

基于流动理论的板材多步成形模拟方法

张向奎*, 刘伟杰, 胡平

(大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要: 为克服一步逆成形法忽略变形历史而导致最终零件应力估计不准的问题,提出了通过引入构造的若干中间构型以反映变形历史的多步成形模拟方法,实现了对最终零件的应力精确评估.该方法通过求解二次规划模型,并筛选接触节点的方式构造一般三维的中间构型滑移约束曲面,之后采用滑移曲面合适位置物质点映射的方法生成中间构型的初始解,并结合基于流动理论的局部积分和滑移曲面运动约束更新应力使得中间构型趋于平衡状态.对汽车弹簧盒支座零件的数值模拟分析表明,通过引入的中间构型,该多步成形模拟方法借助拟最小面积法和接触节点集合选择改善滑移曲面侧壁,可以显著地提高对成形零件的应力评估精度.

关键词: 金属板材成形;中间构型;二次规划模型;本构积分

中图分类号: TG156;TG386 **文献标识码:** A **doi:** 10.7511/dllgxb201801004

0 引言

经济发展和环境保护日益增长的需求,使得生产更加轻量化、几何形状复杂和低消耗费用的车用机械零件变得日益迫切.通过冷热冲压工艺得到的大尺寸的金属零件往往经历了多轴加载、高应变率 and 高温等复杂的加载条件.基于有限元的数值模拟方法可以对设计的零件提供零件成形性分析、起皱和破裂等缺陷估计,以辅助零件制造和优化工艺参数.

多步成形模拟有限元方法,通过快速构造若干的中间构型,基于流动理论的本构积分模型,以克服采用全量理论的一步法对最终零件的应力估计精度不足的问题.其待解决的主要问题有:构造滑移约束曲面、生成中间构型初始解和中间构型的平衡迭代.一步法是由 Guo 等^[1]于 1990 年提出的采用全量理论并广泛应用于零件初始设计阶段的一种快速有限元模拟方法.大量的数值验证表明,该方法可以提供较好的应变度量,但是由于仅考虑变形终了状态而忽略了变形历史导致应力

度量不准确.多步成形模拟方法的工作最初见于 Majlessi 等^[2-3]的文章,其采用基于最小势能原理和比例构造中间构型的方法,用膜单元分析了简单轴对称零件的成形.随后 Lee 等^[4]在已知几何中间变形状态的情况下,应用多步模拟对方盒和油底壳零件进行了分析并优化了初始板料形状. Kim 等^[5-6]提出根据接触节点构造滑移约束曲面和截面线映射构造初始解的方法分析了 S-Rail 零件的成形过程. Guo 等^[7]提出了通过求解空间曲面面积最小构造滑移约束曲面的拟一步法,来提高应力的度量精度. Huang 等^[8]提出了修改的截面线弧长法来获得中间构型的初始解. Li 等^[9]提出了一种直接标量算法以实现快速更新多步模拟法构型间的应力. Tang 等^[10]将拟一步法扩展到一般三维状态下,并提出一种针对中间构型间平衡迭代时的空间滑移策略. Halouani 等^[11]提出了自由曲面纠正的方法构造中间构型的初始解,并将拟一步法应用到轴对称冷轧成形分析中.

本文在一步法的基础上提出多步成形模拟方法来提高对最终零件的应力评估精度.

收稿日期: 2017-04-16; 修回日期: 2017-12-03.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11472071,11102035).

作者简介: 张向奎*(1976-),男,博士,副教授,博士生导师, E-mail: zhangxk@dlut.edu.cn; 刘伟杰(1986-),男,博士生, E-mail: liuweijie@mail.dlut.edu.cn.

1 运动几何关系

考虑如图 1 所示的 3 个构型:初始平板、中间构型和最终零件间的非线性运动几何关系.以初始平板构型 C^0 为参考构型的 C^1 构型上的应变增量度量几何关系与一步逆成形法的参考平板构型的非线性几何关系是一致的.为引入变形后参考构型的弯曲效应,本文仅推导变形后参考中间构型 C^1 的最终零件构型 C 上的应变增量度量.

