

基于动力方法的改进杆件轴力识别

袁永强, 李东升*, 李宏男

(大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要: 在针对杆系结构中轴力杆或者索缆结构中的短索所提出的识别边界不确定的杆件轴力的解析方法基础上, 提出了一种改进的轴力识别方法. 首先, 采用修正的 Timoshenko 梁理论, 充分考虑转动惯量、剪切变形、剪切变形引起的转动惯量和传感器质量对结构动力特性的影响, 建立改进的动力方程; 然后通过 Matlab 软件进行数值模拟, 提取某杆件的前五阶频率和模态参数, 以此构建特征方程进而识别杆件轴力, 从 4 个方面分析了修正 Timoshenko 梁理论相对传统 Timoshenko 梁理论识别精度提高的原因; 最后通过实验数据验证了该方法的精确性和适用性. 这种改进方法的优点在于无须事先假定边界条件, 仅知传感器之间的相对位置即可实施, 因而适用范围较广.

关键词: 轴力识别; 杆系结构; Timoshenko 梁; 振动测试

中图分类号: TU32

文献标识码: A

doi: 10.7511/dllgxb201505010

0 引言

随着社会经济的发展、技术水平的提高、人们对建筑美学的不断追求, 以及结构设计技术、施工手段的日益完善, 越来越多的杆系结构被应用于形式多变的土木结构中, 如阿联酋迪拜生态馆^[1]等. 美妙的结构形态令人印象深刻, 如何快速、精确地识别杆件的轴力来满足设计要求以及结构整体性能至关重要.

现有的杆件绝对轴力识别方法主要有电测法^[2]、油压表法^[3]、三点弯曲法^[4]、波动法^[5]、磁通量法^[6]、动力测试法^[7-8]等. 其中比较新颖的磁通量法、波动法和动力测试法越来越被广泛地应用于工程实际中(以桥梁为主). 动力测试法更是以其简单、方便、应用范围广的特点成为国内外研究的重点, 迄今为止, 动力测试法几乎成了复合杆系结构轴力识别唯一的选择.

本文结合近年来国内外的研究成果, 采用修正 Timoshenko 梁^[9]振动理论, 在文献^[10]研究(采用 Bernoulli-Euler 梁)的基础上, 充分考虑杆

件的剪切变形、转动惯量、剪切变形引起的转动惯量以及传感器的质量的影响, 建立新的动力方程. 在边界条件未知情况下, 通过无损动力测试提取对象杆件相应的频率、振型等数据进而推导出杆件轴力. 最后通过实验验证该方法的可行性、适用性和精确性.

1 理论推导

对于传统自由振动 Timoshenko 梁, 当考虑轴向力影响时^[11-12], 根据力和弯矩的平衡, 有

$$V(x, t) + \frac{\partial M(x, t)}{\partial x} = \rho I \frac{\partial^2 \beta_z(x, t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} + N \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} = \rho A \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} \quad (2)$$

式中: $v(x, t)$ 、 $\beta_z(x, t)$ 分别为 t 时刻某杆件位置坐标为 x 时的横向位移和截面转动角度; $V(x, t)$ 、 $M(x, t)$ 分别为相应的剪力和弯矩; N 为考虑二阶效应的杆件轴力, 受拉时为正, 受压时为负. 假定材料的截面面积 A 、密度 ρ 和几何惯性矩 I 均已知.

收稿日期: 2015-01-19; 修回日期: 2015-07-22.

基金项目: 国家自然科学基金委创新研究群体基金项目(51121005); 国家自然科学基金资助项目(51578107); “九七三”国家重点基础研究发展计划资助项目(2015CB057704); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目.

作者简介: 袁永强(1990-), 男, 硕士生, E-mail: jggc_yyq87@126.com; 李东升*(1972-), 男, 副教授, 博士生导师, E-mail: dsli@dlut.edu.cn; 李宏男(1957-), 男, 教授, 博士生导师.

