

删除信道下单反馈 SLT 编码

牛芳琳^{1,2}, 王洪玉^{*1}, 海 龙¹

(1. 大连理工大学 电子信息与电气工程学部, 辽宁 大连 116024;

2. 辽宁工业大学 电子与信息工程学院, 辽宁 锦州 121001)

摘要: 基于反馈信息的喷泉码在选择合适的度分布函数下可以有效降低译码开销. 将 DALT 码与基于反馈信息的 SRSD 度分布函数相结合, 提出一种适用在删除概率较低信道中使用的单反馈 SLT 编码方法. 与传统 LT 码相比, 该方法仅增加一次反馈, 降低了编译码过程的复杂度, 其编译码复杂度、开销等均与信道删除概率有关. 理论分析及实验结果表明, 在低删除概率信道中, 采用所提方法可以有效地减少传输中编码包的个数, 其喷泉码性能优于传统的 LT 码和 SLT 码.

关键词: 喷泉码; 鲁棒孤立子分布; SLT 码; MP 译码

中图分类号: TN92

文献标识码: A

doi: 10.7511/dllgxb201504010

0 引言

喷泉码^[1-2]最早由 Luby 等提出, 这种编码方法与传统的编码方法不同, 信源对需要发送的符号按照一定的概率随机选择信源符号进行 XOR 计算得到编码符号, 接收端对接收到的编码符号采用消息传递(message propagation, MP)方法译码. 这种编码方法没有固定的编码矩阵和固定码率, 因此也被称为无码率编码. 编码所用的度分布函数决定了喷泉码的译码开销的大小, 一个好的度分布函数可以有效减少译码开销. 2002 年, Luby 在文献[3]中提出鲁棒孤立子分布(robust soliton distribution, RSD), 由这种度分布函数得到的喷泉码则被称为 LT(Luby transform, LT)码, 到目前为止, LT 码仍被认为是一种设计较好的喷泉码. 近年来一些学者通过研究发现, 在喷泉码中引入反馈信息可以进一步降低喷泉码的译码开销. 文献[4]中提出基于反馈的 RT(real time)纠错方法, 文中指出基于反馈信息的喷泉码可以有效降低喷泉码的译码开销. 而文献[5]中, 通过反馈信息对 RSD 度分布函数进行修正得到基于

部分信息的 SRSD(shifted RSD)度分布函数. 文献[6]在喷泉码的基础上, 提出了基于反馈信息的 SLT(shifted LT)码, 接收端依据接收到的编码符号平均度分布的变化给信源发送反馈信息, 用以调整信源 SRSD 度分布函数进行 LT 编码, 以降低译码开销. 针对反馈喷泉码的传输方法, 文献[7]提出基于一次反馈的 DALT(doped accumulate LT)码, 其设计思想是利用喷泉码编码包对接收端错误数据包进行纠正, 使其编码性能接近于 Raptor 码^[8]编码性能. 近年来, 文献[9-13]等提出将基于反馈信息的喷泉码应用在网络传输中, 提高了通信网的传输效率.

由于反馈喷泉码可以有效降低译码开销, 本文在 DALT 码的基础上, 将其与 SRSD 度分布函数相结合, 提出一种适合在删除信道中使用的单反馈 SLT(single feedback shifted LT, SFSLT)码.

1 SRSD 度分布

Luby 在文献[3]中提出了适用于喷泉码的 RSD 度分布函数

$$\mu(i) = \frac{\rho(i) + \tau(i)}{z} \tag{1}$$

式中： $\mu(i)$ 表示度值为 i 的概率； $\rho(i)$ 表示理想孤立子分布； $\tau(i)$ 表示强鲁棒因子； $z = \sum_i (\rho(i) + \tau(i))$ 。

文献[4-5]提出了基于部分信息的 SLT 码，当接收端已经恢复一定数量的信源符号，根据恢复信源符号数值对 RSD 进行转移则得到适应于已知部分信源符号的 SRSD 度分布函数：

$$\gamma(j) = \mu_{\text{RSD}(k-n)}(i) \tag{2}$$

式中： $j = \text{round}\left(\frac{i}{1-n/k}\right)$ ； k 表示信源需要发送的数据包个数； n 表示接收端接收恢复的正确数据包个数； $\mu_{\text{RSD}(k-n)}(i)$ 表示 RSD 度分布函数； $\text{round}(\cdot)$ 表示四舍五入取整。