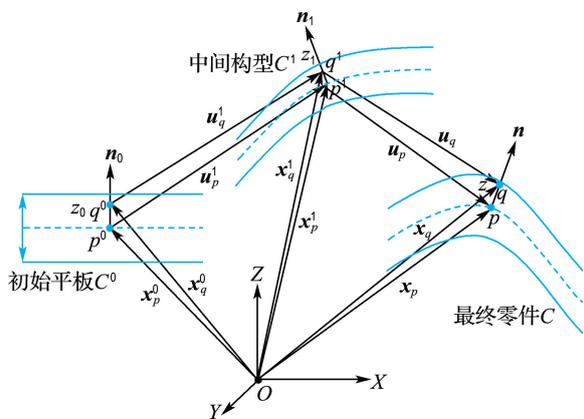


图 1 运动关系示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the kinematics

考虑最终零件构型的中性层上的物质点 p 和沿其法向无限接近的点 q :

$$dx_q = dx_p + z dn + ndz, \quad dx_q^1 = dx_p^1 + z_1 dn_1 + n_1 dz_1 \quad (1)$$

式中: n 和 n_1 分别为物质点 p 和 p^1 处的法向, dn_1 不为 0 反映了参考中间构型 C^1 的弯曲程度. 式(1)写为如下的矩阵形式:

$$\begin{aligned} dx_q &= F_x dx, \quad dx_q^1 = F_{x1}^{-1} dx; \\ F_x &= (o_1 + zn_{1,x} \quad o_2 + zn_{1,y} \quad n) = T(I + zb) \\ F_{x1}^{-1} &= (o_1 - u_{p,x} \quad o_2 - u_{p,y} \quad n_1/\lambda_3) + \\ &\quad (z_1 n_{1,x} \quad z_1 n_{1,y} \quad 0) \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $o_1 = x_{p,x}$ 和 $o_2 = x_{p,y}$ 为引入的两个正交切向量, $T = (o_1 \quad o_2 \quad n)$, I 是单位矩阵, u_p 是 p 点参考中间构型的位移, λ_3 是厚度方向的主伸长量,

$$\text{曲率矩阵 } b = \begin{pmatrix} o_1 \cdot n_{1,x} & o_1 \cdot n_{1,y} \\ o_2 \cdot n_{1,x} & o_2 \cdot n_{1,y} \end{pmatrix}.$$

由此可以建立中间构型与最终构型间的变形梯度张量:

$$F^{-1} = F_{x1}^{-1} F_x^{-1} \approx F_{x1}^{-1} (I - zb) T^T \quad (3)$$

同样的,左柯西-格林变形张量的逆可以表示为

$$B = F^{-T} F^{-1} \approx \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ b & c & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^{-2} \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中系数如下:

$$\begin{aligned} a &= A_0(1+zr)^2 + 2B_0sz(1+zr) + C_0(sz)^2; \\ b &= A_0(1+zr)sz + B_0(1+zr)(1+zt) + \\ &\quad B_0(sz)^2 + C_0sz(1+zt); \\ c &= A_0(sz)^2 + 2B_0sz(1+zt) + C_0(1+zt)^2 \end{aligned} \quad (5)$$

和

$$\begin{aligned} A_0 &= a_0 - z_1 n_{1,x} (2(o_1 - u_{p,x}) + z_1(n_{1,x})); \\ B_0 &= b_0 - z_1 ((o_2 - u_{p,y})n_{1,x} + (o_1 - u_{p,x})n_{1,y} + \\ &\quad z_1 n_{1,x} n_{1,y}); \\ C_0 &= c_0 - z_1 n_{1,y} (2(o_2 - u_{p,y}) + z_1(n_{1,y})) \end{aligned} \quad (6)$$

其中 a_0 , b_0 和 c_0 与一步逆成形法^[1]中的系数一致.

从式(6)中可以看出,当 $z_1 = 0$, 物质点位于中性面时,该应变增量度量退化为一部逆成形法的几何关系;当 $z_1 \neq 0$, 物质点位于厚度方向时,参考构型是已变形弯曲的中间构型 C^1 , 由于弯曲效应此有限应变增量度量不再等同于一部逆成形法的应变度量方式.