上述经典 Timoshenko 梁理论考虑了由弯曲变形引起的转动惯量和剪切变形的影响,但未考虑剪切变形引起的转动惯量的影响.因此,本文采用 Timoshenko 梁的基本假设,将杆件视为弹性变形体,根据修正 Timoshenko 梁振动理论,全面考虑截面转动引起的动量,并引入变形系数 $\eta^{[13]}$ ($0 \leq \eta \leq 1$):

$$\eta = \frac{1}{2} \left\{ \left[\left(1 - \frac{E}{Gk_y} \right) - \left(\frac{L}{\pi n} \sqrt{\frac{A}{I}} \right)^2 \right] + \sqrt{\left[\left(\frac{L}{\pi n} \sqrt{\frac{A}{I}} \right)^2 + \left(1 + \frac{E}{Gk_y} \right) \right]^2 - 4 \frac{E}{Gk_y}} \right\} \quad (3)$$

式中: k_y 为剪切变形系数, L 为杆件跨度, n 为振型阶数, E 、 G 分别为材料的弹性模量和剪切模量.

则式(1) 可用修正的式(4) 进行替换:

$$V(x,t) + \frac{\partial M(x,t)}{\partial x} = \eta \rho I \frac{\partial^3 v(x,t)}{\partial x \partial t^2} \quad (4)$$

式中 $V(x,t)$ 、 $M(x,t)$ 可分别用 $v(x,t)$ 、 $\beta_z(x,t)$ 表示:

$$V(x,t) = k_y GA \left(\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} - \beta_z(x,t) \right) \quad (5)$$

$$M(x,t) = EI \frac{\partial \beta_z(x,t)}{\partial x} \quad (6)$$

当杆件截面为矩形时 k_y 取 $5/6$, 为圆形时取 $9/10$; E 、 G 假定均已知.

联立式(2) ~ (6), 消除 $\beta_z(x,t)$, 可得到只关于 $v(x,t)$ 的四阶偏微分方程:

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \frac{NEI}{k_y GA} \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - \eta \rho I \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial t^2} - N \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\rho EI}{k_y G} \frac{\partial^4 v}{\partial t^2 \partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (7)$$

采用分离变量法求解式(7), 假定其竖向位移可表示为

$$v(x,t) = \hat{v}(x) \cos(\omega t) \quad (8)$$

将其代入式(6) 中, 有

$$a \frac{d^4 \hat{v}(x)}{dx^4} + b \frac{d^2 \hat{v}(x)}{dx^2} + c \hat{v}(x) = 0 \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= EI \left(1 + \frac{N}{k_y GA} \right) \\ b &= \eta \rho I \omega^2 + \frac{E \rho I \omega^2}{k_y G} - N \\ c &= -\rho A \omega^2 \end{aligned} \quad (10)$$

对于式(9), 当频率 ω 已知, 参数 a 、 b 、 c 是仅关

于 N 的一次函数, 假定 N 是一个定值时, 利用一元四次方程的费拉里解法, 可求得式(9) 的解为

$$\hat{v}(x) = \sum_{k=1}^4 C_k \exp(\beta_k x) \quad (11)$$

其中 C_k ($k = 1, \dots, 4$) 视为实常数.

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \sqrt{\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \\ \beta_2 &= -\sqrt{\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \\ \beta_3 &= \sqrt{\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \\ \beta_4 &= -\sqrt{\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \end{aligned} \quad (12)$$

参数 β_k ($k = 1, \dots, 4$) 是由已知的杆系特性和假定的轴力决定的, 而参数 C_k ($k = 1, \dots, 4$) 可以根据边界条件求得. 假定边界条件未知, 通过振动测试所得到的振动特性(频率和振型) 和轴力也可求出参数 C_k ($k = 1, \dots, 4$), 此时方程组中的未知参数个数为 5 个(C_k ($k = 1, \dots, 4$), N).

由于式(11) 为非线性方程组, N 、 C_k 均不能直接求出, 可以通过测量杆件上多于 5 个的 $\hat{v}(x)$ 值, 用迭代的方法求得轴力近似解, 因此需要传感器的数量至少是 5 个, 求解方法如下.

