文章编号：1000-8608(2015)02-0157-08

基于有效刚度的空间框架结构几何非线性分析

贡金鑫*，王 莹

（大连理工大学 建设工程学部 土木工程学院，辽宁 大连 116024）

摘要：利用考虑轴力影响的单元弯矩-转角关系，通过修改常规三维杆系弹性有限元的局部刚度矩阵，提出了空间钢筋混凝土框架结构基于有效刚度的几何非线性有限元分析方法，并提出了确定柱初始轴力的简化方法.将该方法计算结果与我国规范 GB 50010—2010 和美国规范 ACI 318-11 计算结果进行了比较，结果表明，采用该方法计算一般只需两次迭代即可得到满足工程精度要求的结果；如果采用简化方法近似确定的柱轴力，则不再进行迭代也能得到很高精度的结果.对于规则的框架结构，该方法计算结果与我国规范和美国规范的计算结果接近；对于不规则框架结构，该方法计算结果比我国规范和美国规范的计算结果大.

关键词：空间框架结构；几何非线性；有效刚度；二阶效应

中图分类号：TU375.4 **文献标识码：**A **doi：**10.7511/dllgxb201502006

0 引 言

钢筋混凝土框架结构柱的截面尺寸一般比较大，通常不会发生受压失稳破坏.但是当柱的长细比较大时，轴力在其挠曲变形上产生的附加弯矩不可忽略，在这种情况下需要考虑二阶效应的影响.针对钢筋混凝土框架结构的二阶效应问题，国内外学者已经进行了非常深入的研究，相关成果已在设计规范中得到应用，但仍存在一些问题，主要包括：

(1)规范中的二阶效应分析方法是先进行一阶(弹性)分析，然后根据构件的边界条件近似考虑二阶效应的影响.这种将二阶分析与一阶分析相隔离的方法会产生很大误差.

(2)规范通过计算长度和弯矩调整系数考虑构件端约束的影响.对于构件的计算长度，规范采用的公式都是按照一定的隔离体模型建立的，当构件的实际边界条件与隔离体模型差别较大时，可能引起较大的误差；对于弯矩调整系数，是从结构弹性分析并经简化得到的，各国规范采用的表达式并不统一[1-3].

(3)美国规范 ACI 318-11 采用弹性方法计算结构内力时，为考虑混凝土开裂及徐变、收缩的影响，规定梁和柱分别采用 0.35 和 0.7 的刚度折减系数.但在计算二阶效应时，考虑相同的原因采用 0.4 的刚度折减系数.无法解释两种折减系数的不同.

(4)按现行规范计算结构二阶效应时，首先要判断结构有无侧移.无侧移结构的二阶效应是由构件的横向变形产生的，称为 P-δ 效应；有侧移结构的二阶效应包括构件本身横向变形产生的 P-δ 效应和结构整体侧移产生的 P-Δ 效应.美国规范 ACI 318-11 和欧洲规范 EN 1992-1-1：2004 对于无侧移结构按 P-δ 效应计算，有侧移结构按 P-Δ 效应计算，有侧移结构忽略了 P-δ 效应.

(5)规范将实际结构近似简化为平面体系进行内力分析的方法，是对实际结构空间形态及受力情况的一种简化，对于空间比较复杂的结构，无法全面考虑结构的空间不对称性及空间内多维荷载对结构二阶效应的影响.

结构二阶效应问题本质上是结构的几何非线性问题.当结构接近承载能力极限状态时，几何非线性和材料非线性都比较明显.因此，同时考虑结构几何非线性和材料非线性才能比较准确地反映

收稿日期：2014-04-19； **修回日期：**2014-11-20.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(51278081).
作者简介：贡金鑫*(1964-)，男，博士，教授，博士生导师，E-mail：gong_jx.vip@eyou.com.

结构极限状态时的情况. 目前,国内外学者在钢筋混凝土框架结构的非线性分析方面做了很多工作[4-8],但由于分析比较复杂,并不能直接在日常的大量设计中应用,设计中采用的仍是简单的线弹性分析方法. 对于几何非线性问题的处理,则采用前述的简化方法处理;对于材料非线性,计算内力时则采用对构件刚度进行折减的方法处理.

鉴于在设计中直接应用同时考虑几何非线性和材料非线性的分析方法不现实,而采用规范中的方法考虑柱的二阶效应误差较大,本文提出空间框架结构基于有效刚度的几何非线性有限元分析方法,这里的有效刚度为规范中考虑混凝土收缩、徐变及开裂,对构件刚度进行折减后的刚度,是处理包括材料非线性在内的多种影响因素的一种简化方法.