2 本构方程

本文采用厚向异性弹塑性耦合各向同性硬化 (Power-Law 硬化) 材料模型, 结合 Hill48 塑性势、关联流动法则和隐式返回算法更新应力与应变状态. 总变形梯度张量 F 根据乘法分解为弹性 F^e 和塑性 F^p 部分, 为满足客观性要求, 应变与应力等度量均在共旋系下操作, 考虑到金属成形中的小弹性应变假设, 应变率可近似按加法 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + D^p$ 分解为弹性部分 Jaumann 率 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e$ 和塑性部分 D^p .

Hill48 的二次塑性势函数定义为

$$f(\boldsymbol{\sigma}, q) = (\boldsymbol{\sigma} P \boldsymbol{\sigma})^{1/2} - \bar{\sigma}_s(q) \quad (7)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}$ 是柯西应力张量; P 是各向异性矩阵; q 是用于计算各向同性硬化的内变量, 通常取为累积塑性应变.

根据关联流动法则, 塑性应变率可表示为

$$D^p = \dot{\lambda} \frac{P \boldsymbol{\sigma}}{(\boldsymbol{\sigma} P \boldsymbol{\sigma})^{1/2}} \quad (8)$$

式中: λ 为拉格朗日塑性乘子, 并通过一致性条件

$\dot{f}(\boldsymbol{\sigma}, q) = 0$ 求得

$$\dot{\lambda} = \frac{\frac{\partial f^T}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \mathbf{C} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{\frac{\partial f^T}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \mathbf{C} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} - \frac{\partial f}{\partial q}} \quad (9)$$

利用上式可求得应力率为

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}^{\text{ep}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left(\mathbf{C} - \frac{\mathbf{C} \frac{\partial f \partial f^T}{\partial \boldsymbol{\sigma} \partial \boldsymbol{\sigma}} \mathbf{C}}{\frac{\partial f^T}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \mathbf{C} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} - \frac{\partial f}{\partial q}} \right) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (10)$$

采用经典弹性预测塑性返回算法以更新应力状态. $(n+1)$ 时刻第 i 次迭代的更新应力可由下式计算:

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(i)} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\text{r}} - \sum_{j=1}^i A_j (\mathbf{C}\mathbf{P})^j \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\text{r}}; \quad i > 1 \quad (11)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\text{r}}$ 为弹性试应力, A_j 是与塑性乘子增量 $\Delta \lambda_j$ 和前 $(j-1)$ 次更新的应力 $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(j-1)}$ 有关的标量.

多步成形模拟方法采用较少的中间构型, 使得构型间的有限应变增量取值较大, 从而导致应力更新的图形返回算法迭代收敛困难. 鉴于在一步法中广泛采用的弹性厚向异性假设, 可以得到泊松比与厚向异性系数存在的关系:

$$\nu = r / (1 + r) \quad (12)$$

假设为平面应力状态, 经过代数运算后可以发现矩阵 $(\mathbf{C}\mathbf{P})^j = \mathbf{Q}\mathbf{A}^j\mathbf{Q}^{-1}$ 是可角化的, 这表明返回算法的返回方向 $(\mathbf{C}\mathbf{P})^j \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\text{r}}$ 是保持不变的, 即在假设式(12)满足的情况下, 其退化为径向返回算法, 等效于文献[7]中的直接标量返回算法. 同时应注意到, 当式(12)不能满足时, 该方法会导致一定的误差^[9], 但该方法可以用作多步成形模拟方法中的返回算法的初始解, 以保证其收敛性.

