

基于最优算法的网络控制系统性能研究

李志慧¹, 郭戈^{*2}, 王兵³

(1. 大连理工大学 控制科学与工程学院, 辽宁 大连 116024;

2. 大连海事大学 信息科学技术学院, 辽宁 大连 116026;

3. 国网吉林省电力有限公司检修公司, 吉林 长春 130021)

摘要: 针对时隙 ALOHA 随机调度下的离散网络控制系统, 提出一种闭环系统特征矩阵谱条件数与极点配置相结合的控制设计方法. 为了同时考虑控制系统与通信系统性能, 将闭环系统特征矩阵谱条件数的最小值问题转化为无约束最优化问题, 进而实现控制器设计的优化, 降低控制系统对信道吞吐率的要求, 使得控制系统与较低吞吐率的通信系统同时稳定, 从而实现网络控制系统的稳定. 仿真结果表明, 该方法设计的控制器具有良好的控制性能, 能够在较低吞吐率的信道中稳定运行.

关键词: 网络控制系统; 吞吐率; 时隙 ALOHA; 极点配置; 最优化

中图分类号: TP18

文献标识码: A

doi: 10.7511/dllgxb201704013

0 引言

在制造业、车辆、航空器、航天器、船舶等领域, 系统信息与控制信号之间经常需要通过网络传输, 每个经过网络连接的系统组成部分都称为节点. 当一个系统的闭环回路需要通信信道连接时, 被称为网络控制系统, 通信信道连接传感器与控制器或控制器与执行器. 由于网络资源有限, 多个传感器共同分享一个信道时, 如果没有协作, 信息将会频繁地发生碰撞, 子系统不能及时获取信息, 最终导致通信系统和控制系统不稳定. 因此, 多个节点接入网络时, 接入信道的方式成为了关注的热点问题. MAC 层决定信息接入信道的方式, 将通信系统中的 MAC 层协议与控制系统性能相结合, 对于保证通信系统与控制系统的稳定性具有重要意义.

通信系统中 MAC 层调度协议负责分配多用户共享的信道资源, TDMA 是多址协议中的一种信道划分方式, 其在时域上实现用户信号正交化. 在文献[1-2]中, 采用固定分配方式将用户接入网

络. 在文献[1]中, 根据 MRBS 序列产生的接入序列, 子系统周期性地接入网络中, 但没有考虑未接入信息因素的影响. 文献[2]中, 结合最优控制, 得出周期性调度序列. 然而, 固定分配方式很难处理突发和分布式网络控制系统问题. 随机分配方式^[3]不同于固定分配方式, 适合处理分布式网络控制系统的问题, 通过退避算法^[4]来减少碰撞次数, 如纯 ALOHA 调度协议^[5]、时隙 ALOHA 调度协议^[6-7]、载波侦听多路访问/碰撞避免调度协议(CSMA/CA)^[8]. 在随机接入的通信系统中, 吞吐率是重要的性能指标, 可以利用单位时间内通信系统成功传输信息的概率表示. 纯 ALOHA 调度协议的吞吐率很低; 时隙 ALOHA 调度协议在纯 ALOHA 调度协议的基础上改进, 其吞吐率提高了一倍; CSMA/CA 调度协议通过侦听信道提高吞吐率, 但增加了成本. 本文的通信系统采用时隙 ALOHA 调度协议, 规定各个传感器只能在时隙开始时刻传输数据. 在时隙 ALOHA 调度协议下, 网络控制系统转化为一个随机系统.

很多学者对随机系统进行了研究, 文献[9]将

多个传感器接入网络的方式表述为随机伯努利过程,但并未考虑碰撞问题.文献[10]设计在一个周期内总能保证信息接入的通信协议,但是并没有考虑控制器的设计问题.文献[11]针对具有不同传输速率的子系统设计了随机接入序列.文献[12]将执行器接入网络的过程描述为 Markov 过程,利用 LMI 进行控制器设计和稳定性分析.文献[13]将传感器和执行器的接入过程均描述为 Markov 过程,利用 LMI 进行控制器设计和稳定性分析.然而它们在通信协议的实现中,仍然需要进一步完善.本文不同于文献[12]和[13]之处是,基于随机调度协议的网络控制系统,采用极点配置的方法分析稳定性性能和设计控制器.

