

两种基于分数低阶统计量波束形成的推广

宋爱民^{1,2}, 邱天爽^{*1}

(1. 大连理工大学 电子信息与电气工程学部, 辽宁 大连 116024;

2. 大连交通大学 理学院, 辽宁 大连 116028)

摘要: 为抑制脉冲稳定分布噪声对波束形成的影响, 通常采用分数低阶统计量进行处理, 将现存的两种基于分数低阶统计量的波束形成方法分别进行推广, 证明了两种推广后算法对应的协方差矩阵是互为共轭的, 并且对协方差矩阵的非奇异性进行了讨论. 仿真实验表明: 与传统的线性约束最小功率波束形成相比, 两种推广的波束形成算法, 在脉冲稳定分布噪声下能够保证无畸变输出, 并且具有更低的旁瓣.

关键词: 稳定分布; 波束形成; 协方差矩阵; 共轭; 非奇异性

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **doi:** 10.7511/dllgxb201502012

0 引言

自适应波束形成作为阵列信号处理中的重要技术, 被广泛应用于雷达、声呐、无线通信、地震勘测、射电天文、语音信号处理和生物医学等领域^[1]. 它通过某种最优准则对阵元接收数据进行加权处理来控制阵列的方向图, 实现增强有用信号, 抑制干扰和噪声的目的.

多数的波束形成研究主要以高斯噪声为背景, 然而, 在很多实际应用中遇到的噪声往往具有脉冲性, 而稳定分布是刻画脉冲噪声的重要模型^[2]. 为抑制稳定分布噪声对波束形成器性能的影响, 人们进行了大量的研究工作, 其中大多以分数低阶统计量为主要工具进行处理^[3-5]. 文献[3]利用分数低阶协方差, 设计具有较低旁瓣的波束形成. 文献[4]设计了分数低阶最小方差无畸变响应波束形成, 并从理论上证明了在一定条件下, 基于分数低阶统计量的协方差矩阵是有界的. He等利用几何功率得到线性自适应波束形成^[5], 这个方法也可纳入分数低阶统计量的范畴. 在文献[6]中, He等利用无穷范数对阵列接收数据进行

归一化处理, 在噪声冲击性较强时, 该算法效果较好. 在此基础上, 顾陈等借助无穷范数归一化技术, 设计了归一化的最小均方误差波束形成^[7]. 文献[8]将 M -估计引入 PAST 算法来跟踪噪声子空间, 设计稳定分布噪声和导向矢量失配同时存在时的鲁棒波束形成器.

本文将继续讨论稳定分布噪声下的波束形成, 并对两种基于分数低阶统计量的波束形成进行推广.

1 稳定分布噪声下波束形成的模型

本文所讨论问题的模型如下: 考虑由 M 个阵元组成的均匀线阵, 感兴趣信号 $s_0(k)$ 的导向矢量为 $\mathbf{a}(\theta_0)$, J 个干扰 $s_j(k)$ ($j = 1, 2, \dots, J$) 对应的导向矢量为 $\mathbf{a}(\theta_j)$ ($j = 1, 2, \dots, J$). 第 k 次快拍采样下阵列接收数据为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) &= \mathbf{x}_s(k) + \mathbf{x}_{i+n}(k) = \\ &= s_0(k)\mathbf{a}(\theta_0) + \sum_{j=1}^J s_j(k)\mathbf{a}(\theta_j) + \mathbf{v}(k); \\ k &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (1)$$

式(1)可进一步表示为

$$\begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_M(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ e^{j\beta_0} & e^{j\beta_1} & \cdots & e^{j\beta_j} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e^{j(M-1)\beta_0} & e^{j(M-1)\beta_1} & \cdots & e^{j(M-1)\beta_j} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} s_0(k) \\ s_1(k) \\ \vdots \\ s_J(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1(k) \\ v_2(k) \\ \vdots \\ v_M(k) \end{pmatrix} \quad (2)$$

其中 $\beta_j = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_j$, d 为阵元间距, λ 为波长, θ_j 为空间入射角; 噪声矢量 $\mathbf{v}(k)$ 的第 i 个分量 $v_i(k)$ 服从特征指数为 α 、分散系数为 γ 的复对称稳定分布, 有关稳定分布的定义及性质请参考文献[2].

