

网络控制系统信道调度和控制器协同设计

王丽媛¹, 岳伟², 庄严^{*1}

(1. 大连理工大学 电子信息与电气工程学部 控制科学与工程学院, 辽宁 大连 116024;
2. 大连海事大学 信息科学技术学院, 辽宁 大连 116026)

摘要: 以网络控制系统为研究对象, 讨论信道受限和丢包对系统性能的影响. 假设在任意采样时刻只有部分系统可以接入信道, 且系统在进行数据传输时会发生丢包现象. 首先, 将丢包过程描述为独立的伯努利过程, 根据每个系统的信道接入状态, 建立系统的切换模型; 然后, 利用平均驻留时间技术, 得到系统指数均方稳定的充分条件以及信道的可调度条件; 最后, 根据以上结果, 给出系统信道调度策略和控制器的协同设计算法, 使得系统镇定的同时具有理想的衰减率.

关键词: 网络控制系统; 信道受限; 丢包; 指数均方稳定

中图分类号: TP202

文献标识码: A

doi: 10.7511/dllgxb201606012

0 引言

在过去的几十年里, 网络控制系统一直是人们研究的热点问题之一, 其可靠性高、易于安装维护等特点, 使得网络控制系统被用于各行各业, 如交通系统、工业控制和化学过程等^[1-2]. 网络控制系统中通信网络的引入使得用户之间实现了资源共享和协调协作, 但同时也带来了一些不利因素, 如丢包^[3]、信道受限^[4]和网络诱导时延^[5]等. 这些不利因素常常使得网络控制系统性能下降甚至不稳定, 如果不能及时采取有效的控制方法, 系统的安全性和实用性将得不到保障.

在网络控制系统中, 多个传感器和执行器节点常常分布在较大的物理空间, 它们通过共同协作, 完成一些危险或者复杂的任务, 如搜救、石油检测^[6]等. 然而由于网络通信资源的限制, 任意时刻只有部分传感器或执行器能够与控制器进行数据交换, 称这种约束为介质访问约束或信道受限^[7]. 对于信道受限问题, 最直接的解决方法就是设计合理的信道调度策略. 目前, 常用的信道调度

策略有两种: 静态调度(离线调度)和动态调度(在线调度)^[8-9]. 静态调度是指在一个调度周期内离线设计每个时刻的通信序列, 然后将设计的通信序列扩展到整个控制过程. 举例来说, 文献[10]采用周期性通信序列描述传感器和执行器的接入方式, 提出了一种反馈控制器和调度序列的协同设计方法, 解决了调度序列与控制器之间的耦合问题. 文献[11]在文献[10]的基础上, 充分考虑延时对网络系统的影响, 得到了延时和信道受限同时存在的网络控制系统的稳定性条件. 静态调度策略简单易实现, 然而对系统噪声的鲁棒性不强, 于是科研工作者提出了另外一种动态调度序列, 使得系统能够根据实际情况实时计算当前的信道接入状态和控制器. 文献[12-13]对传感器到控制器部分存在信道受限问题进行了研究, 提出了一种动态调度策略和控制器的协同设计策略, 较静态调度策略而言, 动态调度序列能够很好地克服外界扰动对系统的影响, 但是序列的实时设计也对系统的计算能力提出了更大的考验.

收稿日期: 2016-04-06; 修回日期: 2016-08-30.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61304192); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(3132013334); 辽宁省高等学校优秀人才支持计划资助项目(LJQ2013008).

作者简介: 王丽媛(1987-), 女, 博士生, E-mail: wangliyuandmu@163.com; 庄严^{*}(1975-), 男, 教授, E-mail: zhuang@dlut.edu.cn.

上述文献虽然对网络控制系统中的信道调度问题提出了许多行之有效的解决方法,然而大都局限于单个网络控制系统,即多传感器系统,对于多系统信道受限问题的研究少之又少,且在设计信道调度策略时忽略了丢包对网络控制系统的影响.丢包和信道受限往往是同时存在的,因此如何设计一种合理的信道调度策略和有效的控制方法使得多个系统同时镇定具有重要的研究意义.

本文以线性离散时不变系统为研究对象,讨论丢包和信道受限对系统稳定性的影响.

1 问题描述

考虑一个由 N 个系统组成的网络控制系统,如图 1 所示,由于信道有限,在任意时刻,只有 r ($1 \leq r < N$) 个信道可用,即只有 r 个系统可以接入网络形成闭环,且由于信道噪声影响,数据在传输过程中会发生丢包现象.

