的 Da(Da=0.01)下，随着 Br 的增大(Br 从 1 增大到 5)，内源热黏性耗散效应进一步增强，从而使得流体和壁面间的温度差变得更小. 这一点与文献[9](n=1 的情况)结论一致. 如图 7 所示，随着幂律指数 n 的增大，这种现象变得更加明显. 所以，较小的 Da 和较大的 Br 会在多孔介质内部产生更多的内源热耗散热，从而导致更大的对流换热率.



(a) n=0.5

(b) n=1.0

(c) n=1.5

图 7　特殊情形下量纲一温度分布间的比较

Fig. 7　Comparisons of the dimensionless temperature profile between the special cases

对于 Case Ⅵ，由图 7 可知，同样大小的 Br (Br=1)下，随着 Da 的减小(Da 从 0.1 减小到 0.01)，多孔介质内部产生了较多的内源热黏性耗散热，缩小了流体和壁面间的温度差. 但是，和 Case Ⅴ 不同的是，在同样大小的 Da(Da=0.01)下，随着 Br 的增大(Br 从 1 增大到 5)，量纲一温度反而急剧降低，总体上使得流体和壁面间的温度差变大. 而且随着幂律指数 n 的减小，这种现象变得更加明显. 所以，较大的 Da 和 Br 会在临近壁面区域产生更多的边壁摩擦热耗散热，从而导致更小的对流换热率. 此与文献[13]的结论一致.

4　结　论

(1)量纲一轴向速度分布跟达西数 Da、综合惯性参数 F 和幂律指数 n 的大小密切相关，且直接影响着温度分布及对流换热特性.

(2)不同的黏性耗散对流动换热特性有重要的影响，数值结果表明，Darcy 项和 Forchheimer 项对应的黏性耗散效应会强化对流换热率，而 Al-Hadhrami 项对应的黏性耗散效应会减弱对流换热率.

(3)对于 Case Ⅱ，随着布林克曼数 Br、达西数 Da、综合惯性参数 F 的增大，剪切变稠流体的量纲一对流换热特性变化最明显.

参考文献：

[1]　Nield D A, Bejan A. **Convection in Porous Media** [M]. 3rd ed. New York: Springer-Verlag, 2006.

[2]　Nield D A, Kuznetsov A V, Xiong M. Thermally developing forced convection in a porous medium: parallel plate channel with walls at uniform temperature, with axial conduction and viscous dissipation effects [J]. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 2003, **46**(4): 643-651.

[3]　Nield D A, Kuznetsov A V, Xiong M. Effects of viscous dissipation and flow work on forced convection in a channel filled by a saturated porous medium [J]. **Transport in Porous Media**, 2004, **56**(3): 351-367.

[4]　Haji-Sheikh A, Minkowycz W J, Sparrow E M. Green′s function solution of temperature field for flow in porous passages [J]. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 2004, **47**(22): 4685-4695.

[5]　Haji-Sheikh A, Nield D A, Hooman K. Heat transfer in the thermal entrance region for flow through rectangular porous passages [J]. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 2005, **49**(17-18): 3004-3015.

[6]　Haji-Sheikh A, Sparrow E M, Minkowycz W J.

Heat transfer to flow through porous passages using extended weighted residuals method — a Green′s function solution [J]. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 2005, **48**(7):1330-1349.

[7] Hooman K, Gurgenci H. Effects of viscous dissipation and boundary conditions on forced convection in a channel occupied by a saturated porous medium [J]. **Transport in Porous Media**, 2007, **68**(3):301-319.

[8] Hooman K, Haji-Sheikh A, Nield D A. Thermally developing Brinkman-Brinkman forced convection in rectangular ducts with isothermal walls [J]. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 2007, **50**(17-18):3521-3533.

[9] Hung Yew-mun, Tso C P. Temperature variations of forced convection in porous media for heating and cooling processes: internal heating effect of viscous dissipation [J]. **Transport in Porous Media**, 2008, **75**(3):319-332.

[10] Hung Yew-mun, Tso C P. Effects of viscous dissipation on fully developed forced convection in porous media [J]. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 2009, **36**(6):597-603.

[11] Chen G M, Tso C P. Forced convection with viscous dissipation using a two equation model in a channel filled by a porous medium [J]. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 2011, **54**(9-10): 1791-1804.

[12] Chen G M, Tso C P. A two-equation model for thermally developing forced convection in porous medium with viscous dissipation [J]. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 2011, **54**(25-26):5406-5414.

[13] Chen G M, Tso C P. Effects of viscous dissipation on forced convective heat transfer in a channel embedded in a power-law fluid saturated porous medium [J]. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 2011, **38**(1):57-62.

[14] Al-Hadhrami A K, Elliot L, Ingham D B. A new model for viscous dissipation in porous media across a range of permeability values [J]. **Transport in Porous Media**, 2003, **53**(1):117-122.

[15] Nield D A. Resolution of a paradox involving viscous dissipation and nonlinear drag in a porous medium [J]. **Transport in Porous Media**, 2000, **41**(3):349-357.

[16] Nakayama A, Shenoy A V. Non-Darcy forced convective heat transfer in a channel embedded in a non-Newtonian inelastic fluid-saturated porous medium [J]. **Canadian Journal of Chemical Engineering**, 1993, **71**(1):168-173.

Influence of viscous dissipation on convection heat transfer of a power-law fluid in porous medium

TIAN Xing-wang[1,2], XU Shi-ming[*1], WANG Ping[1], ZHANG Kun[2]

(1. School of Energy and Power Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. School of Ocean and Civil Engineering, Dalian Ocean University, Dalian 116023, China)

Abstract: Based on Darcy-Brinkman-Forchheimer flow model, the influences of different viscous dissipation on fully developed forced convection heat transfer of a power-law non-Newtonian fluid in a saturated porous medium channel were compared. The dimensionless calculation expressions of the axial velocity distribution, temperature distribution and convection heat transfer characteristics were deduced, and the viscous dissipation effects under different cases were solved numerically by employing the classical Runge-Kutta fourth-order scheme subjected to uniform heat flux. The numerical simulation results indicate that the convection heat transfer characteristics are closely related to velocity distribution, and are significantly affected by different viscous dissipation terms, namely the Darcy term, the Al-Hadhrami term and the Forchheimer term, and also are influenced by the relative magnitude of the Brinkman number Br, the Darcy number Da, the integrated inertial parameter F and the power-law index n.

Key words: viscous dissipation; power-law fluid; porous medium; convection heat transfer