本文采用时隙 ALOHA 调度协议,将通信系统的吞吐率与控制系统稳定性及控制器设计相结合,实现通信系统与控制系统稳定性的协同设计.

1 问题描述

1.1 系统构成

考虑时隙 ALOHA 调度协议下单信道离散网络控制系统如图 1 所示,传感器是时间驱动的,控制器和执行器是事件驱动的, n 个传感器共同分享一个信道,通过时隙 ALOHA 调度协议竞争网络资源.

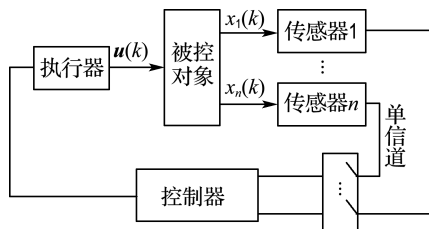


图 1 网络控制系统

Fig. 1 Networked control systems

被控对象描述为离散时不变系统:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 是系统状态; $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^m$ 是控制输入; $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和 $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 分别为适当维数的系统矩阵和控制矩阵.矩阵对 $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ 可控,矩阵 $\mathbf{B}$ 是列满秩的.

1.2 信息接入机制

时隙 ALOHA 调度协议将时间分成相同长

度的时隙 T ,每个时隙可以发送一个数据包,各个传感器独立地传输数据,传感器 i 只能在某时隙的开始时刻传输控制信息,如果只有一个传感器 i 在某时隙传输信息,则传感器 i 能够成功传输控制信息;如果两个或更多传感器在同一时隙传输信息,则会发生碰撞,任一传感器都不能成功传输信息,未成功发送的控制信息需要等待重传;如果在某时隙传感器都没有传输信息,则信道空闲.

不失一般性,假设传感器 i 在某时隙传输控制信息的概率为 G_i ,传感器 i 在某时隙未传输控制信息的概率为 $1 - G_i$,由于各个传感器独立传输数据,传感器 i 成功发送控制信息的概率为 $p_i = G_i \prod_{j=1, j \neq i}^m (1 - G_j)$,传感器 i 未成功发送控制信息(发送失败或根本没有发送)的概率为 $1 - p_i$.对所有的传感器 i , $p_i \leq G_i$.假设各个传感器的统计特性相同,则 $p_i = p_j$ ($i, j = 1, 2, \dots, n; i \neq j$).

吞吐率 S 定义为某时隙成功发送数据包的平均个数,网络负载 G 定义为某时隙发送数据包(成功发送的数据包和未成功发送需要重传的数据包)的平均个数^[14].由于各个传感器的统计特性相同, $p_i = S/n$, $G_i = G/n$.吞吐率 $S = G(1 - G/n)^{n-1}$.当网络负载为 1 时,系统的吞吐率取得最大值, $S_{\max} = (1 - 1/n)^{n-1}$.

1.3 时隙 ALOHA 调度协议下系统模型

由信息接入机制得知,传感器 i ($i = 1, 2, \dots, n$) 接入网络的过程是一个随机过程.用二值函数 $\delta_i(k): \mathbf{R} \rightarrow \{0, 1\}$ 表示传感器 i 在时刻 k 接入网络的状态. $\delta_i(k) = 1$ 代表传感器 i 在时刻 k 接入网络,其发生的概率为 p_i ; $\delta_i(k) = 0$ 代表传感器 i 在时刻 k 未接入网络,即未接入网络的概率为 $1 - p_i$.每个传感器接入网络的概率是相同的,为了表达方便,将传感器接入网络的概率表示为 $p = p_i$,每个传感器未接入网络的概率表示为 $1 - p = 1 - p_i$.矩阵 $\sigma(k) = \text{diag}\{\delta_1(k), \dots, \delta_n(k)\}$ 表示所有传感器在时刻 k 接入网络的状态,其由时隙 ALOHA 调度协议的方式决定信息接入序列, $\sigma(k) \in \{\eta_0, \eta_1, \dots, \eta_i, \dots, \eta_n\}$, η_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 表示只有传感器 i 接入网络,仅第 i 个对角元素为 1,其余元素为 0 的矩阵. η_0 是零矩阵,表示没

有传感器接入网络.

