文章编号：1000-8608(2017)02-0202-05

城市表层土壤重金属污染分析优化模型

贾 跃*，李志伟，王冬清，王彦普

（大连东软信息学院 软件工程系，辽宁 大连 116023）

摘要：为了分析城市表层土壤重金属污染问题，根据大量空间距离数据和重金属元素含量数据，应用克里格插值法，绘制了重金属元素的空间分布图并建立了空间分布模型. 同时，建立了评价城市表层重金属污染程度的数学模型，用内梅罗综合指数法和单项污染指数法评价了五类地区的污染程度，并找到重金属污染的主要原因是工业区的相关生产活动. 最后，通过对重金属污染物在传播过程中主要特征的分析，建立了重金属污染物在土壤中的对流-弥散-吸附方程模型.

关键词：城市表层土壤；重金属污染；克里格插值法；内梅罗综合指数法

中图分类号：X530.2 **文献标识码：**A **doi：**10.7511/dllgxb201702014

0 引 言

土壤重金属污染是指由于人类活动，土壤中的微量金属元素过量沉积而引起的重金属含量过高现象. 近年来，人类的活动日益严重地影响着城市的环境，城市地表的重金属含量已经逐渐高于原生含量，致使环境质量恶化，同时，也出现了重金属污染问题.

为了有效改善污染问题，提高人类居住的环境质量，客观认识土壤异常，并针对异常现象进行正确的分析评价以及研究，最终寻找解决问题的方案，以及改善环境的途径，已经成为人们关注的焦点. 本文即根据数据采集建立优化模型，分析并研究城市表层土壤重金属污染问题.

1 问题的提出与分析

1.1 数据采集

本文研究对象的原始数据来源于全国大学生数学建模竞赛题目[1]，原始数据中的采样点分别来自生活区、工业区、山区、主干道路区及公园绿地区 5 个主要的功能区，数据表中列出了采样点的位置、海拔高度及其所属功能区等信息，8 种主要重金属元素在采样点处的浓度，以及 8 种主要重金属元素的背景值.

1.2 问题的提出

首先，为了能够客观地认识重金属在城市表层土壤中含量的异常现象，需要分析 8 种重金属在城市地表的空间分布，从而通过数学模型求得不同区域内重金属的污染程度. 其次，为了有效治理环境，提高环境质量，需通过上述分析，找出重金属污染的主要原因以及传播特征. 最后，需要在确定污染源的位置之后采取有效的治理措施，改善土壤环境质量.

1.3 问题的分析

首先，为了计算重金属元素在城区表层土壤中的空间分布[2]，通过采集数据知道各个样本点在空间的物理位置，应用克里格插值法绘制重金属空间分布的等值线及重金属在各个物理位置的含量. 重金属元素的空间分布图可以使用画图软件进行拟合，并使用 P_N 指数权衡测量重金属元素在不同地方的不同污染程度.

其次，通过上述问题中得到的内梅罗指数分析出在哪个区域中的重金属污染最为严重，并找出污染的主要原因，从而获得重金属污染最严重的区域、重金属污染的主要原因以及传播特征[3].

最后，通过分析得知，重金属污染物在土壤中

收稿日期：2017-01-05； **修回日期：**2017-03-01.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(61300082)；辽宁省教育厅科学研究一般项目(L2014573).
作者简介：贾 跃*(1979-)，女，副教授，E-mail：jiayue@neusoft.edu.cn.

将会发生吸附、转化及迁移等过程. 土壤吸附重金属的主要途径是专性吸附和电性吸附. 其中专性吸附，即选择性吸附，是土壤胶体表面吸附的主要过程. 通过研究分析可知，影响重金属含量的主要因素包括液态流体在土壤中的流动方式、污染物在土壤中的扩散方式，以及污染物吸附受土壤中固体骨架的影响方式. 因此可以利用微分方程原理建立数学模型以寻求改善土壤环境质量问题的解决方案.

1.4　问题的假设和符号约定

在建立模型的过程中，做出如下的假设：首先，采样点选择的环境均有利于该土壤类型特征发育. 其次，采样地点均未受到明显的人为干扰，也未经过明显的土壤破坏，即不在住宅附近、沟渠周围等地点采样. 最后，采样的地点尽量涉及所有的土地类型.