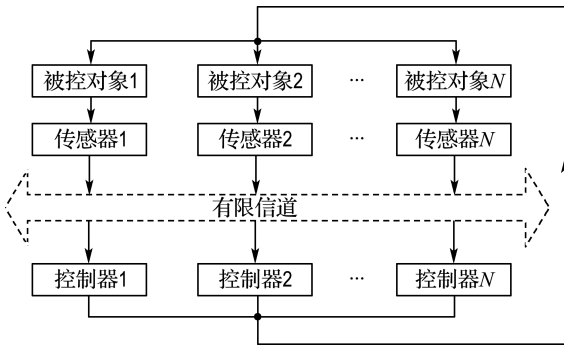


图 1 具有信道受限的网络控制系统

Fig. 1 Networked control systems with bandwidth constraint

假设系统的动态特性为

$$\mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i(k); i = 1, 2, \dots, N$$

其中 $\mathbf{x}_i(k) \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{u}_i(k) \in \mathbf{R}^m$ 分别为系统状态和控制输入, $\mathbf{A}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B}_i \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 为系统矩阵, $(\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i)$ 是可镇定的,但是开环系统是不稳定的.采用状态反馈控制器

$$\mathbf{u}_i(k) = \mathbf{K}_i \hat{\mathbf{x}}_i(k)$$

其中 $\mathbf{K}_i \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为控制器增益, $\hat{\mathbf{x}}_i(k)$ 为控制器实际接收的测量值.

不失一般性,令二值函数 $\delta_i(k): \mathbf{R} \rightarrow \{0, 1\}$,

$i = 1, 2, \dots, N$, 表示系统 i 的信道接入状态. 当 $\delta_i(k) = 1$ 时, 系统 i 接入信道, 它的传感器将测量数据 $\mathbf{x}_i(k)$ 通过无线网络发送给远处的控制器; 否则, $\delta_i(k) = 0$, 对应的测量数据 $\mathbf{x}_i(k)$ 将不发送. 由于信道有限, 在任意时刻有

$$\delta_1(k) + \delta_2(k) + \dots + \delta_N(k) \leq r$$

令二值函数 $\gamma_i(k)$, $i = 1, 2, \dots, N$, 表示系统 i 的丢包过程. 当 $\gamma_i(k) = 1$ 时, 数据包 $\mathbf{x}_i(k)$ 成功传输; 当 $\gamma_i(k) = 0$ 时, 数据包丢失. 假设系统 i 数据成功传输的概率为 $\pi_i = \text{prob}\{\gamma_i(k) = 1\}$. 根据上述描述, 控制器实际接收的测量值可以表示为

$$\hat{\mathbf{x}}_i(k) = \gamma_i(k) \delta_i(k) \mathbf{x}_i(k)$$

于是系统 i 的闭环特征方程为

$$\mathbf{x}_i(k+1) = (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i \gamma_i(k) \delta_i(k)) \mathbf{x}_i(k)$$

根据信道接入序列 $\delta_i(k)$ 的取值, 每个系统可以分为两种模式: 开环模式和丢包模式.

开环模式

$$\mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i(k); \delta_i(k) = 0$$

丢包模式

$$\mathbf{x}_i(k+1) = (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i \gamma_i(k)) \mathbf{x}_i(k); \delta_i(k) = 1$$

令 $\alpha_i(k)$ 表示系统 i 在时间段 $(0, k]$ 内接入信道的时长, 于是有 $\alpha_i(k) = \sum_{j=1}^k \delta_i(j)$. 令 $\beta_i(k) = \alpha_i(k)/k$ 表示系统 i 在 k 时刻的瞬时占空比, 由于信道受限, 于是有 $\sum_{i=1}^N \beta_i(k) \leq r$. 令 Ω 表示信道接入的周期调度序列, 即 $\Omega = \{\delta_i(0), \dots, \delta_i(T-1)\}$, 其中 T 为调度周期. 对于一个给定的周期性调度序列 Ω , 令 $\beta_i(T)$ 表示系统 i 在每个调度周期 T 内的占空比, 同样有 $\sum_{i=1}^N \beta_i(T) \leq r$.