1 考虑几何非线性的单元刚度矩阵

对空间框架结构进行有限元分析,首先应建立三维单元刚度矩阵. 如图 1 所示三维等截面直杆单元,若考虑轴力 N 的影响,则构件端部弯矩与端部转角、位移的关系可表示为下面的形式:

$$M_{Az}=\frac{EI_z}{l}\left[s_{\ddot{i}z}\theta_{Az}+s_{ijz}\theta_{Bz}-(s_{\ddot{i}z}+s_{ijz})\frac{\Delta_y}{l}\right] \tag{1a}$$

$$M_{Bz}=\frac{EI_z}{l}\left[s_{jiz}\theta_{Az}+s_{jjz}\theta_{Bz}-(s_{jiz}+s_{jjz})\frac{\Delta_y}{l}\right] \tag{1b}$$

$$M_{Ay}=\frac{EI_y}{l}\left[s_{\ddot{i}y}\theta_{Ay}+s_{ijy}\theta_{By}-(s_{\ddot{i}y}+s_{ijy})\frac{\Delta_z}{l}\right] \tag{1c}$$

$$M_{By}=\frac{EI_y}{l}\left[s_{jiy}\theta_{Ay}+s_{jjy}\theta_{By}-(s_{jiy}+s_{jjy})\frac{\Delta_z}{l}\right] \tag{1d}$$

式中:M_{Az}、M_{Bz} 分别为构件绕 z 轴弯曲产生的近端和远端弯矩;M_{Ay}、M_{By} 分别为构件绕 y 轴弯曲产生的近端和远端弯矩;Δ_z、Δ_y 分别为构件两端沿 z 轴和 y 轴方向的相对侧移,其中 $\Delta_z=w_A-w_B$,$\Delta_y=v_A-v_B$;EI_z、EI_y 分别为构件绕 z 轴和 y 轴的抗弯刚度;$s_{\ddot{i}z}=s_{jjz}$,$s_{ijz}=s_{jiz}$ 为构件绕 z 轴弯曲时考虑轴力影响的近端和远端刚度系数;$s_{\ddot{i}y}=s_{jjy}$,$s_{ijy}=s_{jiy}$ 为构件绕 y 轴弯曲时考虑轴力影响的近端和远端刚度系数. 按式(2a) ~ (2d)[9]计算:

$$s_{\ddot{i}z}=s_{jjz}=\frac{k_zl\sin k_zl-(k_zl)^2\cos k_zl}{2-2\cos k_zl-k_zl\sin k_zl} \tag{2a}$$

$$s_{ijz}=s_{jiz}=\frac{(k_zl)^2-k_zl\sin k_zl}{2-2\cos k_zl-k_zl\sin k_zl} \tag{2b}$$

$$s_{\ddot{i}y}=s_{jjy}=\frac{k_yl\sin k_yl-(k_yl)^2\cos k_yl}{2-2\cos k_yl-k_yl\sin k_yl} \tag{2c}$$

$$s_{ijy}=s_{jiy}=\frac{(k_yl)^2-k_yl\sin k_yl}{2-2\cos k_yl-k_yl\sin k_yl} \tag{2d}$$

k_z、k_y 分别为构件在 x-y 平面和 x-z 平面内的稳定系数,按下式计算:

$$k_z=\sqrt{\frac{N}{EI_z}},\quad k_y=\sqrt{\frac{N}{EI_y}} \tag{2e}$$

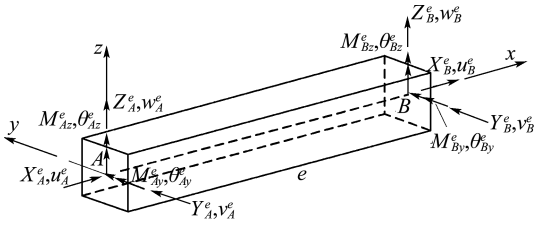


图 1 三维等截面直杆

Fig. 1 Equal cross-section bar in three dimension space

图 2 示出了构件刚度系数 s 随 kl 的变化. 若轴力 $N=0$,通过数学中的极限分析可以得到 $s_{\ddot{i}}=s_{jj}=4$,$s_{ij}=s_{ji}=2$,此时弯矩-转角公式(1a) ~ (1d) 即简化为一阶分析的构件弯矩-转角公式. 若轴力 $N\neq 0$,将包括轴力的参数 kl 代入式(2a)~(2d),由弯矩-转角公式(1a)~(1d)计算得到的弯矩就是考虑构件几何非线性或包括二阶效应的总弯矩.

