

操作变量与前馈变量转换对模型预测控制可行域影响机制

罗雄麟*, 张佳, 许锋, 许鋈

(中国石油大学自动化系, 北京 102249)

摘要: 模型预测控制因其解耦性和强鲁棒性得以在过程控制中广泛使用. 在实际生产过程中, 因操作需要常常放开控制器对部分操作变量的控制, 此部分操作变量则转化为前馈变量. 变量之间的转换将使系统的结构在方系统、胖系统和瘦系统之间发生转换. 对于瘦系统, 操作变量的维数少于被控变量, 其控制效果往往低于其他结构的系统. 同时, 原操作变量不被控制器控制后, 转换为前馈变量, 也会影响对系统的控制效果. 可行域能直接反映系统控制效果. 在对状态空间模型进行多步预测推导的基础上, 将部分控制变量与前馈变量进行转换, 用空间几何映射表示变量转换, 并分析转换对系统可行域的影响. 最后, 针对实际生产过程中放开部分控制变量的情况, 提出预判机制, 以保证系统可控.

关键词: 过程控制; 模型预测控制; 前馈变量; 可行域

中图分类号: TP273

文献标识码: A

doi: 10.7511/dllgxb201703014

0 引言

模型预测控制由于其良好的约束处理能力、解耦性和强鲁棒性, 在复杂工业系统中展现了良好的控制性能, 在工业过程中应用广泛^[1-5]. 经过30多年的研究, 模型预测控制已取得重大发展.

在预测控制系统稳定性的研究方面, 近年来成果颇丰^[6-7]. 此类研究中, 常常将系统分为方系统、非方系统, 非方系统又可分为胖系统和瘦系统^[8]. 方系统和胖系统由于操作变量的维数等于或多于被控变量的维数, 其控制方法和控制稳定性往往都要优于瘦系统. 实际的化工过程系统维数都比较高, 由于约束的作用, 很多操作变量无法在控制过程中发挥作用^[9], 系统结构常常在方系统、胖系统和瘦系统之间转换. 系统结构的转换对于系统的稳定性甚至可控性有非常大的影响. 大多数系统的操作变量与被控变量之间并不是一一对应的, 这为此类系统的研究增加了难度^[10].

在生产过程中, 由于实际控制的需要, 常常放开控制器对部分操作变量的控制, 此部分操作变量转换为系统的干扰变量. 由于操作变量的减少,

系统结构变化会给系统的稳定性和可控性带来影响. 同时, 由于干扰变量的增加, 系统稳定性也会发生改变.

近年来, 学者们对于系统的研究均是基于系统结构不会发生变化的前提下进行的, 但是实际生产过程中, 系统结构常会因各种外界因素的影响发生变化. 系统结构发生变化后, 对系统的所有优化都不再能实现期望的控制效果. 可见, 系统结构变化对系统控制效果的影响机制研究是非常有意义的.

预测控制研究中, 对于扰动变量的处理目前主要有两种方法^[11-14], 应用最广泛的是通过加入干扰观测器来抑制扰动的作用, 其次是通过辨识或物理建模获得扰动的模型并采用前馈的方法加以抑制. 以上方法的缺点就是不能直观地分析扰动对控制效果的影响. 而且, 现有对扰动的研究局限于外部扰动^[15], 并未考虑系统操作变量的转换产生的扰动对系统的影响.

可行域作为预测控制系统稳定性和可控性研究的重要参数^[16], 在优化系统控制算法、预测约

束可行性分析方面起着至关重要的作用,其大小直接由系统变量的约束范围确定.当外力因素使得系统的变量之间发生转换时,必然会引起系统可行域的变化.

针对约束预测控制中可行域变化问题, Graichen 等^[17]提出将带有约束的变量,通过变换得到与原始预测控制表达式类似的不考虑约束的表示形式,该方法有效避免操作变量达到约束饱和而成为系统扰动,但针对主动使预测控制器释放部分操作变量(变为扰动变量)、系统可行域发生变化的情况并未给出说明.其后,大多数学者都遵循此思路,以避免控制变量维数降低使可行域变化而带来的影响.

针对控制变量维数减少的情况,杜晓宁^[18]和李德伟等^[19]提出了减少预测控制器控制变量维数的算法,以降低预测控制滚动优化计算量,此算法专注于对被控变量进行抽象计算,并未考虑减少控制变量个数这一策略对系统稳定性的影响,缺少理论指导机制.

由此可见,目前针对由于变量达到约束饱和或人为主观因素调控使得控制变量维数减少且转换为前馈扰动的问题,还没有进行过多研究.而此研究对实际工业过程中频繁的变量转换现象,具有很重要的理论指导意义.