通常情况下, 信噪比和干扰噪声比的定义要求噪声具有二阶统计量, 然而非高斯稳定分布噪声不具有二阶统计量, 因此几何功率是刻画稳定分布这一类脉冲噪声功率的有效方法^[9], 本文利用几何功率^[3] 定义信噪比和干扰噪声比分别为

$$R_{\text{sn,G}} = 10 \lg (\sigma_{s_0}^2 / (\sqrt{2C_g} u)^2) \quad (3)$$

和

$$R_{\text{in,G}} = 10 \lg (\sigma_{s_j}^2 / (\sqrt{2C_g} u)^2); j = 1, 2, \dots, J \quad (4)$$

这里 $\sigma_{s_0}^2$ 为期望信号的功率, $\sigma_{s_j}^2$ 为第 j 个干扰信号的功率, $u = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{E\{\lg |v_i| \}}$ 为噪声的几何功率,

$C_g = 1.78$. 设 $\mathbf{w}$ 为波束形成器的权矢量, 波束形成的输出可表示为

$$y(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}_s(k) + \mathbf{w}^H \mathbf{x}_{i+n}(k)$$

利用几何功率定义的输出信号干扰噪声比为

$$R_{\text{sin,G}} = \frac{e^{E\{\lg |\mathbf{w}^H \mathbf{x}_s(k)|\}}}{e^{E\{\lg |\mathbf{w}^H \mathbf{x}_{i+n}(k)|\}}}$$

2 基于分数低阶协方差矩阵的线性约束最小方差波束形成的推广

文献[3]提出了基于分数低阶协方差矩阵的鲁棒波束形成算法, 该算法是传统的线性约束最小方差(LCMV)波束形成的广义形式. 在高斯噪声下, 线性约束最小方差波束形成可归结为如下线性约束优化问题:

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= \arg \min \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w} \\ \text{s. t. } \mathbf{C}^H \mathbf{w} &= \mathbf{f} \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\mathbf{R}_{i+n} = E\{\mathbf{x}_{i+n}(k) \mathbf{x}_{i+n}^H(k)\} \quad (6)$$

是干扰与噪声的数据的协方差矩阵. 在非高斯稳定分布噪声下, $\mathbf{R}_{i+n}$ 不存在^[2-3], 因此, 文献[3]给出了基于分数低阶协方差矩阵的波束形成器, 该波束形成可视为如下优化问题:

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= \arg \min \mathbf{w}^H \mathbf{\Gamma}_{i+n} \mathbf{w} \\ \text{s. t. } \mathbf{C}^H \tilde{\mathbf{w}} &= \mathbf{f} \end{aligned} \quad (7)$$

其中分数低阶协方差矩阵定义为

$$\mathbf{\Gamma}_{i+n} = E\{\tilde{\mathbf{x}}_{i+n}(k) \tilde{\mathbf{x}}_{i+n}^H(k)\} \quad (8)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_{i+n}(k) = (\tilde{x}_{i+n,1}(k) \quad \tilde{x}_{i+n,2}(k) \quad \cdots \quad \tilde{x}_{i+n,M}(k))^T \quad (9)$$

$$\tilde{\mathbf{w}} = (\tilde{w}_1 \quad \tilde{w}_2 \quad \cdots \quad \tilde{w}_M)^T \quad (10)$$

$$\tilde{\mathbf{x}} = |\mathbf{x}|^{p-1} \mathbf{x}^* \quad (11)$$

文献[3]经过推导, 得出该鲁棒性的波束形成器的最优解可表示为^[3]

$$\mathbf{w}_{\text{FLOC}} = \mathbf{\Gamma}_{i+n}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{\Gamma}_{i+n}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (12)$$

由式(12)可知, 文献[3]设计的波束形成器需要估计干扰与噪声的数据的分数低阶协方差矩阵 $\mathbf{\Gamma}_{i+n}$, 因此该波束形成器需要获取不含期望信号的训练数据 $\mathbf{x}_{i+n}$, 本文将其推广到基于分数低阶协方差矩阵的线性约束最小功率波束形成器, 使其可以在无法获取训练数据 $\mathbf{x}_{i+n}$ 时依然工作.