被控制器接收的系统状态描述为

$$\bar{x}(k) = \sigma(k)x(k) \quad (2)$$

由于传感器与控制器之间的信息交换需要经过时隙 ALOHA 调度协议下单信道网络, 传感器信息成功接入网络且被对应控制器成功接收的信息为

$$u(k) = K\bar{x}(k) = K\sigma(k)x(k) \quad (3)$$

结合式(3), 系统(1)表示为

$$x(k+1) = [A + BK\sigma(k)]x(k) \quad (4)$$

本文的目的是设计使得时隙 ALOHA 调度协议下单信道离散网络控制系统稳定的控制器, 分析时隙 ALOHA 调度协议下, 通信系统吞吐率与控制系统稳定性和系统动态特性的关系.

2 稳定性分析

对于给定传感器个数的系统, 其吞吐率 $S = pn$, 为了保证网络控制系统的稳定, 一方面需要保证控制系统的稳定性, 一方面需要保证通信系统的稳定性. 通信系统稳定性^[15]的一种解释为系统的输出量不小于系统的输入量, 即系统实际吞吐率小于系统所能容纳的最大吞吐率. 本文结合两方面的稳定性展开讨论. 接下来介绍控制系统的稳定性.

引理 1 控制器(3)可以使系统(4)均方稳定^[16], 如果存在矩阵

$$W = \sum_{i=0}^n p(A + BK\eta_i) \otimes (A + BK\eta_i) \quad (5)$$

是 Schur 稳定的, $\otimes$ 代表克罗内克积.

定理 1 系统(4)是均方稳定的, 如果存在控制器(3), 满足

$$\rho(A \otimes A + (S/n)(A \otimes BK + BK \otimes A + (BK \otimes BK)\Phi)) < 1 \quad (6)$$

其中 $\rho(\cdot)$ 代表矩阵的谱半径, $\Phi = \text{diag}\{e_1 e_1^T, \dots, e_i e_i^T, \dots, e_n e_n^T\}$, e_i 为 n 维第 i 个元素为 1、其余元素为 0 的列向量.

证明 根据式(5)得

$$W = \sum_{i=0}^n p(A + BK\eta_i) \otimes (A + BK\eta_i) =$$

$$A \otimes A + A \otimes \left(\sum_{i=0}^n pBK\eta_i \right) +$$

$$\left(\sum_{i=0}^n pBK\eta_i \right) \otimes A + BK \otimes BK \sum_{i=0}^n p(\eta_i \otimes \eta_i) \quad (7)$$

时隙 ALOHA 调度协议下的单信道网络每次只能传输一个传感器信息, 因此有

$$\sum_{i=0}^n p\eta_i = pI \quad (8)$$

其中 $I \in R^{n \times n}$. 进一步有

$$\sum_{i=0}^n p\eta_i \otimes \eta_i = p\Phi \quad (9)$$

因此得出:

$$\begin{aligned} W &= A \otimes A + (S/n)(A \otimes BK + BK \otimes A + \\ &\quad (BK \otimes BK)\Phi) = \\ &\quad p(A_K \otimes A_K) + (1-p)(A \otimes A) + \\ &\quad p(BK \otimes BK)(\Phi - I) \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $A_K = A + BK$. 定理 1 得证.

注: 定理 1 也可以直接利用状态误差矩阵证明.

定义 1 $P_{\max}$ 是能使系统稳定的信息未接入网络概率的上界, 即在信息未接入网络概率小于 $P_{\max}$ 的情况下, 网络控制系统是稳定的.

注: $P_{\max}$ 反映了具有开环的系统的鲁棒稳定性, 当 $P_{\max}$ 较大时, 系统仍保持稳定, 则系统具有较好的性能, 事实上, 在传输过程中具有信息丢失的系统的动态性能也是由闭环系统的极值点决定的. 很明显, 如果闭环系统是名义稳定的, 则 $P_{\max}$ 大于零. 直接求信息未接入网络概率是比较困难的, 将其转化为求 $P_{\max}$ 的下界.