沿此思路,本课题组针对引入前馈变量的情况下预测控制可行域的变化问题,已进行了相关研究分析.通过映射的直观手段,使用凸空间^[20]的思想,求得可行域的顶点集合,进而求解得出引入前馈变量对可行域大小的影响^[21].

在上述研究基础上,本文将利用映射的思想^[22],在对状态空间模型进行 P 步预测推导的基础上,将部分控制变量与前馈变量进行转换,分析可行域映射空间交集的变化,针对实际生产过程中需要放开部分控制变量的情况,研究变量转换对预测系统可行域的影响机制.

1 预测控制操作变量与前馈变量的转换

1.1 MIMO 系统状态空间模型描述

模型预测控制的系统状态空间模型如下^[23]:

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k) &= \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}(k|k) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(k) \\ \hat{\boldsymbol{y}}(k|k) &= \boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{x}}(k|k)\end{aligned}\quad (1)$$

式中: $\hat{\boldsymbol{x}}(k+i|k) \in \boldsymbol{R}^n$ 表示 k 时刻对 $k+i$ 时刻系统中间状态的估计, $\hat{\boldsymbol{x}}(k|k) = \boldsymbol{x}(k)$ 表示系统当前时刻的已知状态; $\boldsymbol{u}(k) \in \boldsymbol{R}^m$ 表示操作变量; $\boldsymbol{y}(k) \in \boldsymbol{R}^r$ 表示被控变量, $\hat{\boldsymbol{y}}(k|k) = \boldsymbol{y}(k)$ 表示系统当前时刻的输出. 系数矩阵 $\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{R}^{n \times n}$, $\boldsymbol{B} \in \boldsymbol{R}^{n \times m}$, $\boldsymbol{C} \in \boldsymbol{R}^{r \times n}$.

对输出的 P 步预测为

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k) &= \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}(k|k) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(k) \\ \hat{\boldsymbol{x}}(k+2|k) &= \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k) + \boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{u}}(k+1|k) = \\ & \quad \boldsymbol{A}^2\hat{\boldsymbol{x}}(k|k) + \boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(k) + \boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{u}}(k+1|k) \\ & \quad \vdots \\ \hat{\boldsymbol{x}}(k+P|k) &= \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}(k+P-1|k) + \\ & \quad \boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{u}}(k+P-1|k) = \\ & \quad \boldsymbol{A}^P\hat{\boldsymbol{x}}(k|k) + \boldsymbol{A}^{P-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(k) + \cdots + \\ & \quad \boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{u}}(k+P-1|k)\end{aligned}$$

其中控制时域为 M , $i \geq M$ 时, $\Delta\hat{\boldsymbol{u}}(k+i|k) = \mathbf{0}$.

根据输出与状态的关系 $\boldsymbol{y}(k) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(k)$, 得到对输出的 P 步预测可表示为

$$\hat{\boldsymbol{Y}}(k) = \boldsymbol{S}_x\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{S}_u\boldsymbol{u}(k) = \boldsymbol{Y}_0(k) + \boldsymbol{S}_u\hat{\boldsymbol{U}}(k) \quad (2)$$

其中

$$\boldsymbol{S}_x = \begin{pmatrix} \boldsymbol{C}\boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^M \\ \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^{M+1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^P \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{S}_u = \begin{pmatrix} \boldsymbol{C}\boldsymbol{B} & & & & \\ \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}\boldsymbol{B} & \boldsymbol{C}\boldsymbol{B} & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \\ \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^{M-1}\boldsymbol{B} & \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^{M-2}\boldsymbol{B} & \cdots & \boldsymbol{C}\boldsymbol{B} & \\ \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^M\boldsymbol{B} & \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^{M-1}\boldsymbol{B} & \cdots & \boldsymbol{C}(\boldsymbol{A}\boldsymbol{B} + \boldsymbol{B}) & \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \\ \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^{P-1}\boldsymbol{B} & \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^{P-2}\boldsymbol{B} & \cdots & \boldsymbol{C}\sum_{i=0}^{P-M}\boldsymbol{A}^i\boldsymbol{B} & \end{pmatrix}$$

$$\hat{\boldsymbol{U}}(k) = \begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{u}}(k|k) \\ \vdots \\ \hat{\boldsymbol{u}}(k+M-1|k) \end{pmatrix}$$

$$Y_0(k) = \begin{pmatrix} y_0(k+1) \\ \vdots \\ y_0(k+P) \end{pmatrix} = S_x x(k)$$

约束优化的约束条件为

$$\begin{aligned} u_{\min} &\leq \hat{u}(k) \leq u_{\max} \\ y_{\min} &\leq \hat{y}(k) \leq y_{\max} \end{aligned}$$

由式(2),约束条件可写为

$$\begin{aligned} U_{\min} &\leq \hat{U}(k) \leq U_{\max} \\ Y_{\min} - Y_0(k) &\leq S_U \hat{U}(k) \leq Y_{\max} - Y_0(k) \end{aligned} \quad (3)$$

1.2 操作变量转换为前馈变量

实际生产过程中,因生产需要,会放开对部分操作变量的控制,此部分变量则转换为前馈变量.