式(1)经过转移得到式(2)，由于 SLT 码编码度 j 均需要满足 $j \leq k$ ，因此，当 $n \neq 0$ 时， $\sum_j \gamma(j) < 1$ ，不服从概率分布。本文提出对式(2)进行归一化得到

$$R_{\text{SRSD}}(j) = \frac{\gamma(j)}{\sum_j \gamma(j)} \tag{3}$$

归一化式(3)满足 $\sum_j R_{\text{SRSD}}(j) = 1$ ， $R_{\text{SRSD}}(j)$ 服从概率分布，式(3)即为基于部分信息 SLT 码的度分布函数。

2 基于单反馈的 SLT 编码方法

由于采用反馈信息修正度分布函数可以降低信源每个编码符号(或编码包)的不确定度，减少接收端恢复信源信息所需要的正确编码包的数量，本文基于 DALT 的传输机制提出了 SFSLT 编码方法，其编码方法如下：

步骤 1 信源需要将 k 个具有检验功能的数据包发送给接收端，接收端将接收到的数据包进行校验，并统计正确数据包的个数 n 。

步骤 2 如果 $n = k$ ，则发送一个确认信号给信源，信源继续发送下一组数据包；如果 $n = 0$ ，信源重新发送 k 个数据包，重复步骤 1。

步骤 3 如果 $0 < n < k$ ，信源采用反馈信息 n 对 SRSD 度分布函数进行修正，信源依据修正后的度分布函数对 k 个数据包进行 SLT 编码，编码

包源源不断地发送给接收端，接收端将接收到的编码包与步骤 1 中接收到的正确的数据包相结合采用 MP 算法进行译码；其中，SLT 编码所用的度分布函数为式(3)归一化 SRSD 度分布函数。

步骤 4 当接收端恢复所有信源数据包后，接收端发送一个确认信号给信源，信源停止发送编码包，完成 SFSLT 编码过程。

由 SFSLT 编码步骤可知，其编码方法主要分为两个部分：第 1 部分是信源将相互独立的数据包发送出去，接收端可以直接得到部分数据包；第 2 部分是依据反馈信息对信源进行 SLT 编码。由于接收端仅需要发送一次接收端已经恢复数据包个数的信息，因此本文将这种方法称为单反馈 SLT 码。

3 SFSLT 码性能分析

与传统的 LT 码相比，SFSLT 码改变了 LT 码的传输方法，利用反馈信息降低译码开销，使其更适合在删除信道中使用。为了更好地了解 SFSLT 码的性能，本文在删除信道中，将 SFSLT 码分别与 LT 码、SLT 码和 ARQ 传输机制在恢复信源信息所需要编码包个数、编译码复杂度和反馈次数方面进行比较。其中，设信源需要发送 k 个具有校验功能的数据包，信道删除概率为 P_{er} (packet error rate)。

3.1 译码所需要编码包个数比较

(1)接收端译码需要正确编码包个数

(a)LT 码需要正确编码包个数 N_{LT}

设 N_{LT} 为采用 LT 码恢复信源信息所需要正确编码包的个数，由文献[3]可知

$$N_{\text{LT}} = k + O(\sqrt{k} \ln^2(k/\delta)) \tag{4}$$

式中： δ 表示恢复 k 个原始数据包的失败概率； $O(\sqrt{k} \ln^2(k/\delta))$ 表示采用 LT 码在译码时所需要的冗余编码包个数。

由式(4)可以得出，采用 MP 迭代译码， N_{LT} 的数值与信道的删除概率无关，需要接收到一定数量的冗余信息才能译码。

目前，计算基于反馈的 LT 编码包个数比较复杂，但是从编码理论及香农编码定理可知，译码所需要的编码包个数一定大于或等于信源需要发送数据包的个数。设接收端恢复 n_r 个数据包信源

所需要的编码包个数为 $N_{LT,n}$, 则有

$$N_{LT,n} \geq n_r \quad (5)$$

n_r 表示步骤 1 接收端接收到正确数据包个数。

(b) SLT 码需要正确编码包个数 N_{SLT}

文献[6]中提出的多次反馈的 SLT 码, 由编码理论可以得出, 信源采用 SLT 编码方法其译码所需要编码包的个数可以表示为

$$N_{SLT} = k + e \quad (6)$$

其中 e 表示 SLT 码译码所需要冗余编码包的个数, 并且满足 $e \geq 0$. 当反馈次数足够多时, 则 $e = 0$, $N_{SLT} = k$, 表示没有任何编码包冗余。

