

# 基于相关熵希尔伯特差值的窄带射频信号时延估计

金芳晓<sup>1</sup>, 邱天爽<sup>\*1</sup>, 王 鹏<sup>1</sup>, 夏 楠<sup>2</sup>

(1. 大连理工大学 电子信息与电气工程学部, 辽宁 大连 116024;

2. 国家无线电监测中心 检测中心, 北京 100037)

**摘要:** 窄带射频信号时延估计的精度往往会受到相对带宽的制约和噪声的影响. 针对这一问题, 提出了相关熵希尔伯特变换时延估计的定理, 并结合此定理提出了一种在脉冲噪声环境下, 适用于窄带射频信号的相关熵希尔伯特差值时延估计算法. 该算法具有受信号相对带宽影响较小、抗噪能力较强等特点. 仿真结果表明, 与 CCF、FLOC、 $l_p$  范数等算法相比, 该算法具有更好的时延估计有效性和准确度.

**关键词:** 窄带射频信号; 脉冲噪声; 相关熵; 希尔伯特变换; 时延估计

**中图分类号:** TN911.23 **文献标识码:** A **doi:** 10.7511/dllgxb201604013

## 0 引言

时延估计(time delay estimation, TDE)是无线电定位技术的关键环节, 其准确性直接决定整个定位系统的精度. 因而, 时延估计问题一直是雷达<sup>[1]</sup>、水声信号处理<sup>[2]</sup>、移动定位业务(LBS)<sup>[3]</sup>等领域的研究热点.

窄带射频信号作为无线电信号中的一类特殊信号, 其显著特点就是载波频率高、相对带宽窄, 导致此类信号的相关函数包络平坦, 时延估计极易受噪声影响; 另一方面, 由于窄带射频信号一般为调制信号, 其相关函数具有调制性且呈一定的周期性变化, 这使得相关函数真实峰值点与相邻的其他伪峰值点在幅度上极为相近, 从而对时延估计造成一定的影响. 目前, 针对窄带射频信号的时延估计算法大多建立在高斯噪声的假设基础上<sup>[4-5]</sup>, 当信号受到脉冲噪声干扰时, 算法性能会严重下降或失效<sup>[6]</sup>.

时延估计问题中的脉冲噪声通常采用 $\alpha$ -稳定分布模型来描述<sup>[7]</sup>.  $\alpha$ -稳定分布过程不具有高阶和二阶统计量, 使得传统的基于高阶或二阶统计

量的时延估计算法性能显著退化. 针对这一问题, 文献[8-12]报道了基于分数低阶协方差(fractional lower order covariance, FLOC)与相关熵的时延估计算法, 对于 $\alpha$ -稳定分布噪声均具有较好的抑制作用. 文献[13]利用互相关熵函数(cross correntropy function, CCF)求取时延估计, 该算法不需要知道噪声的先验知识, 受到广泛重视. 为了进一步提高时延估计的鲁棒性, 文献[14]提出了利用最小 $l_p$ 范数进行时延估计的算法, 但该算法受衰减因子影响较大, 且需预先估计, 算法较复杂, 同时在信噪比较低时, 衰减因子很难估计准确, 从而影响时延估计的精度. 另一方面, 在对窄带射频信号进行时延估计时, 由于时域展宽效应, 上述算法时延估计的精度均显著下降. 针对脉冲噪声和窄带射频信号对时延估计的影响, 本文提出一种基于相关熵希尔伯特差值(correntropy Hilbert subtraction, CHS)的窄带射频信号时延估计算法, 并通过分析和仿真实验来证明, 该算法具有抗噪性能强、受带宽影响小、时延估计精度较高等特点.

收稿日期: 2015-10-26; 修回日期: 2015-12-15.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61139001, 61172108, 81241059).

作者简介: 金芳晓(1988-), 女, 博士生, E-mail: jinfx@mail.dlut.edu.cn; 邱天爽\*(1954-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, E-mail: qutsh@dlut.edu.cn.

