

基于系统响应瞬时特性的非线性系统识别

秦安壮¹, 杨志勋¹, 张明杰², 武文华¹, 张文首^{*1}

(1. 大连理工大学 工程力学系, 辽宁 大连 116024;
2. 大连理工大学 土木工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 在 Krylov-Bogoliubov-Mitropolski(KBM)法的基础上, 提出一种基于系统响应瞬时特性的非线性系统识别方法. 该方法通过建立系统响应瞬时特性与系统参数之间的函数关系, 从而一次性识别出所有系统参数. 采用归一化 Hilbert 变换(normalized Hilbert transform, NHT)和广义过零(generalized zero-crossing, GZC)法求解信号瞬时振幅和瞬时频率, 通过算例验证了两种方法的效果. 以 Duffing 方程和 Van der Pol 方程两类非线性振动系统为例, 验证了所提系统识别方法的精度. 算例表明, 即使在系统响应受到较大噪声污染时, 该方法也有很好的识别精度.

关键词: 瞬时频率; 归一化 Hilbert 变换; 广义过零法; 非线性系统识别

中图分类号: TN911.6; O32 **文献标识码:** A **doi:** 10.7511/dllgxb201703001

0 引言

工程界中普遍存在的振动系统多为非线性系统, 非线性系统的参数识别一直是工程界中的热点和难点. 近年来, 许多学者提出了多种不同的方法, Kerschen 等在文献[1]中综述了现有的方法. 在现有的方法中, 一种常用于弱非线性系统的方法是通过建立系统参数与系统响应瞬时特性(包括瞬时振幅和瞬时频率)之间的关系函数, 从而识别出系统参数. 因此, 准确地计算系统响应瞬时特性对准确识别系统参数具有直接的影响. 求解信号瞬时特性常用的方法有小波变换和 Hilbert-Huang 变换两种, 这两种方法都在非线性系统识别中得到了广泛的应用. Staszewski^[2]提出了基于小波脊和小波骨架的非线性系统识别方法, 并通过数值算例验证了该方法的精度. Kijewski-Correa^[3]介绍了基于 morlet 小波变换的系统识别方法在土木工程领域的应用. Feldman^[4]通过 Hilbert 变换获得系统响应瞬时特性的估计公式, 进而识别了非线性系统的类型. Huang 等^[5]提出了一种改进的 Hilbert 变换方

法, 即归一化 Hilbert 变换(normalized Hilbert transform, NHT), 从而更准确地计算信号的瞬时频率. Pai^[6]将 Hilbert-Huang 变换应用到多种类型的非线性振动识别中, 均取得了较好的识别精度. Feldman^[4]综述了 Hilbert 变换在机械振动系统识别领域中的应用.

本文在 Krylov-Bogoliubov-Mitropolski(KBM)法^[7]的基础上, 基于系统响应提出系统参数识别方法. 此方法可一次性识别系统参数. 将此方法应用到 Duffing 方程和 Van der Pol 方程两类非线性振动系统中, 以验证在噪声干扰情况下该方法的精度.

1 基本理论

1.1 归一化 Hilbert 变换

非线性系统响应时程具有非平稳、非线性的特性. 瞬时频率是分析非平稳、非线性信号强有力的工具. 早在 1946 年, Gabor 就提出通过 Hilbert 变换构造解析信号从而求瞬时频率的方法. 对于任意单频率分量信号

$$y(t) = Q(t) \cos[\varphi(t)] \quad (1)$$

式中: $y(t)$ 为一多分量信号; $Q(t)$ 为瞬时振幅; $\varphi(t) = 2\pi f_0 t + \theta(t)$ 为瞬时相位角.