设阵列接收到的是含有期望信号的数据 $\mathbf{x}$, 此时波束形成的输出

$$\tilde{y}(k) = \tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{x}}(k) \quad (13)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) = (\tilde{x}_1(k) \quad \tilde{x}_2(k) \quad \cdots \quad \tilde{x}_M(k))^T \quad (14)$$

通过求解如下线性约束优化问题

$$\begin{aligned} \min_{\tilde{\mathbf{w}}} E\{|\tilde{y}(k)|^2\} &= \min_{\tilde{\mathbf{w}}} E\{|\tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{x}}(k)|^2\} \\ \text{s. t. } \mathbf{C}^H \tilde{\mathbf{w}} &= \mathbf{f} \end{aligned} \quad (15)$$

进一步将式(15)整理为

$$\begin{aligned} \min E\{|\tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{x}}(k)|^2\} &= E\{(\tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{x}}(k)) \times (\tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{x}}(k))^H\} = \\ &= \tilde{\mathbf{w}}^H E\{(\tilde{\mathbf{x}}(k))(\tilde{\mathbf{x}}(k))^H\} \tilde{\mathbf{w}} \\ \text{s. t. } \mathbf{C}^H \tilde{\mathbf{w}} &= \mathbf{f} \end{aligned} \quad (16)$$

记

$$\mathbf{I}_x = E\{(\tilde{\mathbf{x}}(k))(\tilde{\mathbf{x}}(k))^H\} \quad (17)$$

那么式(16)可简化为

$$\begin{aligned} \min E\{|\tilde{\mathbf{w}}^H \tilde{\mathbf{x}}(k)|^2\} &= \tilde{\mathbf{w}}^H \mathbf{I}_x \tilde{\mathbf{w}} \\ \text{s. t. } \mathbf{C}^H \tilde{\mathbf{w}} &= \mathbf{f} \end{aligned} \quad (18)$$

利用 Lagrange 乘子法得式(18)的最优解为

$$\tilde{\mathbf{w}}_1 = \mathbf{I}_x^{-1} \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{I}_x^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (19)$$

显然波束形成器式(15)仅需要数据 $\mathbf{x}$ 即可,无须获取不含期望信号的训练数据 $\mathbf{x}_{+n}$,为方便表述,记该波束形成器为推广算法 1.

3 分数低阶最小方差无畸变响应波束形成的推广

文献[4]在传统的分数低阶最小方差无畸变响应波束形成器的基础上,通过引入分数低阶阵列输出功率设计鲁棒波束形成器.通过定义 k 时刻的分数低阶阵列响应

$$y(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}^{(p)}(k) \quad (20)$$

从而得到分数低阶阵列输出功率

$$P(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \mathbf{R}^{(p)} \mathbf{w} \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{R}^{(p)} &= (R_{ik}) = E\{(x_i^{(p)}(k))(x_k^{(p)}(k))^*\} = \\ &E\{(x_i^{(p)}(k))(x_k^{-(p)}(k))\} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{(p)} &= |\mathbf{x}|^{p-1} \mathbf{x}, \mathbf{x}^{-(p)} = (\mathbf{x}^*)^{(p)} = \\ &(\mathbf{x}^{(p)})^*, 0 \leq p \leq 1 \end{aligned} \quad (23)$$

通过求解

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} E\{P(\mathbf{w})\} \\ \text{s. t. } \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0) &= 1 \end{aligned} \quad (24)$$

得到分数低阶最小方差无畸变响应波束形成器权值为

$$\mathbf{w}_{\text{FMPDR}} = \frac{(\mathbf{R}^{(p)})^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)}{\mathbf{a}^H(\theta_0) (\mathbf{R}^{(p)})^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)} \quad (25)$$

式(24)仅是对期望信号保持无畸变输出的波束形成器,本文将式(24)中的无畸变约束 $\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0) = 1$ 推广为线性约束 $\mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{f}$,推广后的波束形成不但可以实现期望信号的无畸变输出,也可用于对干扰信号进行抑制.推广后的波束形成可归结为如下优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}^{(p)} \mathbf{w} \\ \text{s. t. } \mathbf{C}^H \mathbf{w} &= \mathbf{f} \end{aligned} \quad (26)$$

由 Lagrange 乘子法可得式(26)的最优解为

$$\mathbf{w}_2 = (\mathbf{R}^{(p)})^{-1} \mathbf{C}(\mathbf{C}^H (\mathbf{R}^{(p)})^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (27)$$

当 $p = 1$ 时, $\mathbf{R}^{(p)} = \hat{\mathbf{R}}^{[5]}$,因此有式(27)就是传统的线性约束最小功率(LCMP)波束形成的最优解.为方便表述,记该波束形成器为推广算法 2.