(c) SFSLT 码需要正确编码包个数 N_{SFSLT}

在删除信道中, 步骤 1 接收端接收到正确数据包个数 $n_r = k(1 - P_{er})$, 恢复错误数据包所需要 SLT 编码包的个数

$$N_{SFSLT,n} = (k - n_r) + O(\sqrt{k - n_r} \ln^2((k - n_r)/\delta)) \quad (7)$$

可以通过实验观察删除概率 P_{er} 与 $N_{SFSLT,n}$ 关系。根据文献[6]SLT 码选取的参数, $k = 1\,000$, $\delta = 0.9$, $c = 0.1$ 。

图 1 中的实验结果表明, SFSLT 码恢复信源信息所需要编码包个数 $N_{SFSLT,n}$ 随信道删除概率 P_{er} 的增大而增加。在删除概率 $P_{er} = 0$ 时, 不需要任何编码包即可译码; 当删除概率 $P_{er} \rightarrow 1$ 时, 接收端不存在任何信源原始数据包时, 恢复信源信息所需要编码包的个数与 LT 码的译码所需要的正确编码包个数相同, 实验结果与式(7)分析结论一致。

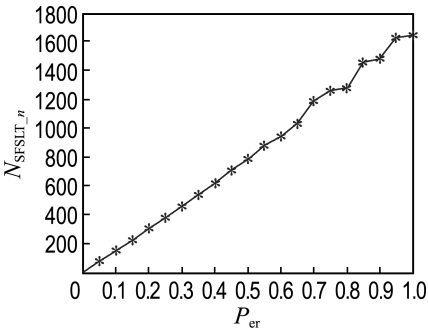


图 1 P_{er} 与 $N_{SFSLT,n}$ 关系

Fig. 1 The relationship of P_{er} and $N_{SFSLT,n}$

由式(7)得到 SFSLT 码译码所需要正确编码包个数

$$N_{SFSLT} = N_{SFSLT,n} + n_r =$$

$$k + O(\sqrt{k - n_r} \ln^2((k - n_r)/\delta)) \quad (8)$$

将式 $n_r = k(1 - P_{er})$ 代入式(8), 则信道删除概率 P_{er} 与 N_{SFSLT} 关系表示为

$$N_{SFSLT} = k + O(\sqrt{kP_{er}} \ln^2(kP_{er}/\delta)) \quad (9)$$

由于 $0 \leq P_{er} < 1$, 由式(4)和式(9)可以得出 $k \leq N_{SFSLT} \leq N_{LT}$ 。

由 ARQ 传输机制可知, 恢复信源信息所需要接收正确数据包个数为 k , 不需要任何冗余信息可以直接解码, 则 SFSLT 码译码所需要正确编码包的数量介于 ARQ 传输机制与 LT 码之间, 其大小与 P_{er} 有关。

(2) 接收端译码需要正确编码包个数比较

根据计算得到 LT 码、SLT 码和 SFSLT 码在译码时所需要的正确编码包个数, 本文将 SFSLT 码分别与 LT 码和 SLT 码进行比较:

(a) SFSLT 码与 LT 码比较

由式(9)可知

$$N_{SFSLT} \leq N_{LT} \quad (10)$$

SFSLT 码译码所需要的编码包个数少于 LT 码。

(b) SFSLT 码与 SLT 码比较

由式(9)可知, N_{SFSLT} 与信道的删除概率 P_{er} 有关。

当 $P_{er} = 0$, 则有

$$O(\sqrt{kP_{er}} \ln^2(\frac{kP_{er}}{\delta})) = 0$$

即 $N_{SFSLT} = k$, 接收端接收到信源发送 k 个正确的数据包, 不需要任何冗余编码包即可以译出信源的数据包;

当 $P_{er} \rightarrow 1$, 则有

$$O(\sqrt{kP_{er}} \ln^2(\frac{kP_{er}}{\delta})) \rightarrow O(\sqrt{k} \ln^2(\frac{k}{\delta}))$$

译码所需要的冗余编码包个数趋近于 LT 码译码所需要冗余编码包的个数, 因此, SFSLT 码译码所需要正确编码包的个数与信道的删除概率 P_{er} 有关, 随着删除概率的增加而增加。

由式(6)可知, N_{SLT} 是一个大于等于 k 的固定的数值, 其大小与信道的删除概率 P_{er} 无关, 比较式(6)和式(9)可以得出, 当 P_{er} 小于某一数值时, 存在 $N_{SFSLT} \leq N_{SLT}$ 。

(c) 实验仿真结果比较

不同删除概率 P_{er} 情况下, SFSLT 码分别与

LT 码、SLT 码比较恢复信源信息所需要正确编码包的个数,参考文献[6]中 SLT 码参数, $k = 1\,000, \delta = 0.9, c = 0.1$. Matlab 条件下仿真,运行 1 000 次. 实验结果如图 2 所示.