$y(t)$ 的解析信号定义为

$$Y(t) = y(t) + iq[y(t)] \quad (2)$$

其中 $i = \sqrt{-1}$; $q[y(t)] = Q(t) \sin[\varphi(t)]$ 为 $y(t)$ 的正交分量, 通常由 $y(t)$ 的 Hilbert 变换得到:

$$H[y(t)] = H\{Q(t) \cos[\varphi(t)]\} = Q(t) H\{\cos[\varphi(t)]\} \quad (3)$$

至此, $y(t)$ 的瞬时振幅和瞬时频率分别表示为

$$Q(t) = \sqrt{y^2(t) + H^2[y(t)]} \quad (4)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \left(\arctan \frac{H[y(t)]}{y(t)} \right) \quad (5)$$

然而, 根据 Bedrosian 定理^[8], 只有在 $Q(t)$ 和 $\cos[\varphi(t)]$ 的频谱完全分离时, 式(3)才能严格成立. Nuttall 等^[9]还指出, 调幅或调频信号的 Hilbert 变换并不等同于其正交分量, 并给出了两者之间的整体误差:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |H[y(t)] - q[y(t)]|^2 dt = 2 \int_{-\infty}^{\infty} |F(f)|^2 df \quad (6)$$

其中 $F(f)$ 是 $Q(t)e^{i\varphi(t)}$ 的傅里叶谱.

可见, 式(4)和(5)不能准确求解信号的瞬时振幅和瞬时频率. Huang 提出了将单频率分量信号归一化再进行 Hilbert 变换的方法, 如式(7)所示.

$$y_1(t) = \frac{y(t)}{e_1(t)} \quad (7)$$

其中 $y_1(t)$ 是 $y(t)$ 归一化得到的信号; $e_1(t)$ 是 $y(t)$ 的经验包络, 由 $y(t)$ 的极大值点三次样条插值得到. 归一化的过程往往需要重复若干次, 以确保归一化后的信号幅值不超过 1, 即

$$y_2(t) = \frac{y_1(t)}{e_2(t)}, \dots, y_n(t) = \frac{y_{n-1}(t)}{e_n(t)} \quad (8)$$

定义 $y(t)$ 的调频部分

$$F(t) = y_n(t) = \cos[\varphi(t)] \quad (9)$$

显然 $F(t)$ 保留了所有与 $y(t)$ 频率相关的信息. 由于 $F(t)$ 的幅值等于 1, 对 $F(t)$ 进行 Hilbert 变换不再受 Bedrosian 定理限制. 此外, Huang 对 $F(t)$ 与其 Hilbert 变换之间的误差给出了一种更为实用的表达式:

$$E(t) = \{ |F(t) + iH[F(t)]| - 1 \}^2 \quad (10)$$

其中 $H[F(t)]$ 为 $F(t)$ 的 Hilbert 变换.

Huang 把这种先归一化再进行 Hilbert 变换的方法称为归一化 Hilbert 变换(NHT), 并在文献[5]中验证了这种方法的优越性.

1.2 广义过零法

过零法是一种常用的计算信号局部频率的方法, 其基本思想是根据连续过零点之间的时间间隔来确定局部频率, 因为该方法计算的频率在连续过零点之间为一个定值. Huang 等^[5]在过零法的基础上提出将过零点和极值点视为控制点, 从而将时间分辨率提高到四分之一波形, 并把改进的方法命名为广义过零(generalized zero-crossing, GZC)法. Huang 将两个连续的同类型过零点或同类型极值点间的时间间隔定义为一个整周期, 信号中任意一点同时属于 4 个整周期, 定义为 T_{4j} , $j=1, 2, 3, 4$; 将两个连续的不同类型过零点或不同类型极值点间的时间间隔定义为一个半周期, 信号中任意一点同时属于两个半周期, 定义为 T_{2j} , $j=1, 2$; 将任意过零点与其相邻极值点间的时间间隔定义为一个四分之一周期, 信号中任意一点只属于一个四分之一周期, 定义为 T_1 . 根据三类周期的局部程度, 分别赋予 T_1 、 T_{2j} 、 T_{4j} 权重因子 4、2、1. 至此, 任意点的角频率可表示为

$$\omega = \frac{2\pi}{12} \left(\frac{1}{T_1} + \sum_{j=1}^2 \frac{1}{T_{2j}} + \sum_{j=1}^4 \frac{1}{T_{4j}} \right) \quad (11)$$

GZC 通过测量控制点间的时间间隔来计算局部频率, 其物理意义非常明确^[5]. 此外, 该方法不涉及任何形式的变换和微分, 因此具有极好的鲁棒性. 由于实际采样信号总是离散的, 采样信号不能总是准确地采集到极值点和过零点. 因此本文对上述方法进行改进: 对于过零点, 通过对最接近其的两个采样点线性插值得到; 对于极值点, 通过对最接近其的 7 个采样点二次抛物线拟合得到.