定理 2 如果网络控制系统是名义稳定的, $A_K = A + BK$ 是可对角化的, 则存在 $P_{\max} \geq$

$$\min \left\{ 1, \frac{1 - \rho^2(A_K)}{\kappa_2^2(A_K)(\|A\|_2^2 + \|BK\|_2^2) - \rho^2(A_K)} \right\}.$$

证明 如果不等式 $\kappa_2^2(A_K)(\|A\|_2^2 + \|BK\|_2^2) - \rho^2(A_K) < 0$ 成立, 则 $P_{\max}$ 一定大于零, 定理 2 成立. 需要证明 $\kappa_2^2(A_K)(\|A\|_2^2 + \|BK\|_2^2) - \rho^2(A_K) > 0$ 时, $P_{\max}$ 下界满足的条件. 由定理 1 得出 $W = W_1 + W_2$, 其中 $W_1 = (1-p)(A \otimes A) + p(BK \otimes BK)(\Phi - I)$, $W_2 = p(A_K \otimes A_K)$, 根据式(10)将 $(1-p)(A \otimes A) + p(BK \otimes BK)(\Phi - I)$ 作为闭环矩阵 $p(A_K \otimes A_K)$ 的干扰. 由 Bauer-Fike 理论得, 对于任意给定的 $\hat{\lambda} \in \text{spec}(W)$, 存在 $\lambda \in \text{spec}(A_K \otimes A_K)$ 满足

$$|\hat{\lambda} - p\lambda| \leq (1-p)\kappa_2(\mathbf{A_K} \otimes \mathbf{A_K})(\|\mathbf{A} \otimes \mathbf{A}\|_2 + p(\mathbf{BK} \otimes \mathbf{BK})\Phi)$$

(11)

其中 $\text{spec}(\cdot)$ 代表矩阵的谱, $\kappa_2(\cdot)$ 和 $\|\cdot\|_2$ 分别代表矩阵的谱条件数和范数. $\kappa_2(\mathbf{A_K} \otimes \mathbf{A_K}) = \kappa_2^2(\mathbf{A_K})$, $\|\mathbf{A} \otimes \mathbf{A}\|_2 = \|\mathbf{A}\|_2^2$. 因此

$$|\hat{\lambda} - p\lambda| \leq (1-p)\kappa_2^2(\mathbf{A_K})(\|\mathbf{A}\|_2^2 + \|\mathbf{BK}\|_2^2)$$

(12)

式(12)可写为

$$|\hat{\lambda} - (1-\alpha)|\lambda| \leq \alpha\kappa_2^2(\mathbf{A_K})(\|\mathbf{A}\|_2^2 + \|\mathbf{BK}\|_2^2)$$

(13)

其中 $p=1-\alpha$.

根据式(10)和 $|\lambda| < \rho(\mathbf{A_K}) < 1$, 得出

$$\alpha[\kappa_2^2(\mathbf{A_K})(\|\mathbf{A}\|_2^2 + \|\mathbf{BK}\|_2^2) - |\lambda|] + |\lambda| < 1$$

(14)

由式(14)可得 $|\hat{\lambda}| < 1$, 因此系统(4)在控制器(3)下是均方稳定的.

由式(14)得出

$$\alpha < \frac{1 - \rho^2(\mathbf{A_K})}{\kappa_2^2(\mathbf{A_K})(\|\mathbf{A}\|_2^2 + \|\mathbf{BK}\|_2^2) - \rho^2(\mathbf{A_K})}$$

(15)

根据式(11)得出 $|\hat{\lambda}| < 1$, 由于 $\hat{\lambda}$ 是任意的, 控制器 $\mathbf{K}$ 可以使系统(4)均方稳定.