同时，做出如下的符号约定：$P_{i\text{-}i}$ 代表某种污染物的单项污染指数；$C_{i\text{-}i}$ 代表某种污染物的实际测量值；$S_{i\text{-}i}$ 代表某种污染物的背景值；P_{N} 代表各种污染物的综合污染指数；P_{Nc} 代表各种污染物的综合污染评价的改进模型的综合污染指数.

2　模型的建立与求解

2.1　主要的重金属元素在地表土壤的空间分布

根据绘制的污染重金属的空间分布，基于获得的原始数据中所有抽样点的数值，根据克里格插值法建立一个空间立体三维图形[4].

模型一　克里格插值法.

基于已获得的大量数据，用 Golden Software 公司发布的 sufer10.3 软件，在系统网格布点的 319 个样品数据基础上，通过克里格插值法，获得整个区域的三维空间图形，如图 1 所示.

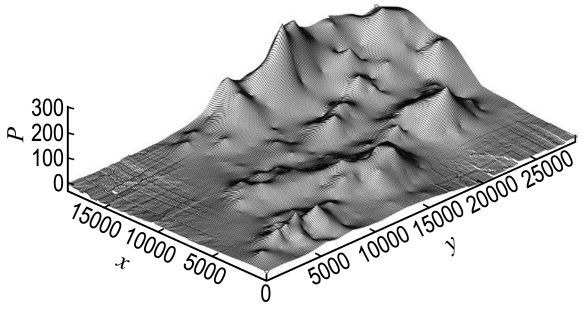


图 1　样品数据的空间模型

Fig. 1　Space model of sample data

然后假设海拔对重金属的空间分布没有影响，仍然利用克里格插值法，x、y 做自变量，8 种主要重金属元素的样品数据作为因变量，继续绘制图像，这里为了直观，采用等值线图来表示 8 种主要重金属元素的空间分布情况，如图 2 所示.

2.2　城区内不同区域重金属的污染程度分析

根据国家土壤环境质量标准，运用单因子污染指数和内梅罗污染指数评价法进行不同区域重金属的污染程度分析[5].

模型二　单项污染指数法和内梅罗污染指数评价模型及其改进模型[6].

$$P_i=\frac{C_{i\text{-}i}}{S_{i\text{-}i}}$$

$$P_{\mathrm{N}}=\sqrt{\frac{\max(P_i)^2+\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}P_i\right)^2}{2}}$$

$$P_{\mathrm{Nc}}=\sqrt{\max(P_i)}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}P_i\right)$$

其中 $\max(P_i)$ 代表土壤污染物中的单项最大值.

首先找到国家标准中的内梅罗污染指数的评价标准，如表 1 所示.

然后分析各个重金属背景值，考虑到不同区域重金属含量不同，所用的背景值含量也应该不同，把背景值按城区功能划分为 5 类，含量从低到高应为山区＜公园绿地区＜生活区＜主干道路区＜工业区.

根据模型二，算出各个区域所有采样点对应的 P_{N}（P_i 综合）和 P_{Nc}（P_i 综合改）见表 2.