## 1 信号模型

设接收机接收到的信号分别为  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$ , 则时延估计的双基元模型<sup>[15]</sup>如下所示:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \beta_1 s(t) + v_1(t) \\ x_2(t) &= \beta_2 s(t-D) + v_2(t) \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $s(t)$  表示源信号;  $D$  表示时延真值;  $\beta_1, \beta_2$  为信号的幅度衰减因子;  $v_1(t), v_2(t)$  为互不相关的脉冲噪声. 与高斯噪声相比, 脉冲噪声有明显不同的特点, 其概率密度函数(PDF)具有更加尖锐的峰和更厚的拖尾, 常用  $\alpha$ -稳定分布表示. 本文采用 SaS 分布<sup>[7]</sup>作为脉冲噪声模型, 其特征函数表达式如下:

$$\varphi(\omega) = \exp(-\gamma^\alpha |\omega|^\alpha) \quad (2)$$

式中:  $\alpha$  为特征指数 ( $0 < \alpha \leq 2$ ), 决定随机噪声的脉冲程度,  $\alpha$  愈小脉冲性愈强;  $\gamma$  为分散系数, 类似于高斯分布中方差的概念. 同时, 为了确定信号和脉冲噪声的相对强弱关系, 引入广义信噪比(GSNR)<sup>[16]</sup>:

$$R_{\text{sn,g}} = 10 \lg(\sigma_s^2 / \gamma_v) \quad (3)$$

其中  $\sigma_s^2$  是  $s(t)$  的方差,  $\gamma_v$  是  $v_1(t)$  (或  $v_2(t)$ ) 的分散系数.

## 2 相关熵希尔伯特差值法时延估计

### 2.1 相关熵准则及其时延估计算法

设两个随机信号  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$ , 定义其互相关熵函数(CCF)为<sup>[11]</sup>

$$V_\sigma(\tau) = E[k_\sigma(x_1(t) - x_2(t+\tau))] \quad (4)$$

其中  $k_\sigma(\cdot) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(\cdot)^2}{2\sigma^2}\right)$  为高斯核函数,  $\sigma > 0$  为核长参数.

由文献[17]可知, 互相关熵函数具有以下重要性质:

(1)  $0 \leq V_\sigma(\tau) \leq 1/\sqrt{2\pi}\sigma$ , 即两个信号的互相关熵是一个有界的正数.

(2)  $V_\sigma(\tau) \leq V_\sigma(0)$ , 即互相关熵在原点处达到最大值.

(3) 互相关熵  $V_\sigma(\tau)$  是关于变量  $\tau$  的对称函数, 即  $V_\sigma(-\tau) = V_\sigma(\tau)$ .

如果令  $e(\tau) = x_1(t) - x_2(t+\tau)$ , 则有

$$V_\sigma(\tau) = E[k_\sigma(e(\tau))] \quad (5)$$

根据互相关熵函数的性质, 当  $e(\tau) = 0$  时,  $V_\sigma(\tau)$  得到最大值. 但是, 对于式(1)中的两路随机信号, 得  $e(\tau) \geq e(D) \approx 0$ , 由此可以得到基于互相关熵的时延估计为

$$\hat{D} = -\arg \max_{\tau} \hat{V}_\sigma(\tau) \quad (6)$$

可见, 该算法是依据互相关熵曲线的峰值来估计时延的.

当信号  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  为窄带射频信号时, 互相关熵时延估计算法具有一定的局限性: 由文献[17]可知, 相关熵谱密度(correntropy spectral density, CSD)  $P(\omega)$  与 CCF  $V_\sigma(\tau)$  互为傅里叶变换关系, 即

$$P(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} V_\sigma(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau \quad (7)$$

CSD 满足传统功率谱密度(power spectral density, PSD)的所有特性<sup>[17-18]</sup>. 由于信号  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  为窄带射频信号, 故其 CSD 为窄带. 根据傅里叶变换的性质, 信号的频域越窄, 其时域越宽, 因此窄带射频信号的 CCF 在时域展宽, 导致其在峰值处波形较为平坦, 易受噪声影响, 从而影响了时延估计的精度.

### 2.2 基于相关熵希尔伯特差值的时延估计算法与分析

本文将相关熵与希尔伯特变换相结合, 提出了一种简单有效的提高窄带射频信号时延估计精度的算法, 称为相关熵希尔伯特差值时延估计算法.