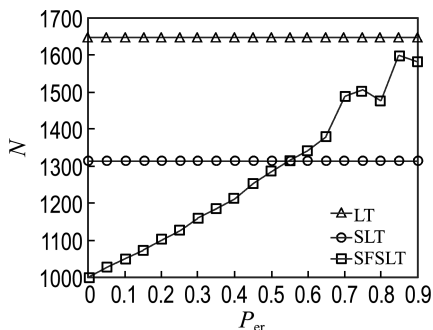


图 2 删除信道条件下译码所需正确编码包个数
Fig. 2 Number of necessary correct encoded packets for decoding over erasure channel

由图 2 实验结果可知,SLT 码和 LT 码译码所需要接收到正确编码包个数不发生变化,与信道删除概率 P_{er} 无关;SFSLT 码译码所需要正确编码包个数则与 P_{er} 的大小有关,随着 P_{er} 的增大,编码包个数从小于 SLT 码的到逐渐大于 SLT 码的,最后接近于 LT 码的. 实验结果显示,在删除信道概率较低时,存在 SFSLT 码的优于 SLT 码的情况,实验结果与理论分析结果一致.

(3) 信源发送编码包个数比较

在删除信道中,受到信道的干扰,部分编码包在传输过程中可能会发生错误,信源发送编码包的数量直接影响到通信传输效率. 本文将 SFSLT 码分别与 LT 码、SLT 码和 ARQ 传输机制在删除信道下比较恢复 k 个数据包信源需要发送编码包的个数.

采用 LT 码,则信源所需要发送编码包的个数

$$N_{LT_source} = \frac{1}{1 - P_{er}} N_{LT} = \frac{1}{1 - P_{er}} \left(k + O \left(\sqrt{k} \ln^2 \left(\frac{k}{\delta} \right) \right) \right) \quad (11)$$

由式(11)可知 N_{LT_source} 与 P_{er} 有关,当 $P_{er} = 0$ 时,信源发送 LT 编码包个数为 $k + O \left(\sqrt{k} \ln^2 \left(\frac{k}{\delta} \right) \right)$,其中 $O \left(\sqrt{k} \ln^2 \left(\frac{k}{\delta} \right) \right) > 0$.

采用 SLT 码,信源需要发送编码包的个数

$$N_{SLT_source} = \frac{1}{1 - P_{er}} N_{SLT} \quad (12)$$

当 $P_{er} = 0$ 时,信源发送 SLT 编码包个数 $N_{SLT_source} = N_{SLT}$,其中 $N_{SLT} > k$.

采用 SFSLT 码,信源需要发送编码包的个数

$$N_{SFSLT_source} = \frac{1}{1 - P_{er}} N_{SFSLT} = \frac{1}{1 - P_{er}} \left(k + O \left(\sqrt{k P_{er}} \ln^2 \left(\frac{k P_{er}}{\delta} \right) \right) \right) \quad (13)$$

采用 SFSLT 码编码时,由式(13)可知,当 $P_{er} = 0$ 时,信源发送 SFSLT 编码包个数 $N_{SFSLT_source} = k$.

针对 ARQ 传输机制,由于不需要采用编码方法,则信源发送数据包的个数

$$N_{ARQ} = k / (1 - P_{er}) \quad (14)$$

当 $P_{er} = 0$ 时, $N_{ARQ} = k$.

比较式(11)、(12)、(13)和(14),当信道的删除概率较低时,以上 4 种编码方法恢复信源信息所需要信源发送编码包个数的排序为

$$N_{ARQ} \leq N_{SFSLT_source} \leq N_{SLT_source} < N_{LT_source} \quad (15)$$

当信道的删除概率较高时,4 种编码方法恢复信源信息所需要信源发送编码包个数关系满足

$$N_{ARQ} \leq N_{SLT_source} \leq N_{SFSLT_source} < N_{LT_source} \quad (16)$$

在不同删除信道条件下,比较采用 SFSLT 码、SLT 码、LT 码和 ARQ 传输机制信源需要发送编码包的个数. 其中, SFSLT-SRSD 表示采用 SRSD 度分布函数进行 SLT 编码. 实验仿真比较中, $k = 1\,000, \delta = 0.9, c = 0.1$.