注:从通信角度,当网络负载 $G=1$ 时,系统的吞吐率取得最大值, $S_{\max} = (1-1/n)^{n-1}$, 由于系统的吞吐率与未接入概率之间存在关系 $S = pn = (1-\alpha)n$, 如果通信系统是稳定的, 则一定存在 $S_{\max} \geq S, (1-1/n)^{n-1} \geq (1-\alpha)n$.

3 控制器设计

$P_{\max}$ 下界最大化条件下得到的控制器具有更好的鲁棒性能,而且放宽了对通信系统的要求,在较低吞吐率的通信系统中也能实现稳定传输. $P_{\max}$ 下界最大化,即 $\kappa_2^2(\mathbf{A_K})(\|\mathbf{A}\|_2^2 + \|\mathbf{BK}\|_2^2)$ 最小化.

选择控制器矩阵 $\mathbf{K} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 使得闭环系统矩阵 $\mathbf{A} + \mathbf{BK}$ 的谱表示为任意基数为 n 的自共轭复数,换言之,存在一个可逆的矩阵 $\mathbf{T} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 满足

$$(\mathbf{A} + \mathbf{BK})\mathbf{T} = \mathbf{T}\mathbf{A}$$

(16)

式中: $\mathbf{A}$ 为实伪对角阵, 满足

$$\mathbf{A} = \text{diag} \left\{ \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ -\beta_1 & \alpha_1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} \alpha_{n_1} & \beta_{n_1} \\ -\beta_{n_1} & \alpha_{n_1} \end{pmatrix}, \gamma_1, \dots, \right.$$

$$\left. \gamma_{n-2n_1} \right\}$$

其中 $\alpha_l \pm \beta_l i (l=1, 2, \dots, n_1), \gamma_v (v=1, 2, \dots, n-2n_1)$ 为闭环系统的特征值.

式(16)可以被表示为

$$\mathbf{AT} - \mathbf{TA} + \mathbf{BG} = \mathbf{0}$$

(17)

$$\mathbf{G} = \mathbf{KT}$$

(18)

其中 $\mathbf{T} = \mathbf{T}(\mathbf{G}), \mathbf{G} \in \Phi \subset \mathbf{R}^{m \times n}, \Phi := \{\mathbf{G} \in \mathbf{R}^{m \times n} | \mathbf{T}(\mathbf{G}) \text{ 是非奇异的} \}$. 由于 $\mathbf{T} = \mathbf{T}(\mathbf{G})$ 是内射函数, 控制器被表示为 $\mathbf{K} = \mathbf{K}(\mathbf{G}) = \mathbf{GT}^{-1}(\mathbf{G})$.

$\kappa_2^2(\mathbf{A_K})(\|\mathbf{A}\|_2^2 + \|\mathbf{BK}\|_2^2)$ 的最小值问题即最优化问题, 目标函数表示为

$$J(\mathbf{G}) = \|\mathbf{T}(\mathbf{G})\|_F^2 \|\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{G})\|_F^2 \times (\|\mathbf{A}\|_F^2 + \|\mathbf{BGT}^{-1}(\mathbf{G})\|_F^2)$$

(19)

对于非零数 $\omega, J_i(G_i) = J_i(\omega G_i)$, 使得海森矩阵在最小点奇异, 为克服此困难, 选择一个辅助目标函数^[17]

$$\phi_q(\mathbf{G}) = (\|\mathbf{T}(\mathbf{G})\|_F^2 + \|\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{G})\|_F^2) \times (\|\mathbf{A}\|_F^2 + \|\mathbf{BGT}^{-1}(\mathbf{G})\|_F^2)$$

(20)

给定 $\mathbf{G}$ 的初始值, 利用梯度解下降法求能使辅助目标函数 $\phi_q(\mathbf{G})$ 最小的 $\mathbf{T}(\mathbf{G})$, 进而求出具有鲁棒性能的控制器的 $\mathbf{K} = \mathbf{GT}^{-1}$.