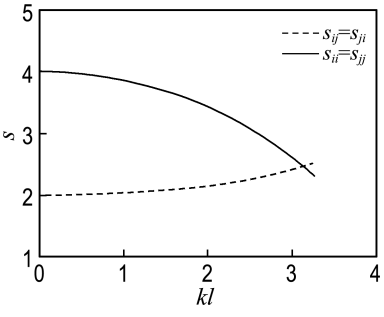


图 2 刚度系数 s 随 kl 的变化

Fig. 2 Stiffness coefficient s vs. kl

根据式(1a)~(1d)建立考虑轴力影响的三维单元刚度矩阵 $\boldsymbol{K}^e$(式(3)),该刚度矩阵考虑了结构几何非线性的影响. 按照式(3)对已有的有限元程序进行修改,即可进行考虑结构几何非线性的计算. 对于材料非线性,可通过对构件弯曲刚度进行折减考虑. 我国规范 GB 50010—2010 建议梁

和柱的折减系数分别取 0.4 和 0.6[1]，美国规范 ACI 318-11 建议梁和柱的折减系数分别取 0.35 和 0.7[2]. 由于美国规范采用基于有效刚度计算结构的二阶效应，本文分析采用与美国规范相同的折减系数，以便于对比.

$$\boldsymbol{K}^e=\begin{pmatrix}
\frac{EA}{l} & & & & & & & & & & & \\
0 & \frac{12EI_z}{l^3} & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & & & & & & & & & \\
0 & 0 & \frac{(s_{iiy}+s_{ijy})EI_y}{l^2} & \frac{s_{iiy}EI_y}{l} & & & & & & & & \\
0 & \frac{(s_{iiz}+s_{ijz})EI_z}{l^2} & 0 & 0 & \frac{s_{iiz}EI_z}{l} & & & & & & & \\
-\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & & & & & & \\
0 & -\frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & -\frac{(s_{jjz}+s_{jiz})EI_z}{l^2} & 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & & & & & \\
0 & 0 & -\frac{12EI_y}{l^3} & -\frac{(s_{jjy}+s_{jiy})EI_y}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & & & & \\
0 & 0 & \frac{(s_{jjy}+s_{jiy})EI_y}{l^2} & \frac{s_{jiy}EI_y}{l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{(s_{jjy}+s_{jiy})EI_y}{l^2} & \frac{s_{jjy}EI_y}{l} & & & \\
0 & \frac{(s_{jjz}+s_{jiz})EI_z}{l^2} & 0 & 0 & \frac{s_{jiz}EI_z}{l} & 0 & -\frac{(s_{jjz}+s_{jiz})EI_z}{l^2} & 0 & 0 & \frac{s_{jjz}EI_z}{l} & &
\end{pmatrix} \tag{3}$$

2　最大弯矩的位置

图 3 示出了柱的一阶弯矩、二阶弯矩及总弯矩，可以看出总弯矩可能出现在柱的两端，也可能出现在柱的中部. 而根据式(1a)～(1d)只能得出构件端部的弯矩值. 当最大弯矩不在构件端部时，需要根据截面弯矩沿柱高的分布确定最大弯矩位置. 由于柱在两个平面内独立进行分析，以 x-y 平面为例，构件距近端为 x 的截面弯矩为

$$M_z(x)=(\cot k_z l\times\sin k_z x-\cos k_z x)M_{Az}+(\csc k_z l\times\sin k_z x)M_{Bz} \tag{4}$$