将式(11) 右边的位移模态展开:

$$\hat{v}(x) = C_1 \exp(\beta_1 x) + C_2 \exp(\beta_2 x) + C_3 \exp(\beta_3 x) + C_4 \exp(\beta_4 x) \quad (13)$$

基于加速度传感器测量所得的某阶模态下任意两点(i 和 j 点) 的模态位移比为

$$\begin{aligned} \lambda_{ij} &= [C_1 \exp(\beta_1 x_i) + C_2 \exp(\beta_2 x_i) + C_3 \exp(\beta_3 x_i) + C_4 \exp(\beta_4 x_i)] / \\ &[C_1 \exp(\beta_1 x_j) + C_2 \exp(\beta_2 x_j) + C_3 \exp(\beta_3 x_j) + C_4 \exp(\beta_4 x_j)] \end{aligned} \quad (14)$$

变换可得

$$\begin{aligned} &[\exp(\beta_1 x_i) - \lambda_{ij} \exp(\beta_1 x_j)] C_1 + \\ &[\exp(\beta_2 x_i) - \lambda_{ij} \exp(\beta_2 x_j)] C_2 + \\ &[\exp(\beta_3 x_i) - \lambda_{ij} \exp(\beta_3 x_j)] C_3 + \\ &[\exp(\beta_4 x_i) - \lambda_{ij} \exp(\beta_4 x_j)] C_4 = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

5 个加速度传感器即可得到 4 个独立的比值, 取其中一个传感器为参考点, 则可获得 4 个如式(15) 的方程, 由此构建特征方程组:

$$\mathbf{S}_{4 \times 4} (C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4)^T = 0 \quad (16)$$

其中 $\mathbf{S}$ 为特征矩阵.

对于式(16), $C_k (k = 1, \dots, 4)$ 必有非零解, 因此矩阵 $\mathbf{S}$ 的行列式等于零, 即有

$$|\mathbf{S}| = 0 \quad (17)$$

而矩阵 $\mathbf{S}$ 仅是关于轴力 N 的函数, 对于任意假定的 N , 越接近真实的 N 值, $|\mathbf{S}|$ 越接近于零, 由此可识别轴力值.

特别强调的是, 以上所求轴力为没有考虑传感器质量的近似值. 取所求轴力为假定值, 当考虑传感器质量时, 可将传感器位置处视为施加一集中力, 值为传感器的重力. 取 5 个传感器之间的部分为研究对象, 5 个传感器将其分为 4 部分, 对于每一部分均适用式(1) ~ (12), 但对每部分而言, 常数 $C_k (k = 1, \dots, 4)$ 是不一样的, 因此有 16 个未知数, 由中间 3 个传感器位置处位移和转角的连续性、剪力和弯矩的平衡可得 12 个方程, 加上每个传感器位移方程, 一共 17 个方程, 即可求得全部未知数, 进而求得考虑传感器质量下精确轴力值, 具体如下:

将式(11)简化为

$$\mathbf{m} = \mathbf{A}\mathbf{c} \quad (18)$$

其中矩阵 $\mathbf{m} (\in \mathbf{R}^{5 \times 17})$ 包含某阶频率下 5 个传感器测得的 $\hat{v}(x)$ 值、由连续性求得中间 3 个传感器分别在对应两部分的位移差值(大小为 0)、转角差值(大小为 0)、弯矩差值(大小为 0)和传感器的重力值. $\mathbf{A} (\in \mathbf{R}^{5 \times 4})$ 为常数阵, 可表示为

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \exp(\beta_1 x_1) & \exp(\beta_2 x_1) & \exp(\beta_3 x_1) & \exp(\beta_4 x_1) \\ \exp(\beta_1 x_2) & \exp(\beta_2 x_2) & \exp(\beta_3 x_2) & \exp(\beta_4 x_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \exp(\beta_1 x_5) & \exp(\beta_2 x_5) & \exp(\beta_3 x_5) & \exp(\beta_4 x_5) \end{pmatrix} \quad (19)$$

N 值近似已知, 即矩阵 $\mathbf{A}$ 近似已知, 采用最小二乘法可以求得 $\mathbf{c}$ 阵:

$$\mathbf{c} = \mathbf{A}^+ \mathbf{m} \quad (20)$$

其中矩阵 $\mathbf{A}^+$ 为矩阵 $\mathbf{A}$ 的逆伪矩阵. 考虑到 $\mathbf{c}$ 阵应满足真实 N 值条件下的式(18), 为得到精确的轴力值, 这里取标准误差范数 Δ_n :

$$\Delta_n = \frac{\|\mathbf{A}\mathbf{c} - \mathbf{m}\|_2}{\sqrt{\|\mathbf{A}\mathbf{c}\|_2 \|\mathbf{m}\|_2}} \quad (21)$$

$\|\cdot\|_2$ 为欧几里得矢量范数, N 取值越接近真实的 N 值, Δ_n 越接近于零, 当 $\Delta_n = 0$ 时即可求得精确轴力值.