1.3 仿真信号分析

为验证 NHT 和 GZC 两种方法的可靠性, 对以下调幅调频信号进行分析:

$$x(t) = e^{-0.15t} [\sin(5\pi t) + 0.1 \cos(5\pi t)] \quad (12)$$

信号时域波形示于图 1, 采样频率和采样时长分别为 100 Hz 和 15 s. 由 Hilbert 变换求得的瞬时振幅示于图 1, NHT 和 GZC 求得的瞬时频率示于图 2. 为了使结果更为清晰, 图 2 只显示了第 4 s 到第 8 s 的瞬时频率结果. 可见 NHT 方法的结果与实际瞬时频率吻合良好, GZC 方法的结果也能较好反映实际瞬时频率的趋势.

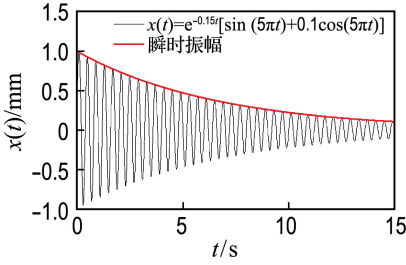


图1 振动响应

Fig. 1 Vibration response

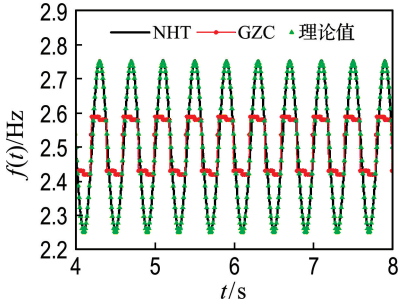


图2 原信号瞬时频率

Fig. 2 Instantaneous frequency of the original signal

为考察噪声对本文方法识别精度的影响,在 $x(t)$ 中加入零均值白噪声,并定义噪声比例如下:

$$N_p = \frac{\text{噪声标准差}}{\text{理论信号标准差}} \times 100\% \quad (13)$$

在 $x(t)$ 加入5%的白噪声后,求得的瞬时频率示于图3.可见NHT方法结果出现较大波动,GZC方法结果与加入噪声前的结果基本相同,说明GZC方法抗噪性能较好.这是由于GZC方法不涉及任何形式的变换和求导,通过直接测量零点和极值点间的时间间隔获得信号的局部频率,因此抗噪性能良好^[5].

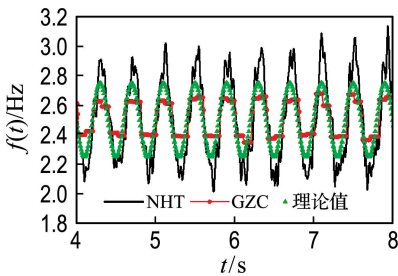


图3 噪声污染信号瞬时频率

Fig. 3 Instantaneous frequency of the noise-polluted signal

2 方法介绍

对于单自由度弱非线性动力系统,其自由振动方程可表示为

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = \epsilon f(\alpha, \dot{\alpha}) \quad (14)$$

式中: α 、 $\dot{\alpha}$ 和 $\ddot{\alpha}$ 分别是系统的位移、速度和加速度; ω_0 是系统线性化方程的振动角频率; ϵ 是小参数; f 是关于 α 和 $\dot{\alpha}$ 的非线性方程.

根据KBM法,式(14)的解可近似表示为^[10]

$$\alpha(t) = Q(t) \cos[\varphi(t)] \quad (15)$$

式中: $Q(t)$ 为瞬时振幅; $\varphi(t) = \omega_0 t + \theta(t)$ 为瞬时相位角, $\varphi(t)$ 对时间的一阶导数为瞬时频率; $Q(t)$ 和 $\theta(t)$ 均为随时间慢变的函数.