将 $\hat{\mathbf{G}}_q$ 作为 $\mathbf{G}$ 的逼近值, 控制器设计算法如下:

- (1) 令 $q=1$, 给定初始值 $\mathbf{G}(0)$, 计算 $\hat{\mathbf{G}}_q$.
- (2) $q := q+1$, 利用 $\hat{\mathbf{G}}_{q-1}$ 计算 $\hat{\mathbf{G}}_q, \hat{\mathbf{G}}_q$ 作为初始参考值, 计算 $\hat{\mathbf{G}}_{q+1}$.
- (3) 如果 $\phi_{q-1}(\hat{\mathbf{G}}_{q-1}) - \phi_q(\hat{\mathbf{G}}_q) \leq \epsilon$, 则停止, 否则转向步骤(2).
- (4) 控制器 $\mathbf{K} = \hat{\mathbf{K}} = \hat{\mathbf{G}}_q \mathbf{T}^{-1}(\hat{\mathbf{G}}_q), \mathbf{T}(\hat{\mathbf{G}}_q)$ 由式(18)得到.

4 数值仿真

采用 MATLAB 工具进行数值仿真. 考虑网络控制系统: $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1.1 & 0.4 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

通过本文的控制器设计方法获得优化的控制器 $\mathbf{K} = -\begin{pmatrix} 1.1414 & 0.3416 \\ 0.2941 & 0.9086 \end{pmatrix}$, 取 $p = p_i = 0.2$, 初

始状态 $\mathbf{x} = (0.1 \quad 0.1)^\top$. 闭环系统的极点为 $-0.05 \pm 0.1i$. 当 $n = 2$ 时, $S_{\max} = 0.5$, 因此 $p = p_i \leq 0.25, i = 1, 2$.

图 2 表示系统的状态误差, 验证本文设计控制器的有效性. 图 3 中 (a) 和 (b) 分别代表传感器 1 和传感器 2 接入网络的序列, “1”代表传感器正在传输信息, “0”代表传感器没有传输信息. 图 3(c) 中的“1”代表信道正在传输信息, “0”代表信道处于空闲状态.

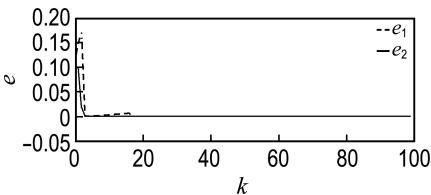
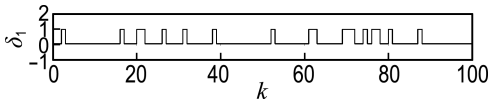
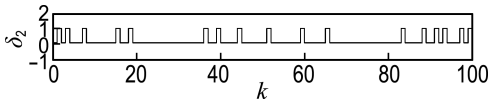


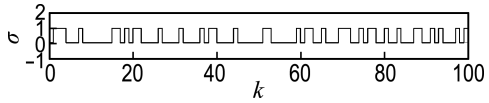
图 2 优化极点配置控制器下系统状态误差
Fig. 2 The system state error under the optimal pole assignment controller



(a) 传感器 1



(b) 传感器 2



(c) 信道状态

图 3 接入序列

Fig. 3 The access sequence

图 4 表示系统在次优化条件下极点配置控制

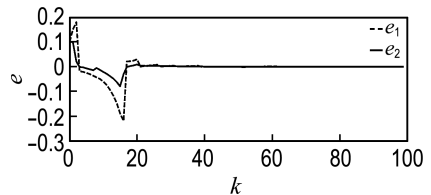


图 4 次优化极点配置控制器下系统状态误差
Fig. 4 The system state error under suboptimal pole assignment controller

器 $K_u = -\begin{pmatrix} 1.2494 & 0.2484 \\ 0.2988 & 0.9006 \end{pmatrix}$ 的系统状态误差, 更进一步验证了本文设计的优化条件下极点配置控制器具有更好的鲁棒性能.

5 结 语

本文针对时隙 ALOHA 调度协议下单信道离散网络控制系统, 基于闭环系统特征矩阵谱条件数与极点配置设计控制器. 首先将时隙 ALOHA 调度协议下网络控制系统建模成离散的随机网络控制系统, 然后推出通信系统吞吐率与控制系统动态特性的关系, 最后利用 MATLAB 仿真工具, 验证了本文设计方法的有效性. 本文未考虑退避过程产生延时的影响, 今后将对其进一步研究.