2 算例分析

算例采用杆件的基本参数如下: 长 720 mm; 宽 35 mm; 厚 5 mm; 杆件密度 $7\,860 \text{ kg/m}^3$; 弹性模量 $2.1 \times 10^{11} \text{ Pa}$; 预设轴向拉力 15 kN. 如图 1 所示.

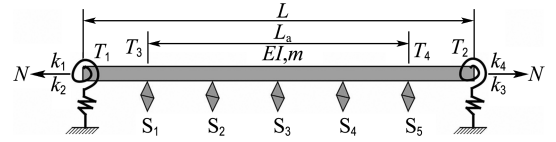


图1 杆件动力测试模型

Fig. 1 The dynamic test model of a bar

被测杆件沿长度方向等距布置 5 个加速度传感器, 每相邻两个传感器距离为 120 mm, 假设每个传感器质量为 10 mg. 杆件轴力识别的具体方法是: 通过 Matlab 软件数值模拟杆件在预设轴力 15 kN (采用 Wilson 方法施加边界条件^[13], k_1 、 k_2 、 k_3 、 k_4 的数值均取 1, 单元质量矩阵中考虑传感器质量影响) 下的横向第一阶动力特性 (频率和位移模态), 采用理论推导相关公式识别杆件轴力.

下面从 4 个方面考虑采用修正 Timoshenko 梁理论的轴力识别情况, 其中 N_m 为修正 Timoshenko 梁理论轴力识别值, N_t 为传统 Timoshenko 梁理论轴力识别值, N_R 为 Reynders 等采用 Bernoulli-Euler 梁轴力识别值, 精度提高均为 N_m 相对 N_t 提高情况.

2.1 传感器不同位置的影响(工况 A)

由理论推导部分可知, 已知 5 个传感器所测得的动力特性即可识别轴力, 为验证该算法的有效性, 假定杆件两端边界条件为简支或固支, 相当于两端均安装了一个加速度传感器 (分别用 BS_1 和 BS_2 表示), 其位移响应值为零. 为考虑不同位置加速度传感器对识别精度的影响, 将 7 个加速度传感器设计 5 组不同工况进行对比分析, 具体如表 1 所示.

工况 A 的识别结果如表 1 所示, 由此可得出, 选取不同的测量节点均取得了极高的精度, 比较工况 A_2 和其他工况, 修正 Timoshenko 梁理论和传统 Timoshenko 梁理论进行轴力识别均受边界条件影响较小, 相比文献[10]模拟的结果均有大幅度的提高, 因此考虑杆件的剪切变形、转动惯量、剪切变形所引起的转动惯量以及传感器的质量会使轴力识别更加精确.

表 1 工况 A 轴力识别结果

Tab. 1 The identification of axial force under operating condition A

工况	参考传感器		其他传感器		N_R/kN	N_t/kN	N_m/kN	精度提高/%
	标识	坐标 x_j	标识	坐标 x_i				
A ₁	S ₃	0.36	BS ₁ -S ₁ -S ₅ -BS ₂	0-0.12-0.60-0.72	15.010	15.001	15.0	0.006 7
A ₂	S ₃	0.36	S ₁ -S ₂ -S ₄ -S ₅	0.12-0.24-0.48-0.60	15.165	15.001	15.0	0.006 7
A ₃	S ₃	0.36	BS ₁ -S ₂ -S ₄ -BS ₂	0-0.24-0.48-0.72	15.114	15.001	15.0	0.006 7
A ₄	S ₃	0.36	BS ₁ -S ₂ -S ₄ -S ₅	0-0.24-0.48-0.60	15.137	15.001	15.0	0.006 7
A ₅	S ₁	0.12	BS ₁ -S ₃ -S ₅ -BS ₂	0-0.36-0.60-0.72	15.010	15.001	15.0	0.006 7