3 中间构型

3.1 滑移约束曲面

鉴于采用最小曲面作为目标函数的优化模型是极难以进行求解的, 作者等提出了采用拟最小面积法以获得可以高效求解的优化模型^[12]. 该方法假定滑移约束曲面是在凸模、凹模约束下的所有可能形状中面积平方最小的曲面, 则目标函数修改为

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\boldsymbol{\xi}) = \sum_{e=1}^n A_e^2(\boldsymbol{\xi}) \\ \text{s. t.} \quad & 0 \leq \xi_i \leq 1; \quad i = 1, 2, 3, \dots, 3n \end{aligned} \quad (13)$$

式中: A_e 为构型上的单元面积; n 是单元个数; 基本变量 $\boldsymbol{\xi}$ 是节点处的 z 向坐标的比例系数, $z_m = \xi_m z_m^{\text{d}} + (1 - \xi_m) z_m^{\text{p}}$ ($m = i, j, k$), z_m^{d} 和 z_m^{p} 分别表示凹模和凸模的网格节点 z 坐标.

经过代数运算, 单元面积的平方可表示为

$$A_e^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \boldsymbol{\xi}_e^T \mathbf{H}_e \boldsymbol{\xi}_e + \mathbf{C}_e^T \boldsymbol{\xi}_e + D_e \right) \quad (14)$$

其中 $\boldsymbol{\xi}_e$ 是单元的基本变量向量, \mathbf{H}_e 和 \mathbf{C}_e 类似于单元的刚度矩阵和内力向量.

同样的, 按组装单元刚度矩阵和内力向量的方式整合该面积坐标矩阵和向量, 则目标函数式(13)变为

$$f(\boldsymbol{\xi}) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{H} \boldsymbol{\xi} + \mathbf{C}^T \boldsymbol{\xi} + D \right) \quad (15)$$

其中 $\boldsymbol{\xi}$, \mathbf{H} 和 \mathbf{C} 分别对应于结构的基本变量向量、面积矩阵和面积向量. 原问题即转化为一个可在多项式时间内求解的二次规划问题. 本文采用 Matlab/quadprog() 进行求解.

此时, 人为假定容许误差 E , 则任何满足条件

$$\xi < E; \quad 1 - \xi < E \quad (16)$$

的节点处于与凹模或凸模接触的状态. 据此, 可遍历节点筛选得到与工具网格接触的节点, 基于这些接触节点采用直接连接接触边界或 Delaunay 三角网格的方法重新构造滑移曲面的侧壁部分, 以改善拟最小面积法构造的侧壁, 本文称为强化的 PMA 方法(EPMA 方法).

3.2 构造初始解

由上一节构造的中间构型的滑移约束曲面仅为几何曲面, 本节则采用直接映射物质点到滑移曲面上的方法生成初始的中间构型, 即中间构型的初始解. 其基本思想为构造的中间构型是成形过程中的临时状态, 则其对应的初始坯料与最终已知零件的初始坯料是一致的. 由此可以求得中间构型的初始解, 其主要步骤为

(1) 利用一步法求解滑移约束曲面 C^i 的初始平板 C_0^i , 见图 2;

(2) 同样求解最终构型 C 得到初始平板构型 C_0 ;

(3) 沿冲压方向投影构型 C_0 的网格点(物质点) P 到滑移面初始构型 C_0^i 上, 得到该物质点在 C_0^i 上的唯一标识: 确定的单元编号 e_p 和其内的面积坐标 $P(A_i, A_j, A_k)$;

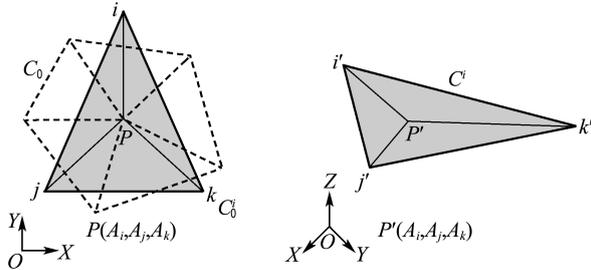


图 2 物质点映射示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the mapping of material point

(4) 利用物质点的唯一标识, 在滑移曲面构型 C' 上的单元编号 e_p 内, 依据面积坐标 $P(A_i, A_j, A_k)$ 创建点 P 变形后对应物质点 P' ;