令 $N_i(k)$ 表示系统 i 在时间段 $(0, k]$ 内切换的次数, 如果存在参数 $N_0 \geq 0$ 和 $\tau_i > 0$, 使得切换次数满足 $N_i(k) \leq N_0 + k/\tau_i$, 那么称 τ_i 为平均驻留时间.

定义 1^[13] 系统 $\mathbf{x}(k+1) = f(\mathbf{x}(k))$, $f(0) = 0$, 是 η 指数均方稳定的, 如果存在两个正数 $c > 0$ 和 $\eta > 1$, 使得对于任意的 $\mathbf{x}(0) \in \mathbf{R}^n$ 有

$$E\{\|\mathbf{x}(k)\|^2\} \leq c \eta^{-k} \|\mathbf{x}(0)\|^2$$

其中 η 为衰减率.

本文的目标是找到信道调度序列和反馈控制器的协同设计算法,使得 N 个系统能够以理想的衰减率同时镇定. 具体来说,本文旨在设计周期性调度序列 Ω 和反馈控制器增益 $\mathbf{K}_i$,使得

$$E\{\|\mathbf{x}(k)\|^2\} \leq c\eta^{-k}\|\mathbf{x}(0)\|^2$$

2 主要结果

2.1 单个系统

单个系统指数均方稳定的充分条件如定理 1 所示.

定理 1 如果下列条件成立:

(1) 存在参数 $0 < \eta_{io} < 1, \eta_{id} > 1$ 和矩阵 $0 < \mathbf{P}_{io}, \mathbf{P}_{id} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 使得

$$\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_{io} \mathbf{A}_i < \eta_{io}^{-1} \mathbf{P}_{io} \quad (1)$$

$$(1 - \pi_i) \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_{id} \mathbf{A}_i + \pi_i (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i)^T \mathbf{P}_{id} (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i) < \eta_{id}^{-1} \mathbf{P}_{id} \quad (2)$$

(2) 存在参数 $\mu_i > 1$, 使得

$$\mathbf{P}_{io} \leq \mu_i \mathbf{P}_{id}, \mathbf{P}_{id} \leq \mu_i \mathbf{P}_{io} \quad (3)$$

(3) 占空比满足

$$\beta_i(k) \geq (2 \ln \eta_i - \ln \eta_{io}) / (\ln \eta_{id} - \ln \eta_{io}) \quad (4)$$

(4) 存在参数 $N_0 > 0$ 和 $\eta_i > 1$, 使得系统切换次数和平均驻留时间满足

$$N_i(k) \leq N_0 + k/\tau_i, \tau_i \geq \tau'_i = \ln \mu_i / \ln \eta_i \quad (5)$$

那么,系统 i 是指数均方稳定的,且衰减率 $\eta_i > 1$.

证明 不失一般性,假设系统 i 在时间段 $[k_{2j}, k_{2j+1})$ 内处于开环模式,在时间段 $[k_{2j+1}, k_{2j+2})$ 内处于丢包模式,其中 $j = 0, 1, \dots, k_0 = 0$, 于是有

$$\delta_i(k) = \begin{cases} 0; & k \in [k_{2j}, k_{2j+1}) \\ 1; & k \in [k_{2j+1}, k_{2j+2}) \end{cases}$$

选择一个如下所示的分段 Lyapunov 函数:

$$V_i(k) = \begin{cases} V_{io}(k) = \mathbf{x}_i^T(k) \mathbf{P}_{io} \mathbf{x}_i(k); & \delta_i(k) = 0 \\ V_{id}(k) = \mathbf{x}_i^T(k) \mathbf{P}_{id} \mathbf{x}_i(k); & \delta_i(k) = 1 \end{cases} \quad (6)$$

由式(2)可知

$$V_{io}(k) \leq \mu_i V_{id}(k), V_{id}(k) \leq \mu_i V_{io}(k) \quad (7)$$

由式(1)、(2)可知

$$V_{io}(k+1) = \mathbf{x}_i^T(k+1) \mathbf{P}_{io} \mathbf{x}_i(k+1) =$$

$$\mathbf{x}_i^T(k) \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_{io} \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i(k) <$$

$$\eta_{io}^{-1} \mathbf{x}_i^T(k) \mathbf{P}_{io} \mathbf{x}_i(k) = \eta_{io}^{-1} V_{io}(k)$$

$$E\{V_{id}(k+1)\} = E\{\mathbf{x}_i^T(k+1) \mathbf{P}_{id} \mathbf{x}_i(k+1)\} =$$