2.2 不同阶次的模态参数分析(工况 B)

考虑到不同阶次振型节点由于位置不同对轴力识别精度的影响,选取位置分别为 BS₁、S₁、S₃、S₅、BS₂ 5 个传感器,边界条件同上,用 Matlab 软件进行有限元数值模拟,提取前五阶自振频率和位移参数以识别轴力.识别结果如表 2 所示,将 3 种梁轴力识别值进行比较可得出与上节相同结论,采用修正 Timoshenko 梁理论在各阶模态参数下都取得了良好结果,随着阶次的增高误差有增大趋势,但相对误差均低于 1.5%,相比传统 Timoshenko 梁理论轴力识别精度,随着阶次的增高精度提高越为明显.

表 2 工况 B 轴力识别结果

Tab. 2 The identification of axial force under operating condition B

模态	N_R/kN	N_t/kN	N_m/kN	精度提高/%
一阶	15.010	15.001	15.000	0.007
二阶	15.115	15.010	15.009	0.007
三阶	15.140	15.069	15.062	0.047
四阶	15.287	15.165	15.156	0.060
五阶	15.372	15.213	15.139	0.493

2.3 不同边界条件的杆件(工况 C)

以上讨论的都是采用 Wilson 方法施加边界条件,为了验算本文方法在各种边界条件下的适用性,设计 C₂ 为两端固支,C₃ 为简支,C₁、C₄ 和 C₅ 具有不同的平动和转动刚度.传感器选取 S₁、

S₂、S₃、S₄、S₅ 5 个传感器(其中 S₃ 为参考位置),通过 Matlab 软件进行有限元数值模拟,提取横向第一阶自振频率和位移参数以识别轴力,结果如表 3 所示,虽然在其他边界条件情况下误差略有增大,但在各种边界条件下识别相对误差均低于 0.5%.采用修正 Timoshenko 梁理论识别轴力在各种边界条件下均比传统 Timoshenko 梁理论条件下有所提高.

2.4 针对不同 ξ 杆件(工况 D)

之前的研究中,在考虑抗弯刚度等对杆件结构影响时,均采用一个量纲一参数 ξ 来作为影响评价标准, ξ 可用 3 种不同的形式表示:

$$\xi = L \sqrt{N/EI} \tag{22}$$

$$\xi = \gamma \sqrt{\sigma/E}, \gamma = L/i \tag{23}$$

$$\xi = \pi \sqrt{N/N_{crE}} \tag{24}$$

其中

$$i = \sqrt{I/A}, \sigma = N/A, N_{crE} = \pi^2 EI/L^2 \tag{25}$$

在文献[10] 研究中,当 $\xi \geq 50$ 时,出现了轴力无法正确识别的现象.为了验证本文方法的适用性,设计了 D₁~D₅ 不同 ξ 的 5 组工况,识别结果如表 4 所示.当 $\xi < 50$ 时,修正 Timoshenko 梁理论和传统 Timoshenko 梁理论情况下均有高精度的识别结果,随着 ξ 的增高,轴力识别结果更加精确,当 $\xi \geq 50$ 时,出现了轴力识别精度下降的现象,但依然满足精度要求.

表 3 工况 C 轴力识别结果

Tab. 3 The identification of axial force under operating condition C

工况	$k_1/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$k_2/(\text{Nm} \cdot \text{rad}^{-1})$	$k_3/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$k_4/(\text{Nm} \cdot \text{rad}^{-1})$	N_R/kN	N_t/kN	N_m/kN	精度提高/%
C ₁	1	1	1	1	—	15.001	15.000	0.007
C ₂	∞	∞	∞	∞	15.165	15.024	15.017	0.046
C ₃	∞	0	∞	0	15.122	15.041	15.028	0.087
C ₄	∞	1 000	∞	1 000	14.829	15.067	15.041	0.173
C ₅	∞	0	2 000	0	15.088	15.042	15.028	0.093