式(15)对时间求得

$$\dot{\alpha}(t) = \dot{Q}(t) \cos[\varphi(t)] - Q(t) \dot{\theta}(t) \times \sin[\varphi(t)] - Q(t) \omega_0 \sin[\varphi(t)] \quad (16)$$

由于 $Q(t)$ 和 $\theta(t)$ 均为随时间慢变的函数,式(16)右端前两项将远小于第3项,因此可以认为

$$\dot{\alpha}(t) = -Q(t) \omega_0 \sin[\varphi(t)] \quad (17)$$

$$\dot{Q}(t) \cos[\varphi(t)] - Q(t) \dot{\theta}(t) \sin[\varphi(t)] = 0 \quad (18)$$

类似地,可以得到

$$\ddot{\alpha}(t) = -Q(t) \omega_0^2 \cos[\varphi(t)] - \dot{Q}(t) \omega_0 \sin[\varphi(t)] - Q(t) \omega_0 \dot{\theta}(t) \cos[\varphi(t)] \quad (19)$$

将式(17)和(19)代入式(14),得

$$\dot{Q}(t) \omega_0 \sin[\varphi(t)] + Q(t) \omega_0 \dot{\theta}(t) \cos[\varphi(t)] = -\epsilon f\{Q(t) \cos[\varphi(t)], -Q(t) \omega_0 \sin[\varphi(t)]\} \quad (20)$$

联立式(18)和(20),得

$$\begin{aligned} \dot{Q}(t) &= -\frac{\epsilon}{\omega_0} f\{Q(t) \cos[\varphi(t)], \\ &\quad -Q(t) \omega_0 \sin[\varphi(t)]\} \sin[\varphi(t)] \\ \dot{\theta}(t) &= -\frac{\epsilon}{Q(t) \omega_0} f\{Q(t) \cos[\varphi(t)], \\ &\quad -Q(t) \omega_0 \sin[\varphi(t)]\} \cos[\varphi(t)] \end{aligned} \quad (21)$$

一般情况下,求解式(21)仍是相当困难的,KBM法将 $\dot{Q}(t)$ 和 $\dot{\theta}(t)$ 在一个周期内进行平均,有

$$\begin{aligned} \dot{Q}(t) &= -\frac{\epsilon}{2\pi\omega_0} \int_0^{2\pi} f\{Q(t) \cos[\varphi(t)], \\ &\quad -Q(t) \omega_0 \sin[\varphi(t)]\} \sin[\varphi(t)] d\varphi \\ \dot{\theta}(t) &= -\frac{\epsilon}{2\pi Q(t) \omega_0} \int_0^{2\pi} f\{Q(t) \cos[\varphi(t)], \\ &\quad -Q(t) \omega_0 \sin[\varphi(t)]\} \cos[\varphi(t)] d\varphi \end{aligned} \quad (22)$$

由于 $\varphi(t) = \omega_0 t + \theta(t)$,从而

$$\begin{aligned} \dot{Q}(t) &= -\frac{\epsilon}{2\pi\omega_0} \int_0^{2\pi} f\{Q(t) \cos[\varphi(t)], \\ &\quad -Q(t) \omega_0 \sin[\varphi(t)]\} \sin[\varphi(t)] d\varphi \\ \dot{\theta}(t) &= \omega_0 - \frac{\epsilon}{2\pi Q(t) \omega_0} \int_0^{2\pi} f\{Q(t) \cos[\varphi(t)], \\ &\quad -Q(t) \omega_0 \sin[\varphi(t)]\} \cos[\varphi(t)] d\varphi \end{aligned} \quad (23)$$

对于一般的工程问题,可以通过适当假定非线性项的形式,代入式(23)从而建立系统响应瞬时特性与系统参数之间的函数关系.下面将通过算例进一步介绍该方法的流程.

3 数值算例

3.1 Duffing 非线性振动系统

考虑下式所示的 Duffing 方程:

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha + k_3 \alpha^3 + c_1 \dot{\alpha} = 0$$
 (24)

即相当于式(14)中

$$\varepsilon f(\alpha, \dot{\alpha}) = -k_3 \alpha^3 - c_1 \dot{\alpha}$$
 (25)

将式(25)代入式(23)可得

$$\frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{Q(t)}{2}c_1, \quad \frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega_0 + \frac{3(Q(t))^2}{8\omega_0}k_3$$
 (26)

至此,如果可以得到系统振动响应时程的瞬时振幅及瞬时频率,即可根据式(26)最小二乘拟合识别系统参数 ω_0 、 k_3 、 c_1 .