$$E\{\mathbf{x}_i^T(k) (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i \gamma_i(k))^T \cdot$$

$$\mathbf{P}_{id} (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i \gamma_i(k)) \mathbf{x}_i(k)\} =$$

$$E\{\mathbf{x}_i^T(k) [(1 - \pi_i) \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_{id} \mathbf{A}_i +$$

$$\pi_i (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i)^T \mathbf{P}_{id} (\mathbf{A}_i +$$

$$\mathbf{B}_i \mathbf{K}_i)] \mathbf{x}_i(k)\} <$$

$$\eta_{id}^{-1} E\{\mathbf{x}_i^T(k) \mathbf{P}_{id} \mathbf{x}_i(k)\} =$$

$$\eta_{id}^{-1} E\{V_{id}(k)\}$$

于是有

$$E\{V_i(k)\} < \begin{cases} \eta_{io}^{-(k-k_{2j})} E\{V_{io}(k_{2j})\}; & k \in [k_{2j}, k_{2j+1}) \\ \eta_{id}^{-(k-k_{2j+1})} E\{V_{id}(k_{2j+1})\}; & k \in [k_{2j+1}, k_{2j+2}) \end{cases} \quad (8)$$

如果 $k \in [k_{2j+1}, k_{2j+2})$, 那么由式(7)、(8)可知

$$\begin{aligned} E\{V_i(k)\} &< \eta_{id}^{-(k-k_{2j+1})} E\{V_{id}(k_{2j+1})\} \leq \\ &\mu_i \eta_{id}^{-(k-k_{2j+1})} E\{V_{id}(k_{2j+1}^-)\} < \\ &\mu_i \eta_{id}^{-(k-k_{2j+1})} \eta_{io}^{-(k_{2j+1}-k_{2j})} \times \\ &E\{V_{io}(k_{2j})\} \leq \dots \leq \\ &\mu_i^{N_i(k)} \eta_{id}^{-a_i(k)} \eta_{io}^{-k+a_i(k)} E\{V_i(0)\} \end{aligned}$$

其中 k_{2j+1}^- 表示系统在 k_{2j+1} 完成切换的前一瞬间.

如果 $k \in [k_{2j}, k_{2j+1})$, 同样有

$$E\{V_i(k)\} < \mu_i^{N_i(k)} \eta_{id}^{-a_i(k)} \eta_{io}^{-k+a_i(k)} E\{V_i(0)\} \quad (9)$$

由式(4)和定义 $\beta_i(k) = a_i(k)/k$ 有

$$(\ln \eta_{id} - \ln \eta_{io}) a_i(k) \geq (2 \ln \eta_i - \ln \eta_{io}) k$$

即

$$\eta_{id}^{-a_i(k)} \eta_{io}^{-k+a_i(k)} \leq \eta_i^{-2k} \quad (10)$$

由式(5)和切换次数定义可知

$$\begin{aligned} \mu_i^{N_i(k)} &\leq \mu_i^{N_0 + k/\tau_i} \leq \mu_i^{N_0} \mu_i^{k/\tau_i} \leq \\ &\mu_i^{N_0} \mu_i^{k \ln \eta_i / \ln \mu_i} = \mu_i^{N_0} \eta_i^k \end{aligned} \quad (11)$$

结合式(9)~(11)可得

$$E\{V_i(k)\} < \mu_i^{N_0} \eta_i^{-k} E\{V_i(0)\} \quad (12)$$

由式(6)定义的 Lyapunov 函数可知

$$E\{V_i(k)\} \geq E\{\|\mathbf{x}_i(k)\|^2\} / \max\{\|\mathbf{P}_{io}^{-1}\|, \|\mathbf{P}_{id}^{-1}\|\} \quad (13)$$

$$E\{V_i(0)\} \leq \max\{\|\mathbf{P}_{i0}\|, \|\mathbf{P}_{id}\|\} \|\mathbf{x}_{i0}\|^2$$

其中 $\mathbf{x}_{i0} = \mathbf{x}_i(0)$.

结合式(12)、(13)可得

$$E\{\|\mathbf{x}_i(k)\|^2\} < c_i \eta_i^{-k} \|\mathbf{x}_{i0}\|^2$$

其中 $c_i = \mu_i^{N_0} \max \{ \|\mathbf{P}_{io}^{-1}\|, \|\mathbf{P}_{id}^{-1}\| \} \times \max \{ \|\mathbf{P}_{io}\|, \|\mathbf{P}_{id}\| \}$. 根据定义 1 可知, 系统 i 是指数均方稳定的, 且衰减率为 η_i . 证明完毕.