将式(1)的状态空间表示为

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1|k) &= A \hat{x}(k|k) + (B_{u^-} \ B_{v^-}) \begin{pmatrix} u_{u^-}(k) \\ u_{v^-}(k) \end{pmatrix} = \\ &A \hat{x}(k|k) + B_{u^-} u_{u^-}(k) + B_{v^-} u_{v^-}(k) \\ \hat{y}(k|k) &= C \hat{x}(k|k) \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $u_{u^-}(k) \in R^{m-j}$ 表示操作变量, $u_{v^-}(k) \in R^j$ 表示转换为前馈变量的部分. 系数矩阵 $A \in R^{n \times n}$, $B_{u^-} \in R^{n \times (m-j)}$, $B_{v^-} \in R^{n \times j}$, $C \in R^{r \times n}$.

对输出进行 P 步预测,控制时域为 M , $i \geq M$ 时, $\Delta \hat{u}(k+i|k) = 0$.

根据输出与状态的关系 $y(k) = Cx(k)$,对输出的 P 步预测可表示为

$$\begin{aligned} \hat{Y}_{\text{dis}}(k) &= S_x x(k) + S_{u^-} u_{u^-}(k) + S_{v^-} u_{v^-}(k) = \\ &Y_0(k) + S_U \hat{U}_{u^-}(k) + S_v U_{v^-}(k) \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$S_x = \begin{pmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^M \\ CA^{M+1} \\ \vdots \\ CA^P \end{pmatrix}$$

$$S_{U^-} = \begin{pmatrix} CB_{u^-} & & & \\ CAB_{u^-} & CB_{u^-} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ CA^{M-1} B_{u^-} & CA^{M-2} B_{u^-} & \cdots & CB_{u^-} \\ CA^M B_{u^-} & CA^{M-1} B_{u^-} & \cdots & C(AB_{u^-} + B_{u^-}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ CA^{P-1} B_{u^-} & CA^{P-2} B_{u^-} & \cdots & C \sum_{i=0}^{P-M} A^i B_{u^-} \end{pmatrix}$$

$$S_v = \begin{pmatrix} CB_{v^-} & & & \\ CAB_{v^-} & CB_{v^-} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ CA^{M-1} B_{v^-} & CA^{M-2} B_{v^-} & \cdots & CB_{v^-} \\ CA^M B_{v^-} & CA^{M-1} B_{v^-} & \cdots & C(AB_{v^-} + B_{v^-}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ CA^{P-1} B_{v^-} & CA^{P-2} B_{v^-} & \cdots & C \sum_{i=0}^{P-M} A^i B_{v^-} \end{pmatrix}$$

$$Y_0(k) = \begin{pmatrix} y_0(k+1) \\ \vdots \\ y_0(k+P) \end{pmatrix} = S_x x(k)$$

$$\begin{aligned} \hat{U}_{u^-}(k) &= \begin{pmatrix} \hat{u}_{u^-}(k|k) \\ \vdots \\ \hat{u}_{u^-}(k+P-1|k) \end{pmatrix} \\ U_{v^-}(k) &= \begin{pmatrix} u_{v^-}(k) \\ \vdots \\ u_{v^-}(k+P-1) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

约束优化的约束条件为

$$\begin{aligned} u_{\min} &\leq \hat{u}_{u^-}(k) \leq u_{\max} \\ y_{\min} &\leq \hat{y}_{\text{dis}}(k) \leq y_{\max} \end{aligned}$$

可写为

$$\begin{aligned} U_{\min} &\leq \hat{U}_{u^-}(k) \leq U_{\max} \\ Y_{\min} &\leq Y_{\text{dis}}(k) \leq Y_{\max} \end{aligned}$$

根据式(5),约束空间可写为

$$\begin{aligned} U_{\min} &\leq \hat{U}_{u^-}(k) \leq U_{\max} \\ Y_{\min} - Y_0(k) - S_v U_{v^-}(k) &\leq S_U \hat{U}_{u^-}(k) \leq \\ &Y_{\max} - Y_0(k) - S_v U_{v^-}(k) \end{aligned} \quad (6)$$

对比式(3)和(6)可以看出,输出约束空间部分操作变量转换成前馈变量后,产生了 $S_v U_{v^-}(k)$ 的平移. 同时由于操作变量的减少,映射到输入约束空间的维数也随之减少,与输入约束空间的交集,即可行域,也因此发生变化. 可见,操作变量转换为前馈变量会对系统的可行域造成影响.