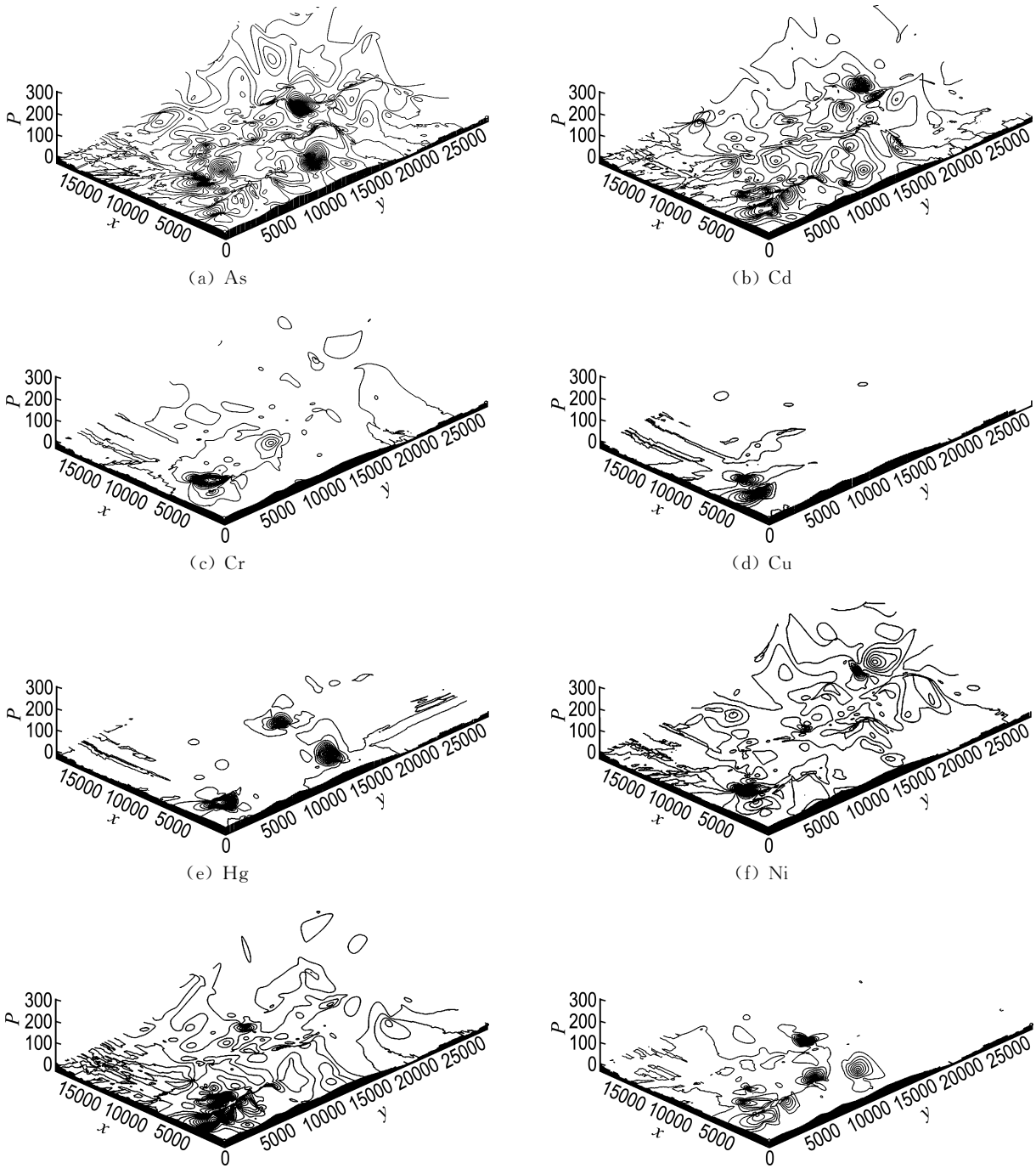
数据结果分析和评价如下：

通过计算 P_i 综合指数大小可知重金属污染程度为工业区＞主干道路区＞公园绿地区＞生活区＞山区.

通过各测点重金属污染评价表可知：城市土壤重金属含量以工业区为最高，主干道路区次之，然后是公园绿地区、生活区、山区.

2.3　重金属污染的主要原因

通过数据分析，发现工业区是 5 个区域中重金属污染物含量最高的区域，污染的来源主要是生产活动的排放，包括工厂有害金属的排放以及金属的冶炼，染料生产等. 例如，工业区进行汞化物生产所产生的汞（Hg），铜制品生产所产生的铜（Cu），还有冶炼和电镀所产生的其他几种重金属，都是造成重金属污染的重要原因. 除此之外，



(a) As (b) Cd (c) Cr (d) Cu (e) Hg (f) Ni (g) Pb (h) Zn

图 2 重金属的空间分布等值线图(单位:μg/g)

Fig. 2 Contour maps of the spatial distribution of heavy metals (unit: μg/g)