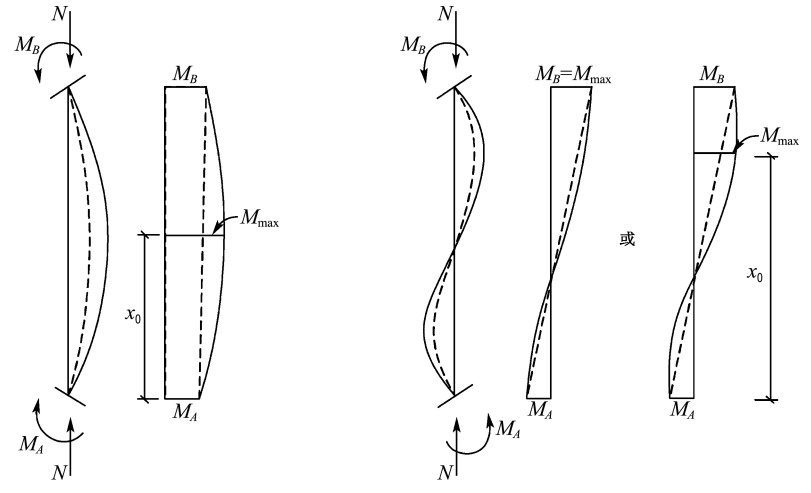


图 3　构件弯曲形式及最大弯矩截面位置

Fig. 3　Component bending form and the position of maximum bending moment

对式(4)求导,令导数为 0 得

$$x_{0z}=\frac{1}{k_z}\arctan\left(-\frac{M_{Bz}\csc k_z l+M_{Az}\cot k_z l}{M_{Az}}\right) \quad (5)$$

一般情况下,若不能直接判断最大弯矩是否在中部位置,可先按式(5)计算最大弯矩的位置 x_{0z},若 $0<x_{0z}<l$,则最大弯矩截面位于构件长度范围内,将 x_{0z} 代入式(4)计算最大弯矩;若 $x_{0z}\geqslant l$ 或 $x_{0z}\leqslant 0$,则最大弯矩位于构件端部,根据式(1a)~(1d)计算最大弯矩.柱在 x-z 平面的弯矩计算与此相同.

3 迭代计算步骤

用式(3)作为结构单元刚度矩阵进行有限元计算时,需要考虑柱的轴力,但开始并不知道结构中各柱的轴力,因此需要先假定轴力进行迭代计算.第 1 次有限元计算时可不考虑轴力的影响,取 $N=0$,计算得到轴力后,由式(2a)~(2d)计算考虑轴力影响的刚度系数,代入式(3)计算各柱的单元刚度矩阵,进行第 2 次有限元计算,计算得到新的轴力后再计算柱的单元刚度矩阵并进行有限元计算,如此不断迭代,直到前后两次得到的弯矩或轴力误差满足规定的误差要求时停止.迭代过程如图 4 所示.计算表明,按照图 4 所示的迭代步骤计算结构考虑二阶效应的内力,第 3 次迭代结果与第 2 次已经非常接近,所以一般只需进行两次迭代计算即能得到比较准确的结果.

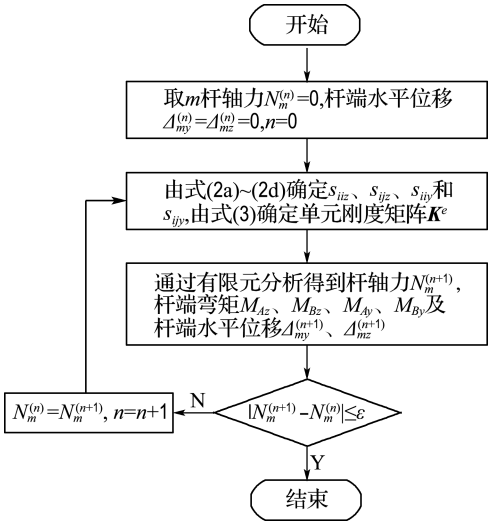


图 4 基于有效刚度的几何非线性有限元分析

Fig. 4 Geometrical non-linear finite element analysis based on effective stiffness

4 构件轴力的简化计算

尽管按本文方法计算构件考虑二阶效应的弯矩时,一般只需进行两次迭代,但与现行规范方法相比,计算量仍比较大.由图 2 可以看出,构件刚度系数 s 对 kl 的变化并不敏感(这也是按本文方法迭代计算时收敛很快的原因),第 1 次迭代计算时只需给出柱轴力的近似值,进行一次有限元计算就能得到比较准确的结构内力.因此,确定柱轴力的近似值对简化计算有重要意义.

对于一般的框架结构,作用在梁上的竖向荷载只对与其直接连接的构件有较大影响,较远构件受到的影响较小.所以近似确定竖向构件的轴力时,可以做一些合理的假设[10].对于竖向荷载,按图 5 所示的方式进行分配,即将每层荷载沿梁跨中等分后传递到距离最近的柱,然后将上层柱荷载累积传递至下层柱,由此得到的外柱轴力为同层内柱的一半.