由图 3 实验结果可知:4 种传输方案中,采用 ARQ 传输机制信源发送编码包的个数最少,主要原因是这种传输方案没有对信源进行编码,与其他编码方法相比,不需要冗余编码包即可恢复信源信息. 采用 SLT 码,信源需要发送编码包个数比 LT 码平均少 500 个;本文提出的 SFSLT 码与 SLT 码相比,编码包个数平均少约 220 个. 采用 SFSLT 码传输时,当编码包没有发生错误,即 $P_{er} = 0$,SFSLT 码与 ARQ 传输机制一样,不需要任何冗余信息进行译码,即信源仅需要发送 1 000 个信源数据包,接收端即可恢复所有的信源信息;当信道删除概率较低时,信源发送编码包的个数接近于 ARQ 传输机制,且远远低于 SLT 码,随

着 P_{er} 的增加,信源发送编码包的数量逐渐接近于 SLT 码。

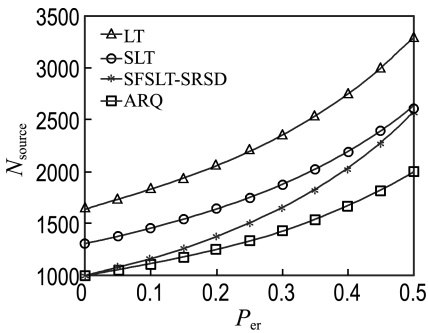


图3 不同信道删除概率下信源需要发送编码包的个数

Fig. 3 The encoded packet number sent from the source under different P_{er} of channel

3.2 编译码复杂度比较

文献[3]指出,当 δ 为某一固定数值时,LT 码编译码复杂度为

$$E_{LT} = O(k \ln(k/\delta)) \quad (17)$$

文献[6]指出,SLT 码编译码复杂度满足

$$E_{SLT} = O(k \ln(k - n_r)) \quad (18)$$

其中 $0 \leq n_r \leq k + e$, e 为自然对数。

SFSLT 码在不同信道删除概率下,其编译码复杂度为

$$E_{SFSLT} = O(k P_{er} \ln(k P_{er})) \quad (19)$$

由式(17)~(19)可知, E_{LT} 、 E_{SLT} 与信道删除概率无关,而 E_{SFSLT} 则与信道删除概率有关,由式(19)可知:

(1) 当 $P_{er} = 0$,采用 SFSLT 码不需要任何编译码即可在接收端得到信源消息;

(2) 当 $0 < P_{er} < 1$, E_{SFSLT} 随着 P_{er} 的增大而增加。

由此可以得出结论:传统的 LT 码及 SLT 码,其编译码的复杂度与信道的删除概率无关;而 SFSLT 编码方案的复杂度与信道删除概率有关,当删除概率较低时,其编译码复杂度低于 LT 码和 SLT 码。

3.3 反馈次数比较

ARQ 传输机制的反馈次数与信道删除概率有关,可得到需要向信源反馈的次数为 $k P_{er} / (1 - P_{er})$;由文献[7]可知,采用基于反馈的 SLT 码,

接收端依据译出数据包的个数需要向信源发送信息反馈,发送反馈信息次数约为 $O(\sqrt{k})$,恢复所有信源信息后,需要向信源发送 ACK,因此反馈次数大约为 $1 + O(\sqrt{k})$;由本文提出的 SFSLT 传输方案可知,在步骤 2 中,接收端对接收到的正确数据包进行统计,并将接收到正确数据包个数 n 反馈给信源,步骤 4 接收端恢复所有信源消息后,接收端需要发送一个 ACK 给信源,本方法中接收端一共需要发送 2 次反馈;LT 码当接收端恢复所有信源信息,接收端需要给信源发送一个 ACK,即接收端共需发送 1 次反馈。

在 4 种方法中,ARQ 传输机制的反馈次数与信道删除概率有关,随着删除概率的增大而增加;而采用文献[6]SLT 码,反馈次数大小与信源信息个数有关,随着信源发送数据包数量 k 的增加而增加。相比之下,本文提出的 SFSLT 码方法所用的反馈次数很少,不会额外增加无线通信传输中的反馈开销。