注 1 由式(2)可知,系统成功传输的概率 π_i 越大,系统丢包模式下的衰减率 η_{id} 就越大. 对于给定的占空比 $\beta_i(k)$ 和开环衰减率 η_{io} , 由定理 1 中的条件(3)可知, η_{id} 越大,系统的衰减率 η_i 就越大,系统性能就越好.

2.2 多个系统

定理 2 给出多个系统同时镇定的可调度条件.

定理 2 假设定理 1 中的条件(1)和(2)对于每个系统均满足,如果对于给定的理想衰减率 $\eta_i > 1$,如下不等式

$$\sum_{i=1}^N \frac{2 \ln \eta_i - \ln \eta_{i0}}{\ln \eta_{id} - \ln \eta_{i0}} \leq r \quad (14)$$

成立,那么存在一个周期性信道调度序列 Ω ,使得 N 个系统以衰减率 η_i 同时镇定.

证明 该证明分为两部分,首先给出系统的信道调度序列 Ω ,然后证明该调度序列可以保证系统的稳定性.

(1) 周期性信道调度序列 Ω

步骤 1 选择调度周期 $T = dh$, 其中 $d = \max_i (2 \ln \mu_i / \ln \eta_i, \mu_i = \max \{ \lambda(\mathbf{P}_{io} \mathbf{P}_{id}^{-1}), \lambda(\mathbf{P}_{id} \mathbf{P}_{io}^{-1}) \})$, $i = 1, 2, \dots, N$, h 为采样周期.

步骤 2 令 $f_i = (2\ln \eta_i - \ln \eta_{i0}) / (\ln \eta_{id} - \ln \eta_{i0})$, 利用如下①~④操作找到所需的信道数 $m \in \mathbf{N}^+$ 和每个调度周期内最后接入信道 s 的系统序号 j_s , 其中 $s = 1, 2, \dots, m, m \leq r, j_s \in \{1, 2, \dots, N\}$.

①令 $s=1$.

②如果 $\sum_{i=1}^N f_i \leq s$, 那么令 $j_s = N, m = s$ 并退出; 否则, 转到③.

③找到一个 $j_s \in \{1, 2, \dots, N\}$, 使得

$$\sum_{i=1}^{j_s-1} f_i < s, \quad \sum_{i=1}^{j_s} f_i \geq s$$

④令 $s=s+1$, 转到②.

步骤3 令 $C_1, C_2, \dots, C_m$ 表示信道 1 到信道 m , 令 $S_1, S_2, \dots, S_N$ 表示系统 1 到系统 N , 那么每个调度周期 T 内系统接入信道的序列和时长为

$$\begin{array}{llll}
C_1: & \underbrace{S_1 \cdots S_1}_{L_1} & \underbrace{S_2 \cdots S_2}_{L_2} & \cdots \underbrace{S_{j_1} \cdots S_{j_1}}_{L_{j_1}} \\
C_2: & \underbrace{S_{j_1} \cdots S_{j_1}}_{f_{j_1} T - L_{j_1}} & \underbrace{S_{j_1+1} \cdots S_{j_1+1}}_{L_{j_1+1}} & \cdots \underbrace{S_{j_2} \cdots S_{j_2}}_{L_{j_2}} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \cdots \vdots \\
C_m: & \underbrace{S_{j_{m-1}} \cdots S_{j_{m-1}}}_{f_{j_{m-1}} T - L_{j_{m-1}}} & \underbrace{S_{j_{m-1}+1} \cdots S_{j_{m-1}+1}}_{L_{j_{m-1}+1}} & \cdots \underbrace{S_{j_m} \cdots S_{j_m}}_{L_{j_m}}
\end{array}$$

其中

$$L_i = \begin{cases} sT - \sum_{l=1}^{i-1} f_l T; & i = j_s \\ f_i T; & i \neq j_s \end{cases}$$

(2) 稳定性

定理 1 中条件(3)和(4)的证明与文献[14]类似, 在这里不再赘述. 根据以上讨论可知, 如果定理 1 中条件(1)和(2)成立, 且不等式(14)满足, 那么一定存在一个周期性的调度序列 Ω 使得 N 个系统同时镇定. 证明完毕.