1.3 前馈变量转换回操作变量

根据生产需要,系统有时需要将部分转换的前馈变量转换回操作变量. 前馈变量转换回操作变量时,若变量仍在原约束范围内,则可将此部分前馈变量直接转换为操作变量.

将前馈变量做如下转换:

$$\mathbf{B}_v \mathbf{u}_v(k) = (\mathbf{B}_v^- \quad \mathbf{B}_v^+) \begin{pmatrix} \mathbf{u}_v^-(k) \\ \mathbf{u}_v^+(k) \end{pmatrix} = \mathbf{B}_v^- \mathbf{u}_v^-(k) + \mathbf{B}_v^+ \mathbf{u}_v^+(k)$$

代入式(4)中,得到

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) &= \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}}(k|k) + \mathbf{B}_v^- \mathbf{u}_v^-(k) + \mathbf{B}_v^+ \mathbf{u}_v^+(k) = \\ &= \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}}(k|k) + (\mathbf{B}_v^- \quad \mathbf{B}_v^+) \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{u}_v^-(k) \\ \mathbf{u}_v^+(k) \end{pmatrix} + \mathbf{B}_v^- \mathbf{u}_v^-(k) = \\ &= \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}}(k|k) + \mathbf{B}_v^+ \mathbf{u}_v^+(k) + \mathbf{B}_v^- \mathbf{u}_v^-(k) \end{aligned}$$

$$\hat{\mathbf{y}}(k|k) = \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}(k|k)$$

输出的 P 步预测可表示为

$$\hat{\mathbf{Y}}_{\text{dis}}^-(k) = \mathbf{S}_x \mathbf{x}(k) + \mathbf{S}_v^+ \mathbf{u}_v^+(k) + \mathbf{S}_v^- \mathbf{u}_v^-(k) = \mathbf{Y}_0(k) + \mathbf{S}_v^+ \hat{\mathbf{U}}_v^+(k) + \mathbf{S}_v^- \mathbf{U}_v^-(k) \quad (7)$$

约束优化的约束条件

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{\min} &\leq \hat{\mathbf{u}}_v^+(k) \leq \mathbf{u}_{\max} \\ \mathbf{y}_{\min} &\leq \hat{\mathbf{y}}_{\text{dis}}^-(k) \leq \mathbf{y}_{\max} \end{aligned}$$

可写为

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{\min} &\leq \hat{\mathbf{U}}_v^+(k) \leq \mathbf{U}_{\max} \\ \mathbf{Y}_{\min} &\leq \mathbf{Y}_{\text{dis}}^-(k) \leq \mathbf{Y}_{\max} \end{aligned}$$

根据式(7),约束空间可写为

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{\min} &\leq \hat{\mathbf{U}}_v^+(k) \leq \mathbf{U}_{\max} \\ \mathbf{Y}_{\min} - \mathbf{Y}_0(k) - \mathbf{S}_v^- \mathbf{U}_v^-(k) &\leq \mathbf{S}_v^+ \hat{\mathbf{U}}_v^+(k) \leq \mathbf{Y}_{\max} - \mathbf{Y}_0(k) - \mathbf{S}_v^- \mathbf{U}_v^-(k) \quad (8) \end{aligned}$$

对比式(8)和(6)可以看出,前馈变量在约束空间内转换为操作变量时,操作变量维数增加,输出约束空间映射到输入约束空间的维数也增加。前馈变量减少,输出约束空间的平移量也随之减少。系统的可行域由于以上两参数的变化,将随之发生变化。

当前馈变量当前时刻的值超出了原约束范围,直接转换为操作变量时系统可能无法尽快将其控制到约束范围内甚至系统失控。此种情况下可在不影响系统输出的前提下放宽该操作变量的约束范围再进行转换。

2 变量转换对系统可行域变化的影响机制

上一章中讨论了系统变量转换对可行域的影响,由于实际过程中变量较多,系统约束空间维数较大,很难通过数据直接判断当前时刻进行变量

转换后系统是否还能存在可行域,下面将以双输入双输出系统为例,通过几何作图直观地分析变量转换对系统可行域的影响机制。

2.1 变量转换对系统可行域影响的几何描述

选取系统输入为 u_1, u_2 , 输出为 y_1, y_2 , 输入约束范围为 $u_{1\min} \leq u_1 \leq u_{1\max}$ 和 $u_{2\min} \leq u_2 \leq u_{2\max}$, 输出约束范围为 $y_{1\min} \leq y_1 \leq y_{1\max}$ 和 $y_{2\min} \leq y_2 \leq y_{2\max}$ 。根据式(3),系统的可行域可以表示为输出约束空间映射到输入约束空间的交集部分。几何表现如图1所示。