表 1 土壤内梅罗污染指数评价标准

Tab. 1 Evaluation criterion of soil based on Nemerow pollution index

等级	内梅罗污染指数	污染等级	等级	内梅罗污染指数	污染等级
Ⅰ	$P_N \leqslant 0.7$	清洁(安全)	Ⅳ	$2.0 < P_N \leqslant 3.0$	中量级污染
Ⅱ	$0.7 < P_N \leqslant 1.0$	尚清洁(警戒限)	Ⅴ	$P_N > 3.0$	重量级污染
Ⅲ	$1.0 < P_N \leqslant 2.0$	轻量级污染			

表 2　各测点重金属污染评价表

Tab. 2　Heavy metal pollution evaluation table of each measuring point

区域	P_i										综合污染排名
	As	Cd	Cr	Cu	Hg	Ni	Pb	Zn	综合	综合改	
工业区	2.71	5.04	2.60	70.92	210.41	1.44	6.90	11.95	9.52	13.45	1
公园绿地区	4.83	8.98	4.15	12.15	30.00	3.33	7.32	14.10	3.56	5.56	3
山区	5.55	5.25	10.94	9.79	7.11	13.05	4.71	4.23	2.89	4.41	5
生活区	3.11	6.32	10.91	16.25	10.54	2.44	8.70	22.24	3.17	4.78	4
主干道路区	3.28	7.16	6.96	33.38	200.44	3.26	3.80	19.70	7.67	9.99	2

主干道路区的汽车来往排放的铅等重金属污染，以及汽车从工业区带到公园绿地区、生活区、山区等地区的大量重金属物质也是造成重金属污染的主要原因.

2.4　污染源位置确定模型

对重金属元素在土壤中传播过程中所存在的特征进行分析，从而得出，土壤中重金属元素的迁移会受到如下因素的影响：对流因素，即土壤中的液态流体如何流动；扩散因素，即土壤中的污染物如何扩散；吸附因素，即污染物如何受到土壤中固体骨架的吸附影响. 综合以上因素，建立如下模型：

模型三　土壤中重金属污染物的对流-弥散-吸附方程模型.

$$\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}T}+u_1\frac{\mathrm{d}C}{x}+v_1\frac{\mathrm{d}C}{y}=D_{CX}\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}+D_{CY}\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}-\frac{\varepsilon_s}{1-\varepsilon_s}\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}T}$$

土壤固体骨架和土壤溶液中的重金属污染物吸附平衡方程：

$$\frac{q}{q_s}=\frac{bC}{1+bC}$$

将吸附平衡方程结合上式，得出

$$\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}T}=\frac{D_{CX}\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}+D_{CY}\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}-u_1\frac{\mathrm{d}C}{x}-v_1\frac{\mathrm{d}C}{y}}{1+\varepsilon_s q_s b/(1-\varepsilon_s)(1+bC)^2}$$

在以上的方程中，C 代表重金属污染物在土壤溶液中的浓度；D_{CX}、D_{CY} 分别代表溶液中重金属污染物的扩散系数，前者为水平方向系数，后者为竖直方向系数；q 代表土壤固体骨架上重金属污染物的吸附量；q_s 代表土壤固体骨架上重金属污染物的最大吸附量，ε_s 代表土壤固体骨架的相对含量；b 为吸附常数；u_1、v_1 代表土壤中液态流体的流动速度，前者为水平方向上的流动速度，后者为垂直方向上的流动速度；X、Y 分别为水平和竖直方向的坐标；T 为温度.

3　结　语

本文建立了 3 个模型，解决了相关问题，但也存在着一定不足，具体如下：

(1)模型一采用了克里格插值法，克里格插值法对采样点具有代表性的要求较高，因此模型一有一定的局限性.

(2)模型二采用了内梅罗污染指数评价法，该方法应用广泛，适合用于评价环境质量. 内梅罗污染指数评价法反映了土壤中各种重金属污染物所起到的作用，其中浓度较高的污染物对环境质量会有怎样的影响是重点反映内容. 但内梅罗污染指数评价法的局限在于，在对环境质量的影响中，过分强调了最大浓度污染物所起的作用，所以使得评价结果存在很大误差. 针对该局限，很多学者提议使用修正的内梅罗污染指数评价法，在修正的评价方法中，同时考虑了多种污染物的污染水平，以及某一种具体的污染物质的污染程度，这样使其能够适应污染物数量增多的情况，也更加合理地处理了极值问题，保持了一定物理意义，使得综合评价土壤环境质量问题更加的合理.