作为算例,取 $\omega_0 = 45 \text{ rad/s}$ 、 $k_3 = 10$ 、 $c_1 = 0.1$,采用四阶龙格-库塔法计算其在初始振幅为 5 mm,初始速度为零时的振动响应,如图 4 所示.

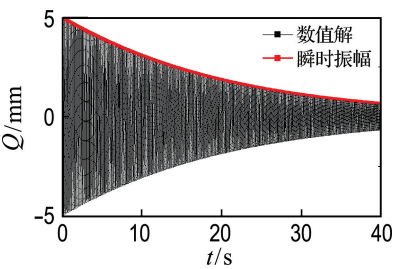


图 4 Duffing 非线性振动系统的振动响应
Fig. 4 Vibration response of nonlinear vibration system of Duffing type

图 5 为该响应时程的功率谱密度,其中纵坐标是以 10 为底的对数坐标.可见响应包含 7、21 和 35 Hz 3 个频率带,高阶成分能量很低.根据文献[11-12],EMD 分解很难筛选出能量较低的频率成分.因此,本例将振动响应时程通过一个零相位数字滤波器^[13]从而获得单频率分量信号.

通过 Hilbert 变换得到的瞬时振幅示于图 4 中,NHT 和 GZC 方法求得的瞬时角频率示于图 6 中.在使用 NHT 方法求瞬时角频率时,信号两端分别用与其第一个和最后一个周期相同的波形延长,从而减轻端部效应.可见,两种方法求得的瞬时角频率趋势十分相似,NHT 方法的结果波

动更大,这与 Huang 在文献[5]中的结果相吻合.

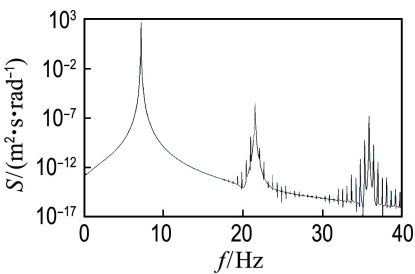


图 5 Duffing 非线性振动系统的功率谱密度
Fig. 5 Power spectral density of nonlinear vibration system of Duffing type

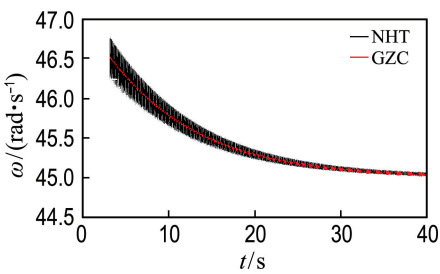


图 6 Duffing 非线性振动系统的瞬时角频率
Fig. 6 Instantaneous circular frequency of nonlinear vibration system of Duffing type

将瞬时振幅和瞬时角频率结果代入式(26),通过最小二乘拟合识别系统参数,各参数识别结果示于表 1.可见各参数识别结果具有很好的精度,即使在信号受到 10% 噪声污染时,各参数识别结果误差都在 4% 以内.因此,本文方法对该类系统识别精度较高,且具有良好的抗噪性.

表 1 Duffing 非线性振动系统的识别结果

Tab. 1 Identification results of nonlinear vibration system of Duffing type

方法	$N_p/\%$	$\omega_0/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	误差/ $\%$	k_3	误差/ $\%$	c_1	误差/ $\%$
NHT	0	45.005	0.011	9.909	0.910	0.101	1
	5	45.005	0.011	9.868	1.320	0.103	3
	10	45.006	0.013	9.864	1.360	0.096	4
GZC	0	45.006	0.013	9.849	1.510	0.103	3
	5	45.116	0.257	9.917	0.830	0.099	1
	10	45.129	0.286	9.897	1.030	0.103	3

3.2 Vanderpol 非线性振动系统

如下式所示的 Vanderpol 方程:

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha + c_1 \dot{\alpha} + c_2 \alpha^2 \dot{\alpha} = 0$$
 (27)

即相当于式(14)中

$$\varepsilon f(\alpha, \dot{\alpha}) = -c_1 \dot{\alpha} - c_2 \alpha^2 \dot{\alpha} \tag{28}$$

将式(28)代入式(23)可得

$$\frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{Q(t)}{2}c_1 - \frac{(Q(t))^3}{8}c_2, \quad \frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega_0 \tag{29}$$

至此,如果可以得到系统振动响应时程的瞬时振幅及瞬时频率,即可根据式(29)最小二乘拟合识别系统参数 ω_0 、 c_1 、 c_2 。

作为算例,取 $\omega_0 = 45 \text{ rad/s}$, $c_1 = 0.1$, $c_2 = 0.1$,采用四阶龙格-库塔法计算其在初始振幅为 5 mm,初始速度为零时的振动响应,结果如图 7 所示。

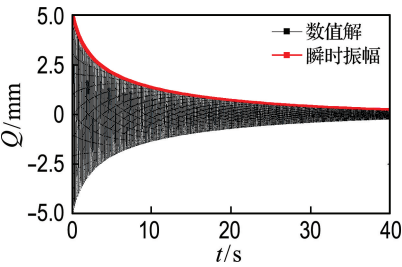


图 7 Vanderpol 非线性振动系统的振动响应

Fig. 7 Vibration response of nonlinear vibration system of Vanderpol type

图 8 为该响应时程的功率谱密度,其中纵坐标是以 10 为底的对数坐标。可见响应包含 7、21 和 35 Hz 3 个频率带,高阶成分能量很低。同样,本例将振动响应时程通过一个零相位数字滤波器从而获得单频率分量信号。

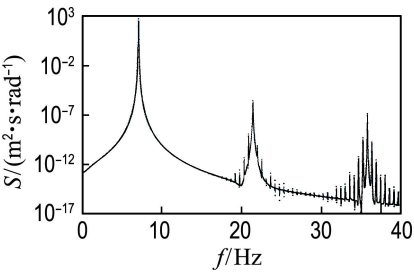


图 8 Vanderpol 非线性振动系统的功率谱密度

Fig. 8 Power spectral density of nonlinear vibration system of Vanderpol type

通过 Hilbert 变换得到的瞬时振幅示于图 7 中,NHT 和 GZC 方法求得的瞬时角频率示于图 9 中。在使用 NHT 方法求瞬时角频率时,信号两端分别用与第一个和最后一个波形相同的正弦波延长,从而减轻了端部效应。可见,两种方法求得

的瞬时角频率结果吻合良好。

将瞬时振幅和瞬时角频率结果代入式(29),通过最小二乘拟合识别系统参数,各参数识别结果示于表 2。可见各参数识别结果具有很好的精度,即使在信号受到 10% 噪声污染时,各参数识别结果误差都在 3% 以内。因此,本文方法对该类系统识别精度较高,且具有良好的抗噪性。

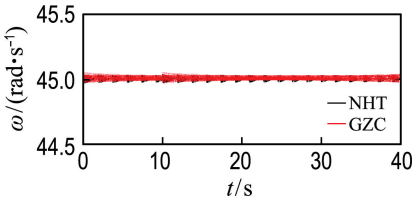


图 9 Vanderpol 非线性振动系统的瞬时角频率

Fig. 9 Instantaneous circular frequency of nonlinear vibration system of Vanderpol type

表 2 Vanderpol 非线性振动系统的识别结果

Tab. 2 Identification results of nonlinear vibration system of Vanderpol type

方法	$N_p/\%$	$\omega_0/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	误差/ $\%$	c_1	误差/ $\%$	c_2	误差/ $\%$
NHT	0	45.004	0.009	0.101	1	0.102	2
	5	45.001	0.002	0.098	2	0.103	3
	10	45.007	0.016	0.098	2	0.102	2
GZC	0	45.004	0.009	0.102	2	0.099	1
	5	45.015	0.033	0.102	2	0.102	2
	10	45.169	0.376	0.103	3	0.098	2