将操作变量 u_2 转换为前馈变量时,输入约束空间由之前的二维空间变为只有 $u_{1\min} \leq u_1 \leq u_{1\max}$ 的一维空间,输出约束空间映射输入约束空间后也变为一维空间,当前时刻交集部分为系统的可行域,几何表现如图2所示。

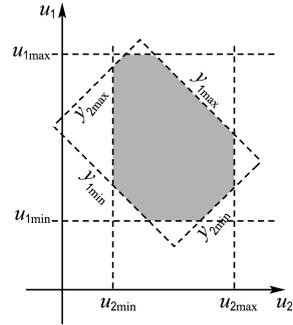


图1 系统可行域几何示意图

Fig. 1 Geometric schematic diagram of feasible region

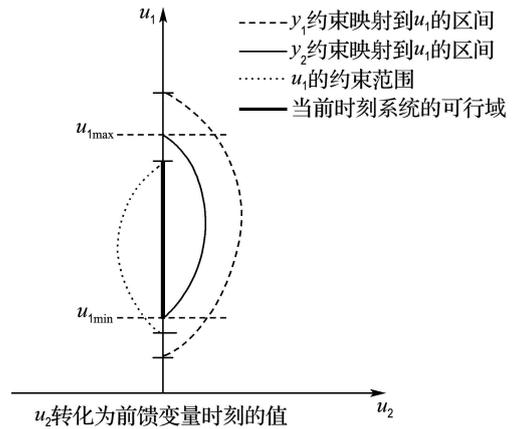


图2 操作变量转换为前馈变量后系统可行域的变化

Fig. 2 Change of feasible region after manipulated variables transformed into feed-forward variables

由于系统为线性系统,将 u_2 变化造成的系统可行域变化的轨迹连线,可得到系统可行域的变化

化规律,如图 3 所示.

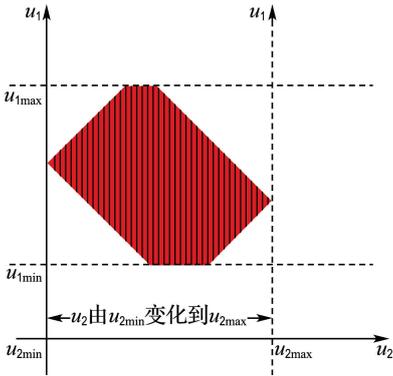


图 3 随 u_2 变化系统可行域变化轨迹连线

Fig. 3 Trajectory lines of feasible region changing with u_2

比较图 3 与图 1 可以看出,变量转换后,系统的可行域由转换的变量当前值决定,随着转换后前馈变量的变化,系统的可行域也随之变化.当 u_2 超过图中 u_{2min} 和 u_{2max} 范围后,系统将无可行域.

2.2 变量转换对预测控制可行域大小的影响

变量转换对可行域的变化影响可分为以下几种形式.

(1) 可行域变小

多数情况下,操作变量转换为前馈变量后,系统的可行域是变小的.由于操作变量的减少,输入约束空间维数降低,与输出约束空间映射到输入约束空间的交集空间维数也相应减少.对于可行域较小的系统,若变量转换使得系统可行域变小,可能导致系统不稳定或无法正常运行,在实际生产中不建议将此部分操作变量转换.

(2) 可行域不变

当输出约束空间映射到输入约束空间的部分与输入约束空间相交的部分恰好为转换的变量,系统只能在此部分变量的固定值处稳定运行.将此部分变量放开控制的时刻,系统可行域不变,几何表现形式如图 4 所示.

输出约束映射区间与输入约束空间的交集在操作变量 u_2 的约束边际,可行域只有 u_2 约束边际的线段,当 u_2 转换为前馈变量时,系统可行域仍为此线段,未发生变化.

此种情况下当 u_2 转换为前馈变量发生变化后,输出约束空间经过线性平移系统可行域甚至增加.

实际生产中,若系统为此种情况,操作变量转换为前馈变量对系统的稳定性不产生影响,甚至系统能更稳定,为减少控制器压力,可长期放开对此部分操作变量的控制作用.

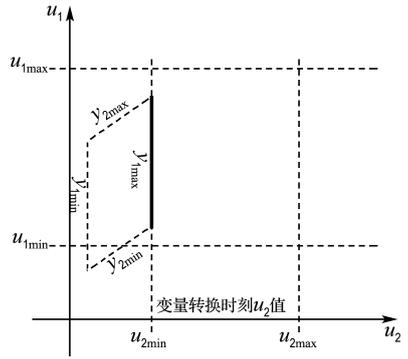


图 4 变量转换时系统可行域不变

Fig. 4 No influence on feasible region with variables transformation

3 仿真实例

以 Shell 重油分馏塔为例^[24],模型传递函数矩阵为

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{4.05e^{-27s}}{50s+1} & \frac{1.77e^{-28s}}{60s+1} & \frac{5.88e^{-27s}}{50s+1} \\ \frac{5.39e^{-18s}}{50s+1} & \frac{5.72e^{-14s}}{60s+1} & \frac{6.9e^{-15s}}{40s+1} \\ \frac{4.38e^{-20s}}{33s+1} & \frac{4.42e^{-22s}}{44s+1} & \frac{7.2e^{-0s}}{19s+1} \end{pmatrix}$$

其中,传递函数中各变量已经过量纲一化处理,时间常数单位为 min,采样周期为 4 min.假设系统初始输出为零.