表 4 工况 D 轴力识别结果

Tab. 4 The identification of axial force under operating condition D

工况	弹性模量/Pa	长/m	宽/m	厚/m	预设轴力/kN	ξ	N_R /kN	N_t /kN	N_m /kN	精度提高/%
D ₁	2.10×10^{11}	0.72	0.080	0.012	5	1.036	5.009	5.006	5.001	0.10
D ₂	2.10×10^{11}	0.72	0.035	0.005	5	5.843	5.000	5.000	5.000	0
D ₃	2.10×10^{11}	1.20	0.035	0.005	5	9.697	—	5.003	5.000	0.06
D ₄	2.10×10^{11}	0.72	0.035	0.005	30	14.252	30.000	30.000	30.000	0
D ₅	2.10×10^{11}	0.72	0.035	0.002	30	56.338	—	29.939	29.948	0.03

3 实验验证

3.1 实验布置

实验数据采用文献[10]中实验数据,如图 2 所示:钢材杆件长度 720 mm,宽 35 mm,厚 5 mm,其密度为 7 860 kg/m³,弹性模量 2.10×10^{11} Pa,泊松比取 0.3;5 个型号为 A353B66 压电加速度传感器(灵敏度 0.1 V/g,质量为 1.5 g)沿杆件均匀布置,模态分析软件采用的是由鲁汶大学结构力学研究所基于 Matlab 研发的 MACEC 工具箱^[10],分析方法为随机子空间法。

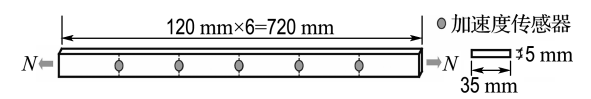


图 2 实验样本和传感器位置

Fig. 2 Experimental specimen and sensor locations

实验步骤是将杆件两端固定在液压万能机的夹具上,预设拉应力从 0 到 30 kN 逐级控制加载。采用单点锤击荷载的动态激励,测试采样频率为 2 500 Hz。

3.2 轴力识别

通过相应软件拾取杆件前五阶频率及位移模态,杆件两固端也视为两个加速度传感器,其位移为 0,这里选取 BS₁、S₁、S₃、S₅、BS₂ 5 个测量点,其中 S₃ 为参考位置,考虑不同阶次模态下轴力识别情况。修正 Timoshenko 梁轴力识别结果与传统 Timoshenko 梁轴力识别结果对比分析如表 5 所示,具体结果如图 3 所示。由此表明,充分考虑杆件的剪切变形、转动惯量以及传感器质量的影响,会使轴力识别精度显著提高,考虑剪切变形引起的转动惯量会使轴力识别精度进一步提高,尤其是小荷载(5 kN)情况下提高明显,因而具有更好的精确性和普遍适用性。

表 5 实验轴力识别

Tab. 5 The identification of axial force in the laboratory experiment

预设轴力/ kN	一阶模态			
	N_R /kN	N_t /kN	N_m /kN	精度提高/%
5	3.80	5.56	5.54	0.40
10	9.69	9.72	9.73	0.10
15	14.50	14.81	14.85	0.27
20	19.32	20.17	20.12	0.25
25	24.32	25.15	25.13	0.08
30	29.20	30.06	30.02	0.07
预设轴力/ kN	二阶模态			
	N_R /kN	N_t /kN	N_m /kN	精度提高/%
5	3.61	4.12	5.16	14.40
10	9.17	9.96	10.00	0.40
15	13.93	14.76	14.81	0.33
20	18.67	19.78	19.86	0.40
25	23.05	24.93	25.03	0.16
30	26.65	28.09	28.21	0.40
预设轴力/ kN	三阶模态			
	N_R /kN	N_t /kN	N_m /kN	精度提高/%
5	3.32	5.82	5.74	1.60
10	9.54	9.60	9.98	3.80
15	14.36	14.38	14.82	2.93
20	19.16	19.36	19.78	2.10
25	24.15	25.79	24.99	3.10
30	29.26	29.28	30.34	1.27
预设轴力/ kN	四阶模态			
	N_R /kN	N_t /kN	N_m /kN	精度提高/%
5	4.70	4.72	5.03	5.00
10	10.90	10.58	9.77	3.50
15	16.07	15.96	14.71	4.47
20	20.87	20.73	19.65	1.90
25	25.97	25.82	24.79	2.44
30	31.14	30.72	29.86	1.93
预设轴力/ kN	五阶模态			
	N_R /kN	N_t /kN	N_m /kN	精度提高/%
5	3.33	4.10	4.78	13.60
10	9.69	9.81	9.97	1.60
15	14.80	15.01	15.00	0.07
20	19.53	19.74	19.90	0.80
25	24.90	25.04	24.98	0.08
30	30.98	30.57	30.23	1.13