4 结 语

本文在 KBM 法的基础上,提出了一种基于系统响应瞬时特性的非线性系统识别方法;采用归一化 Hilbert 变换和广义过零法求解信号瞬时振幅和瞬时频率,通过算例验证了两种方法的效果;将本文提出的系统识别方法应用到 Duffing 方程和 Vanderpol 方程两类非线性振动系统,发现即使在系统响应受到较大噪声污染时,本文方法也有很好的识别精度。

参考文献：

[1] KERSCHEN G, GOLINVAL J C. Generation of accurate finite element models of nonlinear systems — application to an aeroplane-like structure [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2005, 39(1/2): 129-142.

- [2] STASZEWSKI W J. Identification of non-linear systems using multi-scale ridges and skeletons of the wavelet transform [J]. **Journal of Sound and Vibration**, 1998, **214**(4):639-658.
- [3] KIJEWski-CORREA T L. Full-scale measurements and system identification: A time-frequency perspective [D]. Notre Dame: University of Notre Dame, 2003.
- [4] FELDMAN M. Non-linear system vibration analysis using Hilbert transform — I. Free vibration analysis method 'Freevib' [J]. **Mechanical Systems and Signal Processing**, 1994, **8**(2):119-127.
- [5] HUANG N E, WU Zhaohua, LONG S R, *et al.* On instantaneous frequency [J]. **Advances in Adaptive Data Analysis**, 2009, **1**(2):177-229.
- [6] PAI P F. Nonlinear vibration characterization by signal decomposition [J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2007, **307**(3/4/5):527-544.
- [7] BOGOLIUBOV N N, MITROPOLSKI Y A. **Asymptotic Methods in the Theory of Non-Linear Oscillations** [M]. New York: Gordon and Breach, 1961.
- [8] BEDROSIAN E, RICE S O. Output properties of Volterra systems (nonlinear systems with memory) driven by harmonic and Gaussian inputs [J]. **Proceedings of the IEEE**, 1971, **59**(12):1688-1707.
- [9] NUTTALL A H, BEDROSIAN E. On the quadrature approximation to the Hilbert transform of modulated signals [J]. **Proceedings of the IEEE**, 1966, **54**(10):1458-1459.
- [10] SCHMIDT G, TONDL A. **Non-Linear Vibrations** [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
- [11] PENG Z K, TSE P W, CHU F L. An improved Hilbert-Huang transform and its application in vibration signal analysis [J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2005, **286**(1/2):187-205.
- [12] PENG Z K, TSE P W, CHU F L. A comparison study of improved Hilbert-Huang transform and wavelet transform: Application to fault diagnosis for rolling bearing [J]. **Mechanical Systems and Signal Processing**, 2005, **19**(5):974-988.
- [13] 纪跃波, 秦树人, 汤宝平. 零相位数字滤波器[J]. 重庆大学学报(自然科学版), 2000, **23**(6):4-7.
JI Yuebo, QIN Shuren, TANG Baoping. Digital filtering with zero phase error [J]. **Journal of Chongqing University (Natural Science Edition)**, 2000, **23**(6):4-7. (in Chinese)

Nonlinear system identification based on instantaneous characteristics of dynamic response

QIN Anzhuang¹, YANG Zhixun¹, ZHANG Mingjie², WU Wenhua¹, ZHANG Wenshou^{*1}

(1. Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. School of Civil Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: In the light of the Krylov-Bogoliubov-Mitropolski (KBM) method, a nonlinear system identification method is developed based on the instantaneous characteristics of the dynamic response of the system. The method identifies all the system parameters through establishing function relationship connecting system transient response characteristics with system parameters. The normalized Hilbert transform (NHT) and the generalized zero-crossing (GZC) method are introduced to calculate the instantaneous amplitude and frequency of the dynamic response. An example is applied to verify the efficiencies of these two methods. The proposed system identification method is applied to the nonlinear vibration systems of the Duffing and Van der Pol equations. Experimental results show that the method has good identification accuracy even when the dynamic responses are largely polluted by noises.

Key words: instantaneous frequency; normalized Hilbert transform; generalized zero-crossing method; nonlinear system identification