4 两种推广算法之间的联系

两种推广后的波束形成其最优解式(19)与(27)形式完全相同,不同之处在于式(19)的协方差矩阵为 $\mathbf{I}_x$,而式(27)的协方差矩阵为 $\mathbf{R}^{(p)}$,下面定理给出 $\mathbf{I}_x$ 与 $\mathbf{R}^{(p)}$ 的关系.

定理 1 (I) $\mathbf{I}_x$ 和 $\mathbf{R}^{(p)}$ 分别如式(17)和(22)定义,则有

$$\mathbf{I}_x = (\mathbf{R}^{(p)})^* \quad (28)$$

(II) 若式(2)中噪声分量是相互独立的,且 $0 < p < \alpha/2$,那么 $\mathbf{I}_x$ 和 $\mathbf{R}^{(p)}$ 均是非奇异的.

证明 (I) 设

$$x_k = r_k e^{j\theta_k}, x_l = r_l e^{j\theta_l} \quad (29)$$

由式(11)知

$$\tilde{x}_k = r_k^p e^{-j\theta_k}, \tilde{x}_l = r_l^p e^{-j\theta_l} \quad (30)$$

故式(18)中矩阵 $\mathbf{I}_x$ 的第 k 行 l 列元素为

$$\Gamma_{kl} = E\{\tilde{x}_k(\tilde{x}_l)^*\} \quad (31)$$

结合式(29)、(30)可整理为如下形式:

$$\Gamma_{kl} = E\{(r_k^p e^{-j\theta_k})(r_l^p e^{j\theta_l})\} = E\{r_k^p r_l^p e^{j(\theta_l - \theta_k)}\} \quad (32)$$

而式(22)中 $\mathbf{R}^{(p)}$ 的第 k 行 l 列元素为

$$R_{kl}^{(p)} = E\{x_k^{(p)}(x_l^{-(p)})\} = E\{(r_k^p e^{j\theta_k})(r_l^p e^{j\theta_l})^*\} \quad (33)$$

结合式(22)与(23),式(33)可整理为如下形式:

$$R_{kl}^{(p)} = E\{(r_k^p e^{j\theta_k})(r_l^p e^{-j\theta_l})\} = E\{r_k^p r_l^p e^{-j(\theta_l - \theta_k)}\} \quad (34)$$

由式(32)和(34)可得

$$\Gamma_{kl} = (R_{kl}^{(p)})^* \quad (35)$$

由式(35)可得式(28),(I)得证.

证明 (II) 由(I)的结论知只要证明 $\mathbf{R}^{(p)}$ 非奇异即可.由式(22)知, $\mathbf{R}^{(p)} = (\mathbf{R}^{(p)})^H$,即 $\mathbf{R}^{(p)}$ 是埃尔米特矩阵,必存在矩阵 $\mathbf{U}$ 及实数 $\lambda_1, \dots, \lambda_M$,使得

$$\mathbf{R}^{(p)} = \mathbf{U}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}$$

成立,其中 $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_M\}$,实数 $\lambda_1, \dots, \lambda_M$ 为

$\mathbf{R}^{(p)}$ 所有特征值, 又因为对任意 $\mathbf{w} \in \mathbf{C}^M$,

$$\mathbf{w}^H \mathbf{I} \mathbf{w} = \mathbf{w}^H E\{\mathbf{x}^{(p)} (\mathbf{x}^{(p)})^H\} \mathbf{w} = E\{(\mathbf{w}^H \mathbf{x}^{(p)}) (\mathbf{w}^H \mathbf{x}^{(p)})^H\} \geq 0 \quad (36)$$