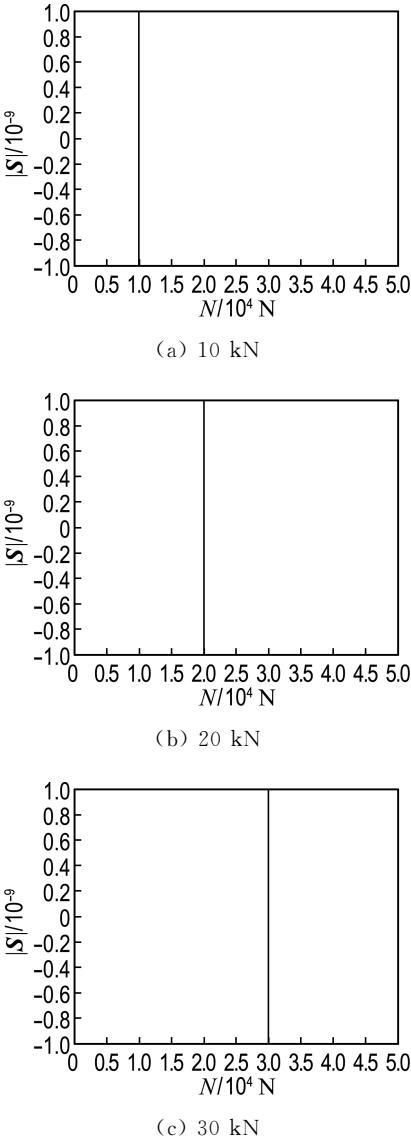


图 3 轴向加载分别为 10、20、30 kN 时轴力识别图

Fig. 3 The figures of axial force identification under axial loading 10, 20, 30 kN respectively

4 结 论

(1)在杆系结构轴力动力识别分析中,相比 Reynders 等学者的研究,充分考虑杆件的剪切变形、转动惯量以及传感器质量的影响,会使轴力识别精度明显提高,考虑剪切变形引起的转动惯量会使轴力识别精度进一步提高.尤其工况 A 中,当取杆件不同的计算长度和不同测点时,识别结果几乎相同,说明该方法有更进一步的精确性和适用性.

(2)修正 Timoshenko 梁理论全面考虑了截面转动引起的动量的影响,因此比传统 Timoshenko

梁理论下识别轴力更加精确,也进一步论证了陈镕等^[14]关于修正后的 Timoshenko 梁理论能比传统 Timoshenko 梁理论作出更好的近似,修正后的 Timoshenko 梁弥补了传统 Timoshenko 梁存在两个频谱的缺陷,剪切变形引起的转动惯量使得杆件的固有频率有一定程度的降低,使之更接近真实值的结论.

(3)本文方法虽然具有进一步的精确性和广泛适用性,但是当 $\xi \geq 50$ 时,出现了轴力识别精确度降低的趋势,如何提高本文方法在此条件下的精确性有待进一步研究.

(4)采用 Wilson 法施加边界条件,比施加其他边界条件有更精确的结果,因此在杆件边界条件未知情况下,可采用 Wilson 法施加边界条件进行结构动力特性和响应分析.