选取模型的 3 个操作变量和 3 个被控变量,选取其中 1 个操作变量,放开控制器对其的控制,使其转换为前馈变量,稳定后将此变量再转换回操作变量.对各变量转换前后的状态进行仿真.各变量含义见表 1.

表 1 被控变量与操作变量

Tab. 1 Controlled variables and manipulated variables

变量类型	变量名称
被控变量	塔顶产品组成, y_1
	塔侧产品组成, y_2
	塔底再沸温度, y_3
操作变量	塔顶回流量, u_1
	塔侧回流量, u_2
	塔底再沸加热蒸汽量, u_3

操作变量的约束范围均为 $[-0.5, 0.5]$, 被控变量约束范围

$$y_1 \in [-0.5, 0.5], y_2 \in [-0.5, 0.5],$$

$$y_3 \in [-0.5, 0.1]$$

系统被控目标为

$$y_1 \in [0.3, 0.4], y_2 \in [0.3, 0.4],$$

$$y_3 \in [-0.3, -0.1515]$$

对系统变量转换情况进行仿真, 结果如图 5 所示. 其几何表现形式如图 6 所示.

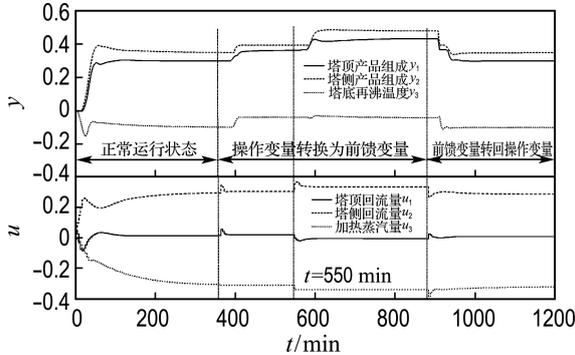


图 5 变量转换对系统的影响

Fig. 5 Influence of variables transformation on system

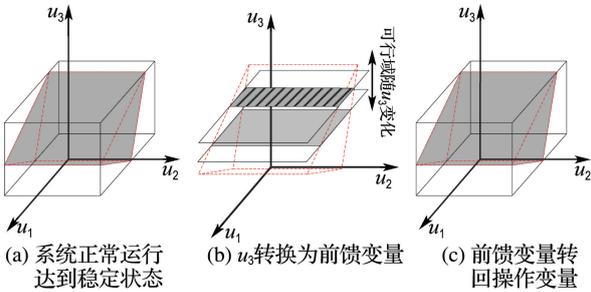


图 6 变量转换对系统可行域影响几何示意图

Fig. 6 Geometric schematic diagram of feasible region influenced by variables transformation

仿真过程分为 4 个阶段:

(1)开车到稳定运行阶段:系统在控制器的控制下达到稳定状态,输出结果 $y_1 = 0.3, y_2 = 0.35, y_3 = -0.1$, 在系统的控制目标范围内,并且稳定运行.其可行域几何示意图如图 6(a)所示.

(2)稳定运行状态到发生变量转换:当 $t = 350$ min 时,放开控制器对操作变量 u_3 的控制,操作变量 u_3 转换为前馈变量.变量发生转换后,系统的输入约束空间发生变化,维数减少,映射矩阵由三维变为二维,可行域范围由原来的 u_1, u_2, u_3 组成的三维空间变为 u_1, u_2 组成的平面,可行

域减小,几何示意图如图 6(b)所示.由于可行域减小,系统无法在最优可行解处取值,系统的输出无法达到最佳的设定值,系统的输出结果发生变化.

(3)前馈变量发生阶跃:在 $t = 550$ min 时,给前馈变量一个 10% 的阶跃,前馈变量的变化使得系统的可行域发生前馈变量 u_3 方向的平移,系统可行域变得更小,操作变量取值离最优解距离发生更大的变化,导致系统的输出无法稳定在设定值范围内.其可行域几何示意图如图 6(b)所示.