由式(36)知 $\mathbf{R}^{(p)}$ 是半正定矩阵, 故 $\mathbf{R}^{(p)}$ 所有特征值 $\lambda_1, \dots, \lambda_M$ 均是非负的, 即

$$\min_i \{\lambda_i\} \geq 0 \quad (37)$$

下面证明

$$\min_i \{\lambda_i\} > 0 \quad (38)$$

成立. 由噪声的相互独立性知

$$\mathbf{R}_v^{(p)} = E\{\mathbf{v}^{(p)} (\mathbf{v}^{(p)})^H\} = \text{diag}\{\gamma_1, \dots, \gamma_M\} \quad (39)$$

其中 $\gamma_i = E\{v_i^{(p)} (v_i^{(p)})^H\}$, 为第 i 个阵元接收的噪声分量的分数低阶相关, 由文献[5]知, 当 $0 < p < \alpha/2$ 时, γ_i 存在且有限, 故

$$E\{v_i^{(p)} (v_i^{(p)})^H\} > 0; i = 1, 2, \dots, M \quad (40)$$

又由式(23)知, 运算 $(\cdot)^{(p)}$ 关于信号幅度是单调递增的, 故有

$$\min_i \{\lambda_i\} \geq \min_i \{v_i^{(p)} (v_i^{(p)})^H\} \quad (41)$$

由式(40)和(41)得 $\min_i \{\lambda_i\} > 0$.

式(38)表明 $\mathbf{R}^{(p)}$ 所有特征值均非零, 故 $\mathbf{R}^{(p)}$ 是非奇异的.

5 两种推广算法仿真结果比较

将本文两种推广的波束形成与传统的线性约束最小功率(LCMP)波束形成, 在相同条件下的波束形成图进行比较. 设等距线阵的阵元间距为半波长, 阵列接收到一个入射方向是 30° 的期望信号, 其几何信噪比为 5 dB; 干扰信号的入射方向为 -10° , 其几何干扰噪声比为 5 dB, 噪声服从特征指数 $\alpha = 1.2$ 的对称稳定分布噪声, 快拍数为 500. 推广算法 1 和 2 中参数 p 均取 0.3.

图 1 是阵元数是 8 时波束方向图的比较. 图 2 是阵元数是 12 时波束方向图的比较. 图 1 与图 2 表明: 相比传统的 LCMP 波束形成, 推广算法 1 与 2 均具有更低的旁瓣. 推广算法 1 的最优解 $\tilde{\mathbf{w}}_1 = \mathbf{I}_x^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{I}_x^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f}$ 与推广算法 2 的最优解 $\mathbf{w}_2 = (\mathbf{R}^{(p)})^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^H (\mathbf{R}^{(p)})^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f}$ 具有相似的形式, 因此这两种算法的计算复杂度与适用的场景完全一致. 不同之处只在于: 两种推广算法对应的协方差矩阵是互为共轭的, 导致的结果是推广算法 2 在

干扰方向 -10° 能够形成更深的零陷, 而推广算法 1 在干扰方向的对称位置 10° 产生零陷.