首先, 定义两个随机信号  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  的相关熵希尔伯特变换为

$$\begin{aligned} \tilde{V}_\sigma(\tau) &= H(V_\sigma(\tau)) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{V_\sigma(\xi)}{\xi - \tau} d\xi = \\ &= h(\tau) * V_\sigma(\tau) \end{aligned} \quad (8)$$

式中:  $H(\cdot)$  表示信号的希尔伯特变换;  $*$  表示卷积; 希尔伯特变换核函数表示为  $h(\tau) = -1/\pi\tau$ .

**定理 1**(相关熵希尔伯特变换时延估计定理) 相关熵希尔伯特变换曲线的过零点对应于信号  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  的时延值  $D$ .

**证明** 设信号  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  的互相关熵函数满足式(4). 由其性质(3)可知相关熵函数为偶函数, 即

$$V_{\sigma}(\tau)=V_{\sigma}(-\tau) \tag{9}$$

则

$$\widetilde{V}_{\sigma}(\tau)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{V_{\sigma}(\xi)}{\xi-\tau}d\xi=-\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{V_{\sigma}(\xi)}{\xi+\tau}d\xi \tag{10}$$

且

$$\begin{aligned}\widetilde{V}_{\sigma}(-\tau) &= -\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{V_{\sigma}(\xi)}{-\tau+\xi}d\xi= \\ &= -\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{V_{\sigma}(\xi)}{\xi-\tau}d\xi = -\widetilde{V}_{\sigma}(\tau)\end{aligned} \tag{11}$$

即 $\widetilde{V}_{\sigma}(-\tau)$ 为关于 $\tau$ 的奇函数.

这样,即有

$$\widetilde{V}_{\sigma}(\tau-D)=-\widetilde{V}_{\sigma}(-\tau+D) \tag{12}$$

显然,当 $\tau=0$ 时有

$$\widetilde{V}_{\sigma}(D)=0 \tag{13}$$

证毕.

从上面的证明可以看出,相关熵希尔伯特变换将互相关熵函数时延估计的峰值转变成过零点,避免了窄带射频信号导致的互相关熵函数峰值处均较为平坦的问题,从而解决了其受带宽制约的局限性.但是在判断过零点时 also 存在问题:一方面,在一段相关熵希尔伯特变换数据序列中,往往有许多数据过零点;另一方面,由于受到噪声的影响,相关熵希尔伯特变换数据序列的波形在时延对应的零点附近可能出现波动,发生多次过零,使时延估计结果出现较大的误差.

结合定理 1,考虑到 CCF 的时延估计是取函数最大值的特点,进一步提出基于相关熵希尔伯特差值(CHS)的时延估计算法,即求取互相关熵函数与相关熵希尔伯特变换函数绝对值的差值序列:

$$\widehat{D}=-\arg \max _{\tau}\left(V_{\sigma}(\tau)-\left|\widetilde{V}_{\sigma}(\tau)\right|\right) \tag{14}$$

该算法既可使 $V_{\sigma}(\tau)$ 函数时延估计处的值保持不变,又可以解决相邻的其他伪峰值点在幅度上极为相近的问题,同时更好地抑制噪声的影响,使得 CHS 算法的主极大峰比 CCF 算法峰更加尖锐.所以,CHS 算法在一定程度上克服了脉冲噪声下,窄带射频信号时延估计因带宽的制约和噪声的影响产生的局限性. CHS 算法原理简单,易于实现,抗噪性能强,而且时延估计的精度较高.

3 仿真实验及结果分析

在脉冲噪声下,分别对 CHS、CCF<sup>[13]</sup>、FLOC<sup>[9]</sup>和 $l_p$ 范数法<sup>[14]</sup>的窄带射频 FM 调制信号时延估计进行仿真及性能对比分析.

为了评价算法的性能,首先定义准确率<sup>[18]</sup>作为算法性能优劣的评判标准:

$$P=\left(1-\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N\left(\frac{D-\widehat{D}_n}{D}\right)\right) \times 100 \% \tag{15}$$

式中: $P$ 是准确率; $N$ 是蒙特卡罗仿真实验的次数,取 $N=100$ ;  $\widehat{D}_n$ 是第 $n$ 次时延估计值, $D$ 是时延真值.

3.1 CHS 算法与 CCF 算法的时延估计性能对比分析

设定窄带射频 FM 调制信号的中心频率为 10.7 MHz,相对带宽为 0.93%,采样频率为 50 MHz,观测数据长度为 3 000 点,信号时延为 $2.5 \times 10^{-6}$  s,信噪比为 6 dB.分别采用 CCF 算法和 CHS 算法对此信号进行时延估计仿真,结果如图 1 所示.