注 2 文献[14]对多个系统下的信道调度问题进行了研究,然而与本文存在本质的不同,主要表现为以下几点:第一,研究问题不同,本文对丢包和信道受限同时存在时的网络控制系统进行了研究,而文献[14]对信道受限和延时同时存在时的网络控制系统进行了研究;第二,采用的控制方法不同,文献[14]利用切换系统方法得到系统稳定性条件,而本文采用切换系统和随机过程理论相结合的方法分析系统稳定性;第三,控制目标不同,文献[14]旨在设计控制器和调度序列使得所有系统同时镇定,而本文在保证系统稳定性的同时,希望系统具有理想的控制性能,即衰减率;第四,通信序列不同,文献[14]只给出了设计通信序列的基本原则,没有给出通信序列的具体设计过

程. 本文在文献[14]的基础上对系统实际所需的信道数量、每个时刻系统接入每个信道的顺序以及工作时间都做了详细的说明和阐述.

2.3 信道调度和控制器协同设计

由定理 2 可知,对于给定的理想衰减率 η_i ,系统镇定所需的最少信道 $r_{\min} = \sup\left\{\sum_{i=1}^N (2\ln \eta_i - \ln \eta_{io}) / (\ln \eta_{id} - \ln \eta_{io})\right\}$,其中 $\sup\{q\}$ 表示变量 q 的整数上界. 由 $r_{\min}$ 可知,系统镇定所需的最少信道随着两个子系统的衰减率 η_{io} 、 η_{id} 的增大而减小,因此当 η_{io} 、 η_{id} 取最大值时,系统镇定所需的信道最少,或者说有限的信道资源内可以容许更多的系统接入.

由定理 1 中的条件(1),开环子系统的最大衰减率 η_{io} 可以通过求解下述最优化问题得到:

$$\begin{aligned} \max \quad & \eta_{io} \\ \text{s. t.} \quad & \eta_{io} \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_{io} \mathbf{A}_i < \mathbf{P}_{io} \end{aligned} \tag{15}$$

由定理 1 中的条件(2), η_{id} 的最大值可以通过求解下述最优化问题得到:

$$\begin{aligned} \max \quad & \eta_{id} \\ \text{s. t.} \quad & (1-\pi_i) \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_{id} \mathbf{A}_i + \pi_i (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i)^T \cdot \\ & \mathbf{P}_{id} (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i) < \eta_{id}^{-1} \mathbf{P}_{id} \end{aligned} \tag{16}$$

由 Schur 补引理,问题(16)等价于

$$\begin{aligned} \max \quad & \eta_{id} \\ \text{s. t.} \quad & \begin{pmatrix} \eta_{id}^{-1} \mathbf{Q}_{id} & * & * \\ \mathbf{A}_i \mathbf{Q}_{id} + \pi_i \mathbf{B}_i \mathbf{L}_{id} & \mathbf{Q}_{id} & \mathbf{0} \\ \sqrt{\pi_i (1-\pi_i)} \mathbf{B}_i \mathbf{L}_{id} & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{id} \end{pmatrix} > \mathbf{0} \end{aligned} \tag{17}$$

其中 $\mathbf{Q}_{id} = \mathbf{P}_{id}^{-1}$, $\mathbf{L}_{id} = \mathbf{K}_i \mathbf{Q}_{id}$.

当问题(17)求解之后,可以得到 η_{id} 的最大值,对应的控制器增益 $\mathbf{K}_i = \mathbf{L}_{id} \mathbf{P}_{id}$.

根据以上描述,可以得到如下信道调度策略和控制器增益协同设计算法.

(1)通过求解问题(15)找到 η_{io} 的最大值和对应的矩阵 $\mathbf{P}_{io}$.

(2)通过求解问题(16)找到 η_{id} 的最大值、对应的矩阵 $\mathbf{P}_{id}$ 和控制器增益 $\mathbf{K}_i = \mathbf{L}_{id} \mathbf{P}_{id}$.

(3)找到一个合适参数 $\mu_i > 1$,使得

$$\mathbf{P}_{io} \leq \mu_i \mathbf{P}_{id}, \mathbf{P}_{id} \leq \mu_i \mathbf{P}_{io}$$

(4)按照定理 2 中的步骤设计信道调度序列 Ω .