(4)前馈变量 u_3 转回操作变量:在 $t = 880$ min 时,将前馈变量转换回操作变量.由于前馈变量 u_3 仍在原操作变量的约束范围内,根据本文的分析,前馈变量转回操作变量,系统仍能稳定运行并回到转换前的稳定状态.由仿真结果可以看出,系统的输出与变量转换前稳定运行状态的输出结果一致,验证了在变量不超出其约束范围的情况下,该变量可以在任意时刻转换回操作变量的结论.该阶段可行域几何示意图如图 6(c)所示.

4 结 语

本文从实际生产中存在的变量间相互转换的实际情况出发,利用映射和空间几何的思想,分析研究得出了操作变量与前馈变量转换对控制系统可行域的影响机制.变量转换后系统可行域维度发生变化,对系统的稳定性甚至可控性有明显的影响.转换的变量若仍在原有约束范围内变化,则系统仍能达到稳定状态,并且该变量可转换回操作变量;若转换的变量超出约束范围,则会使系统失控.因此,针对实际生产中的需要,在放开控制器对某些操作变量的控制前,应先分析此部分操作变量与前馈变量的转换对系统可行域的影响,确定系统的可控性.

参 考 文 献:

[1] 席裕庚,李德伟,林 姝. 模型预测控制——现状与挑战[J]. 自动化学报, 2013, 39(3):222-236.
 XI Yugeng, LI Dewei, LIN Shu. Model predictive control-status and challenges [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(3):222-236. (in Chinese)
 [2] 王 可,董从建,张 博. 模型预测控制工业应用及发展研究[J]. 信息通信, 2013(4):31.
 WANG Ke, DONG Congjian, ZHANG Bo.

- Application and development of model predictive control [J]. **Information & Communications**, 2013(4):31. (in Chinese)
- [3] 刘向杰,孔小兵. 电力工业复杂系统模型预测控制——现状与发展[J]. 中国电机工程学报, 2013, **33**(5):79-85.
LIU Xiangjie, KONG Xiaobing. Present situation and prospect of model predictive control application in complex power industrial process [J]. **Proceedings of the CSEE**, 2013, **33**(5):79-85. (in Chinese)
- [4] TOMIZUKA M. Model based prediction, preview and robust controls in motion control systems [C] // **1996 4th International Workshop on Advanced Motion Control**. Piscataway: IEEE, 1996.
- [5] DARBY M L, NIKOLAOU M. MPC: Current practice and challenges [J]. **Control Engineering Practice**, 2012, **20**(4):328-342.
- [6] MAYNE D Q, RAWLINGS J B, RAO C V, *et al.* Constrained model predictive control: Stability and optimality [J]. **Automatica**, 2000, **36**(6):789-814.
- [7] 刘雨波,罗雄麟,许锋. 分布式预测控制全局协调及稳定性分析[J]. 化工学报, 2013, **64**(4):1318-1331.
LIU Yubo, LUO Xionglin, XU Feng. Global coordination and stability analysis for distributed model predictive control system [J]. **CIESC Journal**, 2013, **64**(4):1318-1331. (in Chinese)
- [8] 邹涛,李海强,丁宝苍,等. 多变量预测控制系统稳态解的相容性与唯一性分析[J]. 自动化学报, 2013, **39**(5):519-529.
ZOU Tao, LI Haiqiang, DING Baocang, *et al.* Compatibility and uniqueness analyses of steady state solution for multi-variable predictive control systems [J]. **Acta Automatica Sinica**, 2013, **39**(5):519-529. (in Chinese)
- [9] 杨罡. 电力系统模型预测控制技术研究[D]. 北京:北京交通大学, 2013.
YANG Gang. Research on power system model predictive control technology [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2013. (in Chinese)
- [10] 席裕庚. 复杂工业过程的满意控制[J]. 信息与控制, 1995, **24**(1):14-20.
XI Yugeng. Satisfactory control of complex industrial process [J]. **Information and Control**, 1995, **24**(1):14-20. (in Chinese)
- [11] VALENCIA-PALOMO G, ROSSITER J A, LÓPEZ-ESTRADA F R. Improving the feed-forward compensator in predictive control for setpoint tracking [J]. **ISA Transactions**, 2014, **53**(3):755-766.
- [12] NUNEZ-REYES A, NORMEY-RICO J E, BORDONS C, *et al.* A Smith predictive based MPC in a solar air conditioning plant [J]. **Journal of Process Control**, 2005, **15**(1):1-10.
- [13] ROSSITER J A. **Model-based Predictive Control-A Practical Approach** [M]. London: CRC Press, 2004.
- [14] 王永宾,许军,周奇勋. 改进重置粒子群算法在MPC调速系统中的应用[J]. 微电机, 2015, **48**(5):79-84.
WANG Yongbin, XU Jun, ZHOU Qixun. Application of improved reinitialization PSO for MPC in speed control system [J]. **Micromotors**, 2015, **48**(5):79-84. (in Chinese)
- [15] 李奇安,李平,于海斌,等. 串联系统的多前馈-反馈广义预测控制[J]. 控制与决策, 2002, **17**(4):402-406.
LI Qi'an, LI Ping, YU Haibin, *et al.* Multiple feed-forward and feedback generalized predictive control for cascade system [J]. **Control and Decision**, 2002, **17**(4):402-406. (in Chinese)
- [16] 于洋,许璠,罗雄麟. 预测控制约束边界效应与解决方法研究[J]. 自动化学报, 2014, **40**(9):1922-1932.
YU Yang, XU Jun, LUO Xionglin. Constraint boundary effect in model predictive control and corresponding solution [J]. **Acta Automatica Sinica**, 2014, **40**(9):1922-1932. (in Chinese)
- [17] GRAICHEN K, PETIT N. Incorporating a class of constraints into the dynamics of optimal control problems [J]. **Optimal Control Applications and Methods**, 2009, **30**(6):537-561.
- [18] 杜晓宁. 预测控制新型优化策略的研究及分析[D]. 上海:上海交通大学, 2001.
DU Xiaoning. Study and analysis on new optimization strategy of predictive control [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2001. (in Chinese)
- [19] 李德伟,席裕庚,秦辉. 预测控制等效集结优化策略的研究[J]. 自动化学报, 2007, **33**(3):302-308.
LI Dewei, XI Yugeng, QIN Hui. An equivalent