(3)模型三是非饱和土壤中重金属污染物迁移的数学模型，优点是考虑到了多种因素，可以准确地确定一个平面的位置，缺点是没有考虑海拔高度对重金属传播的影响、各个重金属元素传播速率及传播路径不同的问题. 今后将在此方面进行深入研究.

参考文献：

[1]　教育部高等教育司，中国工业与应用数学学会. 高

教社杯全国大学生数学建模竞赛赛题[EB/OL]. [2016-10-05]. http://www.mcm.edu.cn/html_cn./node/a1ffc4c5587c8a619eacefb8dbcc34e.html, 2011.
Department of Higher Education, Ministry of Education of People's Republic of China, China Society for Industrial and Applied Mathematics. China Undergraduate Mathematical Contest Question in Modelling [EB/OL]. [2016-10-05]. http://www.mcm.edu.cn./html_cn/node/a1ffc4c5587c8a619eacefb8dbcc34e.html, 2011. (in Chinese)

[2] 周红英,单爱琴,徐林建,等. 城市土壤重金属污染多元统计及空间评估[J]. 工业安全与环保, 2016, **42**(5):1-4,11.
ZHOU Hongying, SHAN Aiqin, XU Linjian, *et al*. Multi-statistical and spatial assessment of urban soil heavy metal contamination [J]. **Industrial Safety and Environmental Protection**, 2016, **42**(5):1-4,11. (in Chinese)

[3] 冉延平. 城市表层土壤重金属污染多元统计分析和污染评价[J]. 安徽农业科学, 2012, **40**(9):5454-5458.
RAN Yanping. Multivariate statistical analysis of heavy metals contamination in urban topsoil and pollution assessment [J]. **Journal of Anhui Agricultural Sciences**, 2012, **40**(9):5454-5458. (in Chinese)

[4] 张福玲. 城市表层土壤重金属污染的空间分布特征分析[J]. 湖北农业科学, 2013, **52**(6):1287-1291.
ZHANG Fuling. Analysis on spatial distribution characteristics of heavy metal pollution in surface soil of city [J]. **Hubei Agricultural Sciences**, 2013, **52**(6):1287-1291. (in Chinese)

[5] 谢 炜,曾钰茹. 城市表层土壤重金属污染风险等级评价[J]. 数学的实践与认识, 2013, **43**(12):51-57.
XIE Wei, ZENG Yuru. Risk grade assessment of heavy metals in urban topsoil [J]. **Mathematics in Practice and Theory**, 2013, **43**(12): 51-57. (in Chinese)

[6] GIORDANO F R, FOX W P, HORTON S B, 等. 数学建模[M]. 叶其孝,等译. 4 版. 北京:机械工业版社, 2009.
GIORDANO F R, FOX W P, HORTON S B, *et al*. **A First Course in Mathematical Modeling** [M]. YE Qixiao, *et al*. trans. 4th ed. Beijing: China Machine Press, 2009. (in Chinese)

Optimization model for analysis of heavy metals pollution in urban topsoil

JIA Yue*, LI Zhiwei, WANG Dongqing, WANG Yanpu

(Department of Software Engineering, Dalian Neusoft University of Information, Dalian 116023, China)

Abstract: To analyze the problem of heavy metal pollution in urban topsoil, the spatial distribution map of the heavy metal is drawn and the spatial distribution model is established by using mass of data of spatial distance and heavy metal element content and Kriging interpolation method. Moreover, the evaluation model of the heavy metal pollution degree is established, and the pollution degrees of different regions of five categories are evaluated by using individual pollution index and Nemerow comprehensive index method. It is found that the crucial causes for the heavy metal pollution are industrial production activities. Lastly, the equation model of the convection-dispersion-adsorption is established based on analyzing the propagation characteristics of the heavy metal pollutants.

Key words: urban topsoil; heavy metals pollution; Kriging interpolation method; Nemerow comprehensive index method