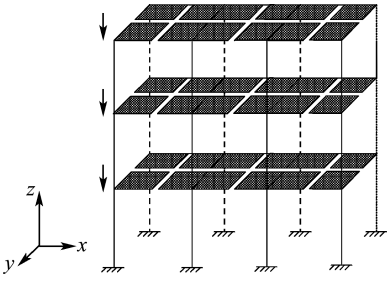


图 5 柱竖向荷载分配

Fig. 5 Distribution of vertical loads in the column

对于水平荷载,可以依照悬臂梁法进行计算,以图 6 所示的结构为例.首先,分别计算框架某楼层在两个弯曲平面(y-z、x-z)内的倾覆力矩:

$$M_x=\sum_{i=1}^{n}V_{yi}h,\quad M_y=\sum_{i=1}^{n}V_{xi}h \quad (6)$$

式中:V_{yi} 为该层柱 i 沿 y 轴方向的剪力;V_{xi} 为该层柱 i 沿 x 轴方向的剪力;n 为该层柱的数量;h 为该层层高.

然后,对结构在两个弯曲方向的中心分别建立力矩平衡方程:

$$M_x=4\times\left(2f_{x1}A_1\times\frac{D}{2}\right) \quad (7a)$$

$$M_y = 2 \times \left(2 f_{y1} A_1 \times \frac{L}{2} + 2 f_{y2} A_2 \times \frac{L}{6} \right) \quad (7b)$$

式中：$f_{x1}A_1$ 表示倾覆力矩 M_x 作用下图 6 柱 1～8 产生的内力；$f_{y1}A_1$ 表示倾覆力矩 M_y 作用下外柱 1、4、5、8 产生的内力，$f_{y2}A_2$ 表示倾覆力矩 M_y 作用下内柱 2、3、6、7 产生的内力.

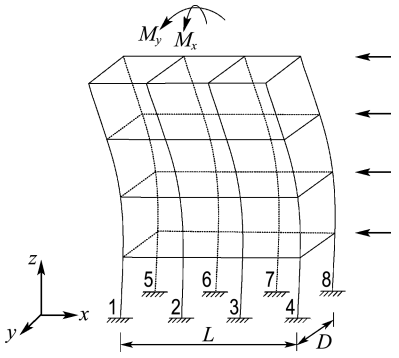


图 6　水平荷载作用下柱的轴力

Fig. 6　Axial force of column under horizontal loads

假定楼层中每根柱的轴向应力与其到结构中心的距离成正比，同时考虑外墙的影响，外柱有效面积为内柱的 2 倍，根据式(7a)、(7b)可得两个方向倾覆力矩作用下各柱的内力，与竖向荷载作用下柱的内力相叠加即得到柱的总轴力.

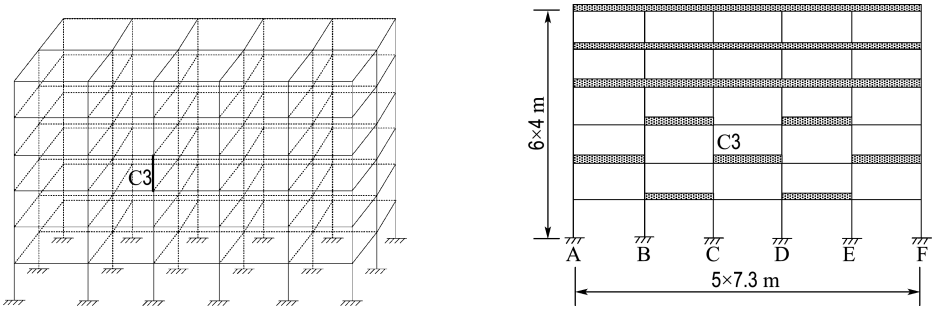
5　算例分析

5.1　算例 1

如图 7(a)所示多层钢筋混凝土框架结构，梁截面尺寸为 250 mm×400 mm，柱截面尺寸为 400 mm×400 mm. 柱间距为 6 m. 结构承受的竖向恒荷载为 35 kN/m，竖向活荷载为 30 kN/m. 活荷载按图 7(b)所示方式布置时，计算 C3 柱的最大弯矩.

(1)迭代计算

按照本文提出的方法进行迭代计算，迭代过程见表 1，其中考虑材料非线性，计算内力时梁、柱刚度折减系数分别取 0.35 和 0.7. 由表 1 可以看出，在保证小数点后二位数字的情况下，第 3 次的迭代计算结果与第 2 次已经相同，说明迭代收敛速度很快. 考虑轴力影响，构件近端的刚度系数由不考虑轴力影响的 4 减小为 3.858；而构件远端的刚度系数由不考虑轴力影响的 2 增大到 2.036.