参考文献:

[1] GUO Ge, WEN Shixi. Protocol sequence and control co-design for a collection of networked control systems [J]. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, 2016, **26**(3):489-508.

[2] REHBINDER H, SANFRIDSON M. Scheduling of a limited communication channel for optimal control [J]. **Automatica**, 2004, **40**(3):491-500.

[3] TOBAGI F A. Multiaccess protocols in packet communication systems [J]. **IEEE Transactions on Communications**, 1980, **COM-28**(4):468-488.

[4] KWAK B-J, SONG N-O, MILLER L E. Performance analysis of exponential backoff [J]. **IEEE Transactions on Networking**, 2005, **13**(2):343-355.

[5] CARLEIAL A R, HELLMAN M E. Bistable behavior of ALOHA-type systems [J]. **IEEE Transactions on Communications**, 1975, **COM-23**(4):401-410.

[6] ZAALLOUL A, EL AATTAR M B, HANINI M. Sharing channel in IEEE 802. 16 using the cooperative model of slotted ALOHA [J]. **International Journal of Computer & Organization Trends**, 2013, **3**(9):439-443.

[7] GHEZ S, VERDU S, SCHWARTZ S C. Stability properties of slotted ALOHA with multipacket

- reception capability [J]. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 1988, **33**(7):640-649.
- [8] YENER A, ROSE C, YATES R D. Optimum power scheduling for CDMA access channels [C] // **Conference Record / IEEE Global Telecommunications Conference**. Piscataway: IEEE, 1997:1499-1503.
- [9] LIU Kun, FRIDMAN E, JOHANSSON K H. Networked control with stochastic scheduling [J]. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 2015, **60**(11):3071-3076.
- [10] SHUM K W, CHEN C S, SUNG C W, *et al.* Shift-invariant protocol sequences for the collision channel without feedback [J]. **IEEE Transactions on Information Theory**, 2009, **55**(7):3312-3322.
- [11] WONG W S. New protocol sequences for random-access channels without feedback [J]. **IEEE Transactions on Information Theory**, 2007, **53**(6):2060-2071.
- [12] GUO Ge. Linear systems with medium-access constraint and Markov actuator assignment [J]. **IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers**, 2010, **57**(11):2999-3010.
- [13] GUO Ge. Feedback control with scheduled communication sequences and random delays [J]. **International Journal of Control, Automation and Systems**, 2010, **8**(6):1342-1348.
- [14] ABRAMSON N. Packet switching with satellites [C] // **AFIPS '73 Proceedings of the June 4-8, 1973, National Computer Conference and Exposition**. New York: ACM, 1973:695-702.
- [15] BIANCHI G. Performance analysis of the IEEE 802.11 distributed coordination function [J]. **IEEE Journal on Selected Areas in Communications**, 2000, **18**(3):535-547.
- [16] HU S, YAN Weiyong. Stability robustness of networked control systems with respect to packet loss [J]. **Automatica**, 2007, **43**(7):1243-1248.
- [17] LAM J, YAN Weiyong. Pole assignment with optimal spectral conditioning [J]. **Systems and Control Letters**, 1997, **29**(5):241-253.

Performance study of networked control system based on optimal algorithm

LI Zhihui¹, GUO Ge^{*2}, WANG Bing³

(1. School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. School of Information Science and Technology, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China;

3. State Grid Jilin Maintenance Company, Changchun 130021, China)

Abstract: For the discrete networked control system under slotted-ALOHA scheduling protocol, a controller design method is proposed based on the spectrum condition number of eigenmatrix and pole assignment of the closed system. Considering both of the performances of control system and communication system, the minimization problem of the spectrum condition number of eigenmatrix for the closed system is looked as unconstrained optimization problem to realize the optimization of the controller and reduce the need of channel throughput by control system, which can simultaneously stabilize the control system and the low-throughput communication system, and finally realize the stabilization of the networked control system. The simulation results prove that the controller designed by the method is of good control performance and can guarantee the stability in the channel with low throughput.

Key words: networked control system; throughput; slotted-ALOHA; pole assignment; optimization