参考文献:

[1] 姜宝石. 杆系结构形态创构方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013.
JIANG Bao-shi. Research on morphogenesis method of framed structures [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013. (in Chinese)

[2] 姜建山,唐德东,周建庭. 桥梁索力测量方法与发展趋势[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2008, 27(3):379-382.
JIANG Jian-shan, TANG De-dong, ZHOU Jian-ting. Progress and developing trend of cable stress measuring methods of bridge [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science), 2008, 27(3):379-382. (in Chinese)

[3] 段波,曾德荣,卢江. 关于斜拉桥索力测定的分析[J]. 重庆交通学院学报, 2005, 24(4):6-8,12.
DUAN Bo, ZENG De-rong, LU Jiang. Analysis with determining cable tension of cable-stayed bridges [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University, 2005, 24(4):6-8,12. (in Chinese)

[4] 姚文斌,程赫明. 用“三点弯曲法”原理测定钢丝绳张力[J]. 实验力学, 1998, 13(1):79-84.
YAO Wen-bin, CHENG He-ming. Determination of wire rope tension by means of three points loading flexure [J]. Journal of Experimental Mechanics, 1998, 13(1):79-84. (in Chinese)

[5] Barnes M R. Form finding and analysis of tension structures by dynamic relaxation [J]. International Journal of Space Structures, 1999, 14(2):89-104.

[6] Haug E, Powell G H. Finite Element Analysis of

- Nonlinear Membrane Structures** [M]. Berkeley: Department of Civil Engineering, Structural Engineering and Structural Mechanics, College of Engineering, University of California, 1972.
- [7] Mehrabi A B, Tabatabai H. Unified finite difference formulation for free vibration of cables [J]. **Journal of Structural Engineering**, 1998, **124**(11):1313-1322.
- [8] 李素贞, Roeck G D, Reynders E. 杆件轴力的一种识别方法[J]. 振动、测试与诊断, 2012, **31**(6): 694-699.
- LI Su-zhen, Roeck G D, Reynders E. A method of identification of axial forces in beam members [J]. **Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis**, 2012, **31**(6): 694-699. (in Chinese)
- [9] 夏桂云, 李传习. 考虑剪切变形影响的杆系结构理论与应用[M]. 北京: 人民交通出版社, 2008.
- XIA Gui-yun, LI Chuan-xi. **The Theory and Application of Bar Members Considering Shear Deformation** [M]. Beijing: China Communications Press, 2008. (in Chinese)
- [10] Li S, Reynders E, Maes K, *et al.* Vibration-based estimation of axial force for a beam member with uncertain boundary conditions [J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2013, **332**(4):795-806.
- [11] Maes K, Peeters J, Reynders E, *et al.* Identification of axial forces in beam members by local vibration measurements [J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2013, **332**(21):5417-5432.
- [12] Clough R W, Penzien J. **Dynamics of Structures** [M]. Berkeley: Computer & Structure, Inc., 1975.
- [13] 边东洋. Timoshenko 梁理论的缺陷及其运动方程的修正[D]. 上海: 同济大学, 2008.
- BIAN Dong-yang. The defect of the Timoshenko beam theory and amendment of equation of motion [D]. Shanghai: Tongji University, 2008. (in Chinese)
- [14] 陈 镭, 万春风, 薛松涛, 等. Timoshenko 梁运动方程的修正及其影响[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2005, **33**(6):711-715.
- CHEN Rong, WAN Chun-feng, XUE Song-tao, *et al.* The modification and influence of kinematic equation for Timoshenko beam [J]. **Journal of Tongji University: Natural Science**, 2005, **33**(6): 711-715. (in Chinese)

Vibration-based improved identification of axial force for bar members

YUAN Yong-qiang, LI Dong-sheng*, LI Hong-nan

(State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Improved axial force identification method for bar members is proposed based on the analytical method which was established for vibration-based identification of axial force of tie-bars and short thick cables with uncertain boundary conditions. Firstly, modified Timoshenko beam theory was considered by taking the influence of the rotational inertia, shear deformation, the rotational inertia caused by shear deformation and sensor mass on structural dynamic characteristics into account to establish an improved dynamic equation. Then, the characteristic equation can be solved to identify axial force. The first five-order natural frequencies and modal parameters of a bar are computed through numerical simulation with Matlab. The improved accuracies of identifying axial force by modified Timoshenko beam theory compared to that of traditional Timoshenko beam theory are discussed from four aspects. Finally, a laboratory experiment is employed to investigate the feasibility and accuracy of the proposed method. One significant advantage of the proposed method is that there is no prerequisite information about the boundary condition required, but only the relative locations of sensors to identify the axial force. Therefore, the method can be widely applied to many beam or truss elements.

Key words: axial force identification; bar members; Timoshenko beam; vibration test