3 仿 真

考虑 3 个网络控制系统:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1(k+1) &= \begin{pmatrix} 1.2 & 0 \\ 0 & 0.6 \end{pmatrix} \mathbf{x}_1(k) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mathbf{u}_1(k) \\ \mathbf{x}_2(k+1) &= \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{pmatrix} \mathbf{x}_2(k) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \mathbf{u}_2(k) \\ \mathbf{x}_3(k+1) &= \begin{pmatrix} 1.6 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{pmatrix} \mathbf{x}_3(k) + \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0 \end{pmatrix} \mathbf{u}_3(k) \end{aligned}$$

假设 3 个系统共享两个信道,3 个系统数据成功传输的概率分别为 $\pi_1 = 0.7, \pi_2 = 0.7, \pi_3 = 0.8$,3 个系统理想的衰减率分别为 $\eta_1 = 1.10, \eta_2 = 1.08, \eta_3 = 1.06$,采样周期 $h = 1$. 通过求解问题(15)可得 $[\eta_{io}]_{\max} = 0.69, [\eta_{2o}]_{\max} = 0.44, [\eta_{3o}]_{\max} = 0.39$,对应的矩阵分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{1o} &= \text{diag}\{1.014\ 7, 0.959\ 7\} \\ \mathbf{P}_{2o} &= \text{diag}\{0.587\ 3, 1.085\ 6\} \\ \mathbf{P}_{3o} &= \text{diag}\{1.013\ 8, 0.502\ 8\} \end{aligned}$$

通过求解问题(17)可得 $[\eta_{1d}]_{\max} = 2.27, [\eta_{2d}]_{\max} = 1.47, [\eta_{3d}]_{\max} = 1.92$,对应的矩阵和控制器增益分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{1d} &= \text{diag}\{1.258\ 8, 1.137\ 4\}, \mathbf{K}_1 = (-1.2\ 0) \\ \mathbf{P}_{2d} &= \text{diag}\{0.344\ 9, 0.384\ 8\}, \mathbf{K}_2 = (0\ -1.5) \\ \mathbf{P}_{3d} &= \text{diag}\{1.159\ 1, 0.913\ 4\}, \mathbf{K}_3 = (-2\ 0) \end{aligned}$$

由于

$$\sum_{i=1}^3 \frac{2\ln \eta_i - \ln [\eta_{io}]_{\max}}{\ln [\eta_{id}]_{\max} - \ln [\eta_{io}]_{\max}} = 1.95 < 2$$

由定理 2 可知存在一个周期性调度序列 Ω ,使得 3 个系统同时镇定.

令 $\mu_1 = 1.24, \mu_2 = 2.82, \mu_3 = 1.81$,周期 $T = 27$,则每个周期内的信道接入序列为

$$\begin{aligned} C_1: \quad & \underbrace{S_1 \cdots S_1}_{13} \quad \underbrace{S_2 \cdots S_2}_{14} \\ C_2: \quad & \underbrace{S_2 \cdots S_2}_8 \quad \underbrace{S_3 \cdots S_3}_{19} \end{aligned}$$

上述信道调度序列下的系统通信状态如图 2 所示,其中 y 轴的 0 和 1 分别表示数据包丢失和成功传输. 3 个系统的状态响应曲线如图 3 所示,由图 3 可以看出本文所设计的信道调度序列可以使得系统同时镇定.

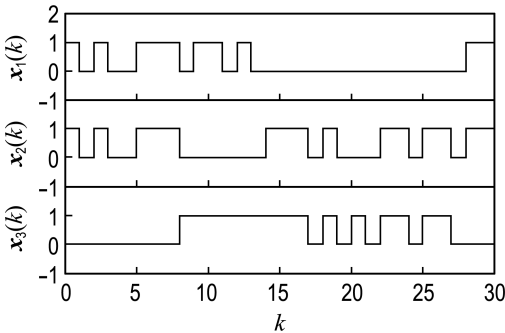


图 2 通信状态
Fig. 2 Communication state

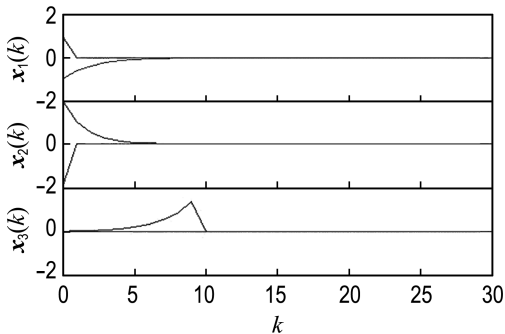


图 3 系统状态响应
Fig. 3 State response of systems

4 结 语

本文讨论了具有丢包和信道受限的网络控制系统的镇定问题,利用平均驻留时间技术,得到了系统稳定的充分条件以及系统的功率可调度条件,提出了一个使多个系统同时镇定的信道调度和反馈控制器的协同设计算法,并通过仿真验证了所得结果的有效性.