另外在 3.1 节和 3.2 节中可见,ARQ 传输机制虽然在编码包数量和编译码复杂度方面均低于 SFSLT 码,但是其传输可靠性依靠反馈信道保证,过多的反馈次数导致通信网的传输效率降低,考虑到无线通信网的传输效率,SFSLT 码则优于 ARQ 传输机制。

4 结 语

由理论分析和实验结果可以得出,本文提出的 SFSLT 编码方法在信道删除概率较低时,信源发送编码包数量、编译码复杂度均优于 LT、SLT 码,并且与 LT 码相比增加 1 次反馈,不需要占用过多的反馈信道资源,因此采用 SFSLT 码可以有效提高无线通信网中的传输效率。

参考文献:

- [1] Byers J W, Luby M, Mitzenmacher M. A digital fountain approach to asynchronous reliable multicast [J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2002, 20(8):1528-1540.
- [2] MacKay D J C. Fountain codes [J]. *IEE Proceedings: Communications*, 2005, 152(6):1062-1068.
- [3] Luby M. LT codes [J]. *Annual Symposium on*

- Foundations of Computer Science — Proceedings**, 2002:271-280.
- [4] Beimel A, Dolev S, Singer N. RT oblivious erasure correcting [J]. **IEEE/ACM Transactions on Networking**, 2007, **15**(6):1321-1332.
- [5] Agarwal S, Hagedorn A, Trachtenberg A. Adaptive rateless coding under partial information [C] // **2008 Information Theory and Applications Workshop — Conference Proceedings, ITA**. Piscataway:IEEE Computer Society, 2008:5-11.
- [6] Hagedorn A, Agarwal S, Starobinski D, *et al.* Rateless coding with feedback [C] // **IEEE INFOCOM 2009 — The 28th Conference on Computer Communications**. Piscataway: IEEE, 2009:1791-1799.
- [7] Yuan X J, Ping L. Doped accumulate LT codes [C] // **2007 IEEE International Symposium on Information Theory, ISIT 2007**. Piscataway:IEEE, 2007:2001-2005.
- [8] Shokrollahi A. Raptor codes [J]. **IEEE Transactions on Information Theory**, 2006, **52**(6): 2551-2567.
- [9] Sorensen J H, Koike-Akino T, Orlik P. Rateless feedback codes [C] // **2012 IEEE International Symposium on Information Theory, ISIT 2012**. Piscataway:IEEE, 2012:1767-1771.
- [10] Talari A, Rahnavard N. LT-AF codes: LT codes with alternating feedback [C] // **2013 IEEE International Symposium on Information Theory, ISIT 2013**. Piscataway:IEEE, 2013:2646-2650.
- [11] Sorensen J H, Popovski P, Ostergaard J. Feedback in LT codes for prioritized and non-prioritized data [C] // **2012 IEEE Vehicular Technology Conference, VTC Fall 2012 — Proceedings**. Piscataway: IEEE, 2012:1-5.
- [12] Yue G S, Uppal M, Wang X D. Doped LT decoding with application to wireless broadcast service [C] // **2011 IEEE International Conference on Communications, ICC 2011**. Piscataway:IEEE, 2011:1-5.
- [13] Sorensen J H, Popovski P, Ostergaard J. Design and analysis of LT codes with decreasing ripple size [J]. **IEEE Transactions on Communications**, 2012, **60**(11):3191-3197.

SLT codes with single feedback in erasure channel

NIU Fang-lin^{1,2}, WANG Hong-yu^{*1}, HAI Long¹

(1. Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. School of Electronics and Information Engineering, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121001, China)

Abstract: Fountain codes with feedback information can reduce the decoding overhead effectively if it chooses an appropriate degree distribution function. Combining DALT codes with SRSD based on feedback information, a coding method called single feedback shifted LT (SFSLT) codes for channels of low erasure probability is proposed. Compared with the traditional LT codes, the proposed method only increases one feedback process with much low complexity in encoding and decoding process. The complexity and overhead of encoding and decoding are related to the erasure probability of channel. The theoretical analyses and experimental results indicate that the proposed method reduces the number of encoded packets effectively if the erasure probability of channel is low enough, and the performance of fountain codes is superior to that of traditional LT codes and SLT codes.

Key words: fountain codes; robust soliton distribution; SLT codes; MP decoder