- aggregation optimization strategy in model predictive control [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(3):302-308. (in Chinese)
- [20] 张惜岭, 王书斌, 罗雄麟. 化工过程约束优化控制的可行性分析及约束处理[J]. 化工学报, 2011, **62**(9):2546-2554.
ZHANG Xiling, WANG Shubin, LUO Xionglin. Feasibility analysis and constraints adjustment of constrained optimal control in chemical processes [J]. *CIESC Journal*, 2011, **62**(9):2546-2554. (in Chinese)
- [21] 张佳, 罗雄麟, 许锋, 等. 前馈变量对预测控制可行域的影响分析[J]. 化工学报, 2016, **67**(9):3776-3783.
ZHANG Jia, LUO Xionglin, XU Feng, *et al.* Influence of feed forward variables on feasible region of model predictive control [J]. *CIESC Journal*, 2016, **67**(9):3776-3783. (in Chinese)
- [22] 罗雄麟, 周晓龙, 王书斌. 输入变量关联约束对约束优化控制的影响特性分析[J]. 自动化学报, 2013, **39**(5):679-689.
LUO Xionglin, ZHOU Xiaolong, WANG Shubin. Analysis of constrained optimal control with related constraints of input variables [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(5):679-689. (in Chinese)
- [23] 罗雄麟, 周晓龙, 王书斌, 等. 多约束状态过程的区间预测控制[C] // 第三十一届中国控制会议论文集. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2012:4062-4068.
LUO Xionglin, ZHOU Xiaolong, WANG Shubin, *et al.* Zone control with model predictive control for much constrained states process [C] // *Proceedings of the 31st Chinese Control Conference*. Hefei: Press of University of Science and Technology of China, 2012:4062-4068. (in Chinese)
- [24] 罗雄麟, 周晓龙, 朱丽萍. 参考轨迹在线优化的区间预测控制[J]. 控制工程, 2013, **20**(3):223-226, 230.
LUO Xionglin, ZHOU Xiaolong, ZHU Liping. Zone model predictive control with online optimization of reference trajectory [J]. *Control Engineering of China*, 2013, **20**(3):223-226, 230. (in Chinese)

Influential mechanism of switch between manipulated variables and feed-forward variables on feasible region of model predictive control

LUO Xionglin*, ZHANG Jia, XU Feng, XU Jun

(Department of Automation, China University of Petroleum, Beijing 102249, China)

Abstract: Model predictive control is widely used in process control because of its decoupling ability and strong robustness. In the actual industrial process, considering operation requirements, a part of manipulated variables are released by controller and transformed into feed-forward variables at the same time. The transformation between manipulated variables and feed-forward variables results in structure changing among different systems, including square system, fat system and thin system. For the thin system, in which the dimension of manipulated variables is less than that of the controlled variables, the control result is usually less effective than the others. Besides, the partial original manipulated variables, released by controller, transformed into feed-forward variables, also affect the control performance. Feasible region can reflect the effect of the control system directly. On the basis of the multi-step prediction formula derivation for state space model, the method of spatial geometry mapping is used to express the transformation between manipulated variables and feed-forward variables. In addition, it is also used to analyze the influence on the change of feasible region caused by the transformation. Finally, aiming at the situation for releasing partial manipulated variables, prejudgment method is proposed to ensure the stability.

Key words: process control; model predictive control; feed-forward variables; feasible region