(5) 循环投影所有物质点, 则得到了位于滑移约束表面上的中间构型的初始解。

该过程可进行多次直至前后两次初始解趋于一致, 以避免过大的工艺补充面阻碍材料流动而影响一步法求解的坯料精度。

3.3 中间构型的平衡迭代

通过以上拟最小面积法和初始解构造方法, 可快速生成若干真实的中间构型, 然而注意到初始解构造过程中采用的一步法是基于全量理论的, 因此要进行采用流动理论更新应力方法的中间构型间的平衡迭代。

考虑一阶线性三角形单元, 其单元刚度矩阵和内力向量为

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_e &= \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{ep} \mathbf{B} h_e A_e \\ \mathbf{f}_e^{\text{int}} &= \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} h_e A_e \end{aligned} \quad (17)$$

式中: h_e 和 A_e 为单元的厚度与面积, \mathbf{B} 为局部系下的单元应变操作矩阵。

由于平衡迭代过程中, 中间构型上的物质点被约束在滑移表面上移动, 通过罚函数的方法施加单元刚度矩阵约束:

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{ep} \mathbf{B} h_e A_e + \gamma \mathbf{N}^T \mathbf{N} \quad (18)$$

式中: γ 为经试错法确定的罚函数系数, \mathbf{N} 是单元的节点法向矩阵。

利用从全局系到局部系的单元坐标变换矩阵 \mathbf{Q} , 得到全局系下的单元刚度矩阵和内力向量:

$$\mathbf{K}_e^g = \mathbf{Q}^T \mathbf{K}_e \mathbf{Q}, \quad \mathbf{f}_e^{\text{int},g} = \mathbf{Q}^T \mathbf{f}_e^{\text{int}} \quad (19)$$

经组装可得到结构的残余力向量:

$$\mathbf{R}(\mathbf{U}^{(i)}) = \mathbf{F}_{\text{ext}} - \mathbf{F}_{\text{int}}(\mathbf{U}^{(i)}) = \mathbf{K} \Delta \mathbf{U} \neq \mathbf{0} \quad (20)$$

采用 Newton-Raphson 迭代求解:

$$\mathbf{U}^{(i+1)} = \mathbf{U}^i + \Delta \mathbf{U} \quad (21)$$

4 数值模拟

某汽车弹簧盒支座的几何形状如图 3 所示, 材料参数如下: 弹性模量 207 GPa, 泊松比 0.28, 屈服应力 154.31 MPa, 幂指数硬化模量 520.4 MPa, 硬化参数 0.232, 平均各向异性系数 1.653. 成形工艺参数: 压边力 15 kN, 摩擦因数 0.15.

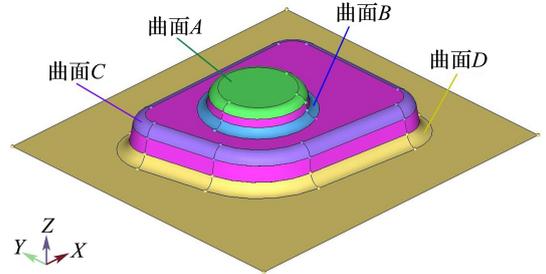


图 3 弹簧盒支座零件的 CAD 模型

Fig. 3 CAD model of spring box shaped holder part

图 4 给出了拟最小面积法求解的中间构型在凸模行程 15 mm 和 25 mm 时的比例系数 ξ 的分布, 其中灰色区域表示满足筛选条件式 (16) ($\xi < 0.01$ 或 $1 - \xi < 0.01$), 处于与凸凹模接触状态的单元。

为评估本文提出的中间构型构造方法的有效性, 图 5 展示了由 Ls-dyna 增量法 (INC) 和多步成形模拟方法计算的各中间构型上截面线 AB (见图 6) 的 Z 向坐标值比较。

可以看出针对 15 mm 构型时, PMA 方法构造的中间构型在坐标范围 $-55 \sim -40$ mm ($20 \sim 60$ mm) 内低于、在坐标范围 $-75 \sim -55$ mm ($60 \sim 80$ mm) 处高于 INC 的中间构型。观察此中间构型的比例系数分布图 4(a) 发现, 只有曲面 A 和 D 上的节点处于接触状态 (灰色区域)。结合接触节点集合和 Delaunay 三角网格法, 重新构造的零件的侧壁与 INC 方法得到的中间构型相吻合, 如图 5 中的 EPMA 曲线。