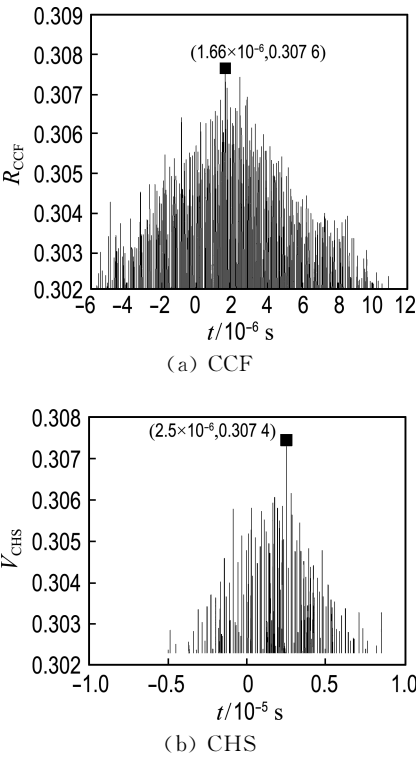


图 1 不同算法的时延估计仿真对比

Fig. 1 The comparison of TDE simulation of different algorithms

从图1仿真结果可以看出,在窄带的环境下,由于互相关熵函数时域展宽效应的影响,CCF算法中函数最大值并未出现在时延估计真值处,而CHS算法在一定程度上克服了窄带射频信号广义相关熵法时延估计的局限性,时延估计正确且峰值更加突出。

### 3.2 不同广义信噪比下TDE算法性能对比分析

设定窄带射频FM调制信号中心频率、采样频率和信号真实时延不变,在脉冲噪声特征指数 $\alpha=1.4$ ,不同广义信噪比下,对 $l_p$ 范数、CCF、FLOC和CHS算法进行了仿真实验,其时延估计准确率如图2所示。

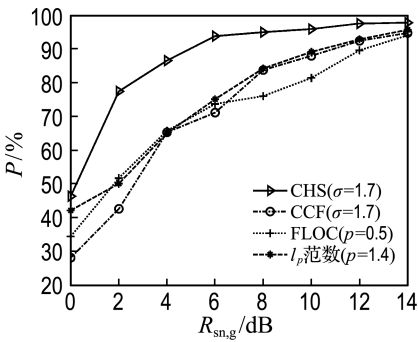


图2 不同广义信噪比下时延估计准确率比较

Fig. 2 The comparison of the TDE accuracy under different GSNR

根据文献[14], $l_p$ 范数的阶数 $p=1.4$ ;由文献[9],FLOC的阶数 $p=0.5$ ;CCF和CHS取相同的核长 $\sigma=1.7$ 。从结果可以看出,在不同广义信噪比下,CHS算法对窄带射频FM调制信号的时延估计准确率优于其他算法,而且抗噪声性能更好。

### 3.3 不同脉冲噪声下TDE算法性能对比分析

设定接收信号条件不变,在脉冲噪声 $R_{sn,g}=10$  dB,不同特征指数 $\alpha$ 条件下,对 $l_p$ 范数、CCF、FLOC和CHS算法进行了蒙特卡罗时延估计准确率仿真实验,其仿真结果如图3所示。

从图3可以看出,由于窄带射频信号时域展宽效应的影响,在同等条件下CHS算法的性能均优于其他算法的性能。同时,在噪声为高斯噪声( $\alpha=2.0$ )条件下,CHS算法同样具有较好的鲁棒性。

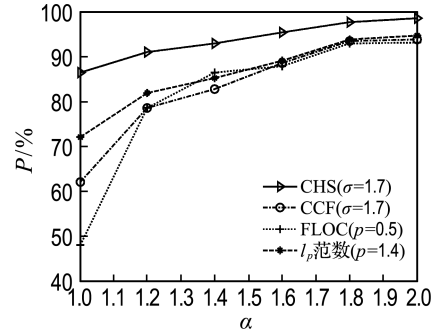


图3 不同特征指数 $\alpha$ 条件下时延估计准确率比较

Fig. 3 The comparison of the TDE accuracy under different characteristic exponents  $\alpha$