(a) 框架结构　　(b) 活荷载布置方式

图 7　规则空间框架结构

Fig. 7　Regular space frame structure

表 1　迭代法计算的 C3 柱端弯矩

Tab. 1　End bending moment of column C3 through iteration

迭代步骤	N/kN	M_{Ay}/(kN·m)	M_{By}/(kN·m)	M_{Ax}/(kN·m)	M_{Bx}/(kN·m)	$s_{ii}=s_{jj}$	$s_{ij}=s_{ji}$	Δ_x/m	Δ_y/m
1	0	−90.72	107.99	149.17	152.18	4	2	0	0
2	2 734.72	−87.93	103.54	145.48	150.37	3.858	2.036	0	0
3	2 734.72	−87.93	103.54	145.48	150.37	3.858	2.036	0	0

在 x-z 平面，由式(2e)得稳定系数 $k_y = 0.256$，因此，$k_y l = 0.256 \times 4\ \text{m} = 1.024\ \text{m}$. 由式(5)计算得最大弯矩截面位置 $x_0 = 2.55\ \text{m} < 4\ \text{m}$，因此，柱绕 y 轴的最大弯矩截面位于柱高范围内，由式(4)得最大弯矩为 $M_{y,\max} = 109.92\ \text{kN} \cdot \text{m}$.

在 y-z 平面，由于本例中柱为方形截面，其两个方向的抗弯刚度相同，因此 $k_x l = k_y l = 1.024$ m. 由式(5)计算得最大弯矩截面位置 $x_0 = 8.17\ \text{m} > 4\ \text{m}$，因此，柱绕 x 轴的最大弯矩截面位于柱端，即 $M_{x,\max} = 150.37\ \text{kN} \cdot \text{m}$.

(2) 简化计算

以 x-z 平面为例. 采用本文第 4 章的简化方法进行近似计算，得 C3 柱的轴力 $N = 2\,798.5\ \text{kN}$，刚度系数 $s_{iix} = s_{jjx} = s_{iiy} = s_{jjy} = 3.855$，$s_{ijx} = s_{jix} = s_{ijy} = s_{jiy} = 2.036$. 代入式(3)表示的单元刚度矩阵进行一次有限元计算，得到考虑轴力影响的柱端弯矩为 $M_{Ay} = 85.45\ \text{kN} \cdot \text{m}$，$M_{By} = 101.97\ \text{kN} \cdot \text{m}$. 可以看出，采用简化方法得到的轴力进行计算时，构件端部弯矩与表 1 的弯矩非常接近. 同样，由式(5)得最大弯矩截面位置 $x_0 = 2.57\ \text{m} < 4\ \text{m}$，由式(4)得最大弯矩 $M_{y,\max} = 108.75\ \text{kN} \cdot \text{m}$，与迭代计算得到的结果 $M_{y,\max} = 109.92\ \text{kN} \cdot \text{m}$ 非常接近. 按照相同的步骤计算 C3 柱在 y-z 平面内的最大弯矩，得到 $M_{x,\max} = 149.98\ \text{kN} \cdot \text{m}$.

表 2 列出了按迭代方法和简化方法计算得出的最大弯矩的比较，同时也给出了按我国规范 GB 50010—2010 和美国规范 ACI 318-11 计算得出的最大弯矩，其中考虑材料非线性，计算二阶效应时按美国规范刚度折减系数取 0.4，中国规范采用基于曲率的计算方法，公式中包含了材料非线性. 由表 2 可以看出，按本文简化方法计算得到的最大弯矩与迭代计算得到的最大弯矩非常接近，与按美国规范和我国规范计算得到的最大弯矩也比较接近.

表 2 C3 柱截面的最大弯矩

Tab. 2 Maximum bending moment of column C3 cross-section

弯矩	计算方法	$M_{y,\max}$/(kN·m)	$M_{x,\max}$/(kN·m)
一阶弯矩	按照我国规范	85.24	149.79
	按照美国规范	88.43	152.18
考虑二阶效应的总弯矩	按照我国规范	109.43	149.79
	按照美国规范	101.88	152.18
	本文迭代方法	109.92	150.37
	本文简化方法	108.75	149.98

5.2 算例 2

如图 8 所示的不规则空间框架结构，梁截面尺寸为 250 mm×400 mm，跨度为 6 m. 柱截面尺寸为 400 mm×400 mm，高 4 m. 结构同时承受满跨竖向荷载及沿 x 轴和 y 轴两个方向的水平荷载. 竖向荷载：恒荷载 35 kN/m；活荷载 30 kN/m. 水平荷载：$P_1 = 24\ \text{kN}$；$P_2 = 12\ \text{kN}$；$P_3 = 35\ \text{kN}$；$P_4 = 17.5\ \text{kN}$. 计算 D1 柱的最大弯矩.