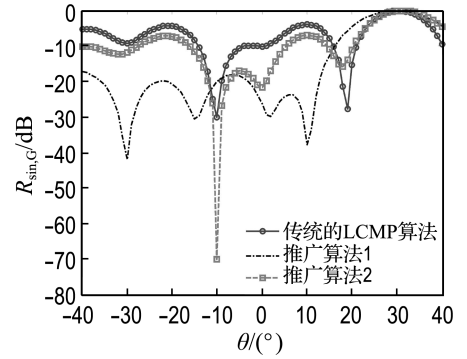


图 1 阵元数是 8 时波束方向图的比较
Fig. 1 Comparison of beam pattern for 8 arrays

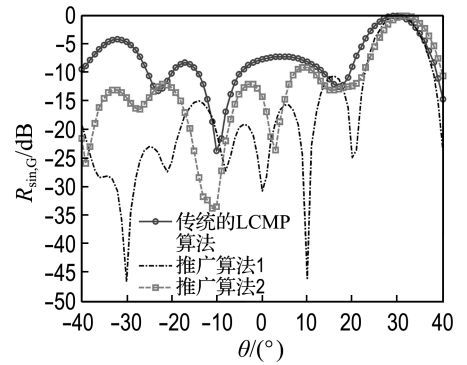


图 2 阵元数是 12 时波束方向图的比较
Fig. 2 Comparison of beam pattern for 12 arrays

6 结 语

本文推广了基于分数低阶协方差矩阵的 LCMV 波束形成和分数低阶最小方差无畸变响应波束形成, 推广后的两个波束形成最优解具有相似的形式, 不同之处在于二者使用的协方差矩阵分别是 $\mathbf{I}_x$ 和 $\mathbf{R}^{(p)}$. 本文证明了 $\mathbf{I}_x$ 和 $\mathbf{R}^{(p)}$ 是互为共轭的, 并且在一定条件下, 二者均是非奇异的. 仿真实验表明: 相比传统的 LCMP 波束形成, 推广算法 1 与 2 均具有更低的旁瓣; 相比推广算法 1, 推广算法 2 在干扰方向能够形成更深的零陷.

参考文献:

- [1] van Trees H L. Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory [M]. New York: Wiley, 2002.
- [2] Nikias C L, Shao M. Signal Processing with Alpha-

- Stable Distributions and Applications** [M]. New York:Wiley, 1995:1-152.
- [3] 查代奉,邱天爽. 一种基于分数低阶协方差矩阵的波束形成新方法[J]. 通信学报, 2005, **26**(7):16-20,55.
- ZHA Dai-feng, QIU Tian-shuang. New beamforming method based on fractional lower order covariance matrix [J]. **Journal on Communications**, 2005, **26**(7):16-20,55. (in Chinese)
- [4] 何 劲,刘 中. 脉冲噪声环境中鲁棒的自适应波束形成方法[J]. 电子学报, 2006, **34**(3):464-468.
- HE Jin, LIU Zhong. Robust adaptive beamforming method in impulsive noise [J]. **Acta Electronica Sinica**, 2006, **34**(3):464-468. (in Chinese)
- [5] HE Jin, LIU Zhong, Wong K T. Linearly constrained minimum — "geometric power" adaptive beamforming using logarithmic moments of data containing heavy-tailed noise of unknown statistics [J]. **Antennas and Wireless Propagation Letters, IEEE**, 2007, **6**:600-603.
- [6] HE Jin, LIU Zhong. Linearly constrained minimum — 'normalised variance' beamforming against heavy tailed impulsive noise of unknown statistics [J]. **Radar, Sonar & Navigation, IET**, 2008, **2**(6):449-457.
- [7] 顾 陈,何 劲,朱晓华. 冲击噪声背景下基于最小均方归一化误差的波束形成算法[J]. 电子学报, 2010, **38**(6):1430-1433.
- GU Chen, HE Jin, ZHU Xiao-hua. Minimum mean square "normalized-error" beamforming amid heavy tailed impulsive noise of unknown statistics [J]. **Acta Electronica Sinica**, 2010, **38**(6):1430-1433. (in Chinese)
- [8] Liao B, Chan S C. Robust recursive beamforming in the presence of impulsive noise and steering vector mismatch [J]. **Journal of Signal Processing Systems**, 2013, **73**(1):1-10.
- [9] Gonzalez J G, Paredes J L, Arce G R. Zero-order statistics: A mathematical framework for the processing and characterization of very impulsive signals [J]. **IEEE Transactions on Signal Processing**, 2006, **54**(10):3839-3851.

Generalizations of two beamformers based on fractional lower-order stochastics

SONG Ai-min^{1,2}, QIU Tian-shuang^{*1}

(1. Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. School of Science, Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, China)

Abstract: In order to combat the hostile effect of impulsive stable distribution noise, the fractional lower-order stochastics are utilized for the beamforming. The generalizations of the two existing beamformers are presented. The two covariance matrices of the generalized algorithms are proved to be conjugate. The nonsingularity of these two covariance matrices is also discussed. Simulations show that compared with traditional linearly constrained minimum power beamforming, the outputs of these two generalized beamforming have distortionless response for the signal under impulsive stable distribution noise and lower sidelobe.

Key words: stable distribution; beamforming; covariance matrix; conjugate; nonsingularity