在下一步的研究计划中,将本文所得结果扩展到其他非周期调度序列中,且进一步考虑通信能耗对系统稳定性的影响.

参考文献:

[1] Ding S X, ZHANG Ping, YIN Shen, *et al.* An

integrated design framework of fault-tolerant wireless networked control systems for industrial automatic control applications [J]. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, 2013, **9**(1): 462-471.

[2] GUO Ge, WANG Li-yuan. Control over medium-constrained vehicular networks with fading channels and random access protocol: A networked systems approach [J]. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, 2015, **64**(8):3347-3358.

[3] Quevedo D E, Jurado I. Stability of sequence-based control with random delays and dropouts [J]. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 2014, **59**(5): 1296-1302.

[4] Paganini F, TANG Ao, Ferragut A, *et al.* Network stability under alpha fair bandwidth allocation with general file size distribution [J]. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 2012, **57**(3):579-591.

[5] DONG Hong-li, WANG Zi-dong, GAO Hui-jun. Distributed H_∞ filtering for a class of Markovian jump nonlinear time-delay systems over lossy sensor networks [J]. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 2013, **60**(10):4665-4672.

[6] GUO Ge, LU Zi-bao, HAN Qing-long. Control with Markov sensors/actuators assignment [J]. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 2012, **57**(7):1799-1804.

[7] 祝超群,郭 戈. 基于动态通信调度的网络化系统最优控制[J]. 信息与控制, 2012, **41**(3):333-338.

ZHU Chao-qun, GUO Ge. Optimal control of networked control systems based on dynamic communication scheduling [J]. **Information and Control**, 2012, **41**(3):333-338. (in Chinese)

[8] 金 辉,郭 戈,王宝凤,等. 控制与通信协同设计的新进展[J]. 信息与控制, 2008, **37**(6):722-728.

JIN Hui, GUO Ge, WANG Bao-feng, *et al.* New progress in control and communication co-design [J]. **Information and Control**, 2008, **37**(6):722-728. (in Chinese)

[9] 卢自宝. 网络化系统的信道分配与控制器设计[D]. 大连:大连海事大学, 2013.

- LU Zi-bao. Channel assignment and controller design of networked systems [D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2013. (in Chinese)
- [10] Zhang L, Hristu-Varsakelis D. Communication and control co-design for networked control systems [J]. *Automatica*, 2006, **42**(6):953-958.
- [11] Song H, Yu L, Zhang W A. Stabilisation of networked control systems with communication constraints and multiple distributed transmission delays [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2009, **3**(10):1307-1316.
- [12] GUO Ge, JIN Hui. A switching system approach to actuator assignment with limited channels [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2010, **20**(12):1407-1426.
- [13] Guo Y F, Li S Y. Transmission probability condition for stabilisability of networked control systems [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2010, **4**(4):672-682.
- [14] DAI Shi-lu, LIN Hai, Ge S S. Scheduling-and-control codesign for a collection of networked control systems with uncertain delays [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, **18**(1):66-78.

Channel scheduling and controller co-design of networked control systems

WANG Li-yuan¹, YUE Wei², ZHUANG Yan^{*1}

(1. School of Control Science and Engineering, Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. School of Information Science and Technology, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

Abstract: The effect of bandwidth constraint and packet dropout on system performance of networked control systems is discussed. It is assumed that at each sampling time, only a part of plants can gain access to the channel and packet dropout may happen during transmission. Firstly, by modeling the packet dropout as independent Bernoulli process, a switching system control model is built based on the channel access status of each plant. Then, by using average dwell time technique, sufficient conditions for the exponential mean square stability and schedulability requirements of the channel are obtained. Finally, based on the above results, a co-design framework for channel access scheduling and controller design is derived, which can guarantee the stabilization of the whole set of plants with the desired decay rate of each plant.

Key words: networked control systems; bandwidth constraint; packet dropout; exponential mean square stability