(1)迭代计算

按照与 5.1(1)相同的步骤计算 D1 柱的最大弯矩，得到柱绕 y 轴的最大弯矩 $M_{y,\max} = 95.17\ \text{kN} \cdot \text{m}$；绕 x 轴的最大弯矩 $M_{x,\max} = 140.48\ \text{kN} \cdot \text{m}$. 其中，刚度折减系数同例 1.

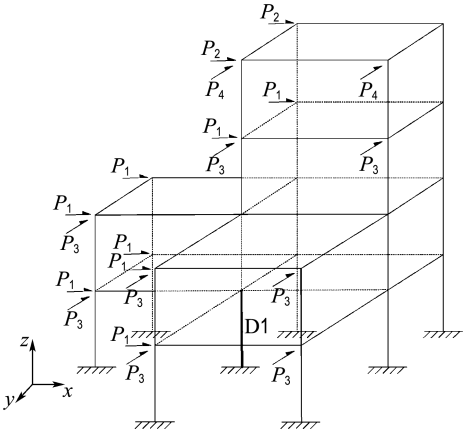


图 8 不规则空间框架结构

Fig. 8 Irregular space frame structure

(2)简化计算

以 x-z 平面为例. 采用本文第 4 章的简化方法进行近似计算，得 D1 柱的轴力 $N = 2\,340.00\ \text{kN}$，刚度系数 $s_{iix} = s_{jjx} = s_{iiy} = s_{jjy} = 3.879$，$s_{ijx} = s_{jix} = s_{ijy} = s_{jiy} = 2.031$. 代入式(3)表示的单元刚度矩阵进行一次有限元计算，得到考虑轴力影响的层间相对位移 $\Delta_x = -0.006\ 5\ \text{m}$，转角 $\theta_{Ay} = 0$，$\theta_{By} = -0.002\ 1\ \text{rad}$，剪力 $V_x = 21.32\ \text{kN}$. 由式(1c)、(1d)计算柱端弯矩：$M_{Ay} = 55.78\ \text{kN} \cdot \text{m}$，$M_{By} =$

15.23 kN·m. 由式(2e)得稳定系数 $k_y = 0.237$，因此，$k_y l = 0.237 \times 4\ \text{m} = 0.948\ \text{m}$. 由式(5)计算得到最大弯矩截面位置 $x_0 = 9.82\ \text{m} > 4\ \text{m}$. 因此，最大弯矩截面位于柱端，按照结构力学原理，将由位移产生的柱端弯矩与固端弯矩叠加，可得最终端弯矩 $M_{Ay} = 98.42\ \text{kN}\cdot\text{m}$，$M_{By} = 57.87\ \text{kN}\cdot\text{m}$. 按照与 5.1(1) 相同的步骤计算 D1 柱在 y-z 平面内的最大弯矩，结果如表 3 所示.

表 3　D1 柱的柱端弯矩

Tab. 3　End bending moment of column D1

N/kN	M_{Ay}/(kN·m)	M_{By}/(kN·m)	M_{Ax}/(kN·m)	M_{Bx}/(kN·m)	s_{ii}	s_{ij}	Δ_x/m	Δ_y/m
2 340.00	−98.42	57.87	−146.54	68.73	3.879	2.031	−0.006 5	0.001 06

表 4 列出了按迭代方法和简化方法计算的最大弯矩的比较，同时也给出了按我国规范 GB 50010—2010 和美国规范 ACI 318-11 计算得出的最大弯矩. 由表 4 可以看出，按本文简化方法计算得到的最大弯矩与迭代计算得到的最大弯矩非常接近. 按美国规范和我国规范计算的最大弯矩小于本文方法的计算结果. 这是因为对于不规则框架，规范方法的计算结果精度要差.

表 4　D1 柱的最大弯矩

Tab. 4　Maximum bending moment of column D1

弯矩	计算方法	$M_{y,\max}$/(kN·m)	$M_{x,\max}$/(kN·m)
一阶弯矩	按照我国规范	66.60	108.32
	按照美国规范	71.19	115.95
考虑二阶效应的总弯矩	按照我国规范	66.60	108.32
	按照美国规范	74.55	120.55
	本文迭代方法	95.17	140.48
	本文简化方法	98.42	146.54

6　结　论

(1)本文提出的考虑几何非线性的结构内力计算方法，采用美国规范规定的刚度折减系数(梁、柱分别为 0.35 和 0.7)计算有效刚度，不需判断结构有无侧移，也无须计算构件的计算长度，可考虑实际结构的空间特征及多维荷载的共同作用，并同时考虑结构的 P-Δ 效应和 P-δ 效应.