### 3.4 不同核长下TDE算法性能对比分析

核长是CHS算法的一个重要参数。仿真中,设定接收信号条件不变,在脉冲噪声 $R_{sn,g}=10$  dB, $\alpha=1.4$ ,不同核长情况下,其时延估计准确率仿真结果如图4所示。

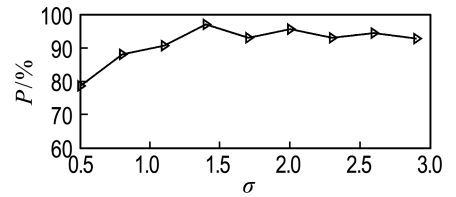


图4 核长对CHS算法时延估计准确率的影响

Fig. 4 The effects of the kernel length on the TDE accuracy to the CHS algorithm

从结果可以看出,当核长 $\sigma>1.4$ 时,时延估计的准确率趋于稳定,这是因为核长控制着相关熵局部相似度的尺度,核长越小相关熵函数越尖锐。由前面介绍可知,由于窄带射频信号的相关熵法时延估计精度的下降,核长过小会进一步锐化错误的时延估计峰值,使得差值后也无法得到准确的估计值。

### 3.5 不同带宽条件下TDE算法性能对比分析

设定接收信号和脉冲噪声条件不变,在不同相对带宽条件下,对本文算法进行了蒙特卡罗时延估计准确率仿真实验,CCF、 $l_p$ 范数、FLOC和CHS算法仿真结果如图5所示。

仿真结果显示,在中心频率为10.7 MHz,相对带宽 $B=0.04\%\sim 0.14\%$ 的窄带范围内,CHS

算法的估计准确率均优于其他算法;同时可以看出,CHS算法对窄带射频信号的带宽变化不敏感,故在窄带情况下具有较好的稳健性。

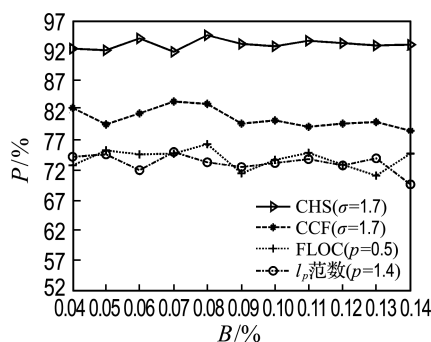


图5 不同相对带宽条件下不同时延估计算法准确率

Fig. 5 The accuracy of the different TDE algorithms under different relative bandwidths

## 4 结 语

脉冲环境下的时延估计定位问题至今仍未有找到有效的解决途径,目前所能达到的时延估计精度还不能满足实际应用中的定位精度要求,所以针对此问题的研究具有十分重要的现实意义。本文针对窄带射频信号相关熵函数时域展宽从而影响时延估计精度的问题,提出了基于相关熵希尔伯特差值(CHS)的时延估计算法。理论分析和仿真实验表明,CHS算法与文献[9]、[13-14]相比,在鲁棒性、抗噪性等方面均具有较大优势。

## 参考文献:

- [1] Gedalyahu K, Eldar Y C. Time-delay estimation from low-rate samples: A union of subspaces approach [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, **58**(6):3017-3031.
- [2] Berger C R, ZHOU Sheng-li, Preisig J C. Sparse channel estimation for multicarrier underwater acoustic communication: From subspace methods to compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, **58**(3 part 2):1708-1721.
- [3] Natori K, Tsuji T, Ohnishi K, *et al.* Time-delay compensation by communication disturbance observer for bilateral teleoperation under time-

- varying delay [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2010, **57**(3):1050-1062.
- [4] Comsa C R, LUO Jiang-hong, Haimovich A, *et al.* Wireless localization using time difference of arrival in narrow-band multipath systems [C] // *ISSCS 2007 - International Symposium on Signals, Circuits and Systems, Proceedings*. Piscataway: IEEE Computer Society, 2007:469-472.
- [5] Grennberg A, Sandell M. Estimation of subsample time delay differences in narrowband ultrasonic echoes using the Hilbert transform correlation [J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 1994, **41**(5):588-595.
- [6] TANG Xiao-tong, MA Meng, Ostry D I, *et al.* Characterizing impulsive network traffic using truncated  $\alpha$ -stable processes [J]. *IEEE Communications Letters*, 2009, **13**(12):980-982.
- [7] Georgiou P G, Tsakalides P, Kyriakakis C. Alpha-stable modeling of noise and robust time-delay estimation in the presence of impulsive noise [J]. *IEEE Transactions on Multimedia*, 1999, **1**(3):291-301.
- [8] 马金全,葛临东,童 莉. 对称 $\alpha$ 稳定分布噪声环境下短波衰落信号时延估计的新算法[J]. *信号处理*, 2014, **30**(5):526-534.  
MA Jin-quan, GE Lin-dong, TONG Li. New time delay estimation algorithm of HF fading signal in symmetric  $\alpha$ -stable distribution noise environments [J]. *Signal Processing*, 2014, **30**(5): 526-534. (in Chinese)
- [9] Ma X Y, Nikias C L. Joint estimation of time delay and frequency delay in impulsive noise using fractional lower order statistics [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, **44**(11): 2669-2687.
- [10] Pokharel P P, LIU Wei-feng, Principe J C. A low complexity robust detector in impulsive noise [J]. *Signal Processing*, 2009, **89**(10):1902-1909.
- [11] LIU Wei-feng, Pokharel P P, Principe J C. Correntropy: Properties and applications in non-Gaussian signal processing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, **55**(11):5286-5298.
- [12] LIU Wei-feng, Pokharel P P, Principe J C.



- Correntropy: A localized similarity measure [C] // **International Joint Conference on Neural Networks 2006, IJCNN '06**. Piscataway: IEEE, 2006: 4919-4924.
- [13] SONG Ai-min, TONG Zhi-jian, QIU Tian-shuang. A new correntropy based TDE method under  $\alpha$ -stable distribution noise environment [J]. **Journal of Electronics (China)**, 2011, **28**(3):284-288.
- [14] ZENG Wen-jun, So H C, Zoubir A M. An  $l_p$ -norm minimization approach to time delay estimation in impulsive noise [J]. **Digital Signal Processing: A Review Journal**, 2013, **23**(4):1247-1254.
- [15] JIANG Xue, Kirubarajan T, ZENG Wen-jun. Robust time-delay estimation in impulsive noise using  $l_p$ -correlation [C] // **IEEE Radar Conference 2013: "The Arctic - The New Frontier", RadarCon 2013**. Piscataway: IEEE, 2013: 6586018.
- [16] 于 玲, 邱天爽. 基于最小 CIM 准则的 Farrow 结构分数时延估计[J]. **通信学报**, 2015, **36**(1):218-223.
- YU Ling, QIU Tian-shuang. Fractional time delay estimation method based on the minimum CIM and the Farrow structure [J]. **Journal on Communications**, 2015, **36**(1): 218-223. (in Chinese)
- [17] Santamaria I, Pokharel P P, Principe J C. Generalized correlation function: Definition, properties, and application to blind equalization [J]. **IEEE Transactions on Signal Processing**, 2006, **54**(6):2187-2197.
- [18] YU Ling, QIU Tian-shuang, LUAN Sheng-yang. Fractional time delay estimation algorithm based on the maximum correntropy criterion and the Lagrange FDF [J]. **Signal Processing**, 2015, **111**: 222-229.

Time delay estimation of narrow-band RF signals  
based on correntropy Hilbert subtraction

JIN Fang-xiao<sup>1</sup>, QIU Tian-shuang<sup>\*1</sup>, WANG Peng<sup>1</sup>, XIA Nan<sup>2</sup>

( 1. Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;  
2. The State Radio\_monitoring\_center Testing Center, Beijing 100037, China )

**Abstract:** The accuracy of time delay estimation (TDE) of narrow-band RF signals is usually affected by the relative bandwidth and noise. Accordingly, a theorem of time delay estimation based on the correntropy Hilbert transform is proposed. On the basis of this theorem, a new time delay estimation algorithm, which is applicable to narrow-band RF signals in impulse noise environments, named correntropy Hilbert subtraction time delay estimation algorithm, is proposed. The algorithm has the properties of suppressing the effect of relative bandwidth of signal and the impact of noise. Simulation results show that the proposed algorithm has higher accuracy and validity than CCF, FLOC and the  $l_p$ -norm algorithms.

**Key words:** narrow-band RF signals; impulse noise; correntropy; Hilbert transform; time delay estimation (TDE)