(2)采用本文提出的迭代方法计算结构的内力时，一般两次迭代即能收敛；如果采用简化方法先近似确定构件的轴力，一次计算即能得到与迭代计算比较接近的结果.

(3)对于规则结构，本文方法的计算结果与规范方法的计算结果接近；对于不规则结构，本文方法更能合理反映实际结构的几何非线性特征.

参考文献：

[1] 中华人民共和国住房和城乡建设部. GB 50010—2010 混凝土结构设计规范[S]. 北京：中国建筑工业出版社，2011.
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. GB 50010-2010 Code for Design of Concrete Structures [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2011. (in Chinese)

[2] American Concrete Institute. ACI 318-11 Building Code Requirement for Structural Concrete and Commentary [S]. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2008.

[3] CEN. EN 1992-1-1: 2004 Design of Concrete Structures. Part 1-1-1: General Rules and Rules for Building [S]. Brussels: CEN, 2004

[4] Yang Y B, McGuire W. Stiffness matrix for geometric nonlinear analysis [J]. **Journal of Structural Engineering**, 1986, **112**(4): 853-877.

[5] 刘光栋，王解君，何放龙. 空间梁单元的几何非线性刚度矩阵的分解形式[J]. 湖南大学学报，1992，**19**(1)：60-71.
LIU Guang-dong, WANG Jie-jun, HE Fang-long. Resolved formulation of geometrical nonlinear stiffness matrix for three-dimensional beam element [J]. **Journal of Hunan University**, 1992, **19**(1): 60-71. (in Chinese)

[6] Neuenhofer A, Filippou F C. Geometrically nonlinear flexibility-based frame finite element [J].

Journal of Structural Engineering, 1998, **124**(6): 704-711.

[7] 董 军,刘旭红. 基于虚功原理表达的空间梁单元刚度矩阵分析[J]. 西南林学院学报, 2002, **22**(4): 59-62.
DONG Jun, LIU Xu-hong. Analysis of element stiffness matrix about space beam-element based on principle of virtual work [J]. **Journal of Southwest Forestry College**, 2002, **22**(4): 59-62. (in Chinese)

[8] 包世华,龚耀清. 超高层建筑空间巨型框架的水平力和重力二阶效应分析新方法[J]. 计算力学学报, 2010, **27**(1): 40-46.
BAO Shi-hua, GONG Yao-qing. A new method for second-order effect analysis on spacial mega frame of super tall buildings due to both horizontal and vertical loadings [J]. **Chinese Journal of Computation Mechanics**, 2010, **27**(1): 40-46. (in Chinese)

[9] Chen W F. 钢框架稳定设计[M]. 周绥平, 译. 上海:上海世界图书出版公司, 1999.
Chen W F. **Stability Design of Steel Frames** [M]. ZHOU Sui-ping, trans. Shanghai: Shanghai World Publishing Corporation, 1999. (in Chinese)

[10] 林同炎,斯多台斯伯利 S D. 结构概念与体系[M]. 高立人,方鄂华,钱稼茹,译. 北京:中国建筑工业出版社, 1999.
Lin Tung-yen, Stotesbury S D. **Structural Concepts and Systems for Architects and Engineers** [M]. GAO Li-ren, FANG E-hua, QIAN Jia-ru, trans. Beijing: China Architecture & Building Press, 1999. (in Chinese)

Geometrical non-linear analysis of space frame structures based on effective stiffness

GONG Jin-xin*, WANG Ying

(School of Civil Engineering, Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: A geometrical non-linear finite element analysis method is proposed based on the effective stiffness of the elements of the space reinforced concrete frame structure by modifying the local stiffness matrix of existing elastic finite element of 3D linkage with the bending moment-rotation relationship of element including axial forces, and a simplified approach for quantifying the initial axial force of the column is suggested. Comparison of the results obtained by the proposed method, Chinese code GB 50010-2010 and American code ACI 318-11 is carried out. The analytical results indicate that, generally, only twice iterations are needed for the proposed method to achieve the accuracy of engineering requirement, and unnecessary for iteration if the initial axial force estimated by the suggested simplified method is used. For regular frame structures, the outcomes of the proposed method are close to those of Chinese code and American code. For irregular frame structures, the outcomes of the proposed method are greater than those of the two codes.

Key words: space frame structures; geometrical nonlinearity; effective stiffness; second-order effect