对于 25 mm 的中间构型, PMA 方法的截面线仅在坐标范围 $-55 \sim -40$ mm ($20 \sim 60$ mm) 内低于 INC 的, 观察其构型的比例系数分布可以发现, 曲面 A、C 和 D 均处于接触区域, 而其他曲面

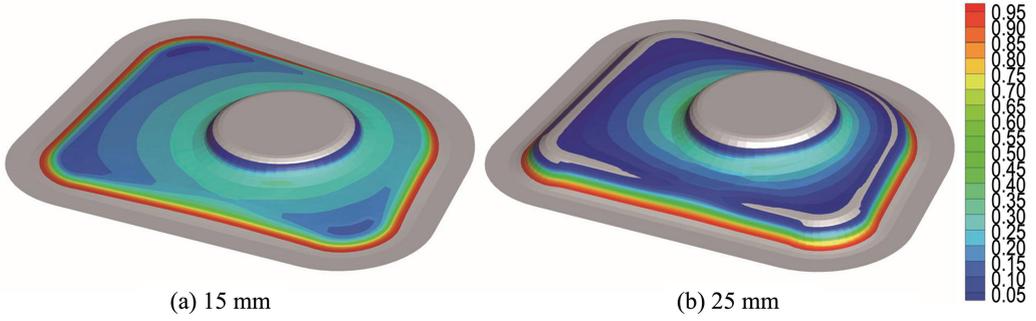


图 4 中间构型比例系数 ξ 的分布

Fig. 4 Distribution of the proportional coefficient ξ for middle configurations

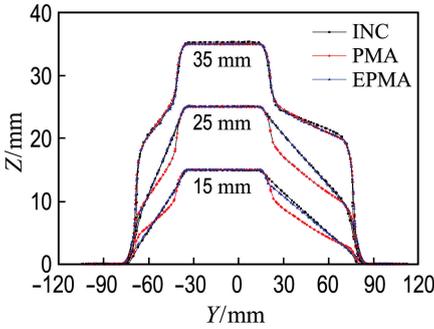


图 5 中间构型上截面线 AB 的形状

Fig. 5 Shape of section line AB on middle configurations

处于非接触区域,通过 EPMA 方法重新生成的侧壁与 INC 的结果保持一致。

针对凸模行程 35 mm 时的中间构型,PMA、INC 和 EPMA 3 种方法的中间构型趋于一致,这是由于 35 mm 时,曲面 A、B、C 和 D 全部处于接触状态,构造的中间构型的曲面之间连接的侧壁部分趋同于凹模的侧壁形状,此时,该 3 种方法得到的中间构型是没有差别的。

由此可见,EPMA 方法可有效改善 PMA 方法构造的中间构型的侧壁.图 6 给出了两个中间构型的等效应力分布。

为表明该多步成形模拟方法在考虑了若干中间构型对最终零件应力估计精度的改善,图 7 展示了由增量法、8 个中间构型的多步法 (MSTP08) 和一步法 (OSTP) 计算的截面线 CD (见图 6) 的 X 和 Y 方向上的应力分量分布图。

从图 7 中可以看出,整体趋势上多步法估计的应力分量分布曲线与增量法计算的应力分布保持同步的变化,而一步法不能提供经历复杂变形历史位置点的有效应力估计.在截面线 X 坐标约 25 mm 处,增量法估计的 X 应力分量存在明显的局部峰值(约 250 MPa)和谷值(约 -100 MPa),Y 应力分量有最小值(约 -350 MPa);而一步法估计该处的应力分量分布均变化较平缓,分别对应 X 应力分量的约 -15 MPa 和 10 MPa 及 Y 应力分量的 -100 MPa;多步法预示了相应处的 X 应力分量局部峰值(约 125 MPa)和谷值(约 -75 MPa),及 Y 应力分量的最小值约 -200 MPa.类似的对应应力分量的改善在 X 坐标值约 50 mm 和 200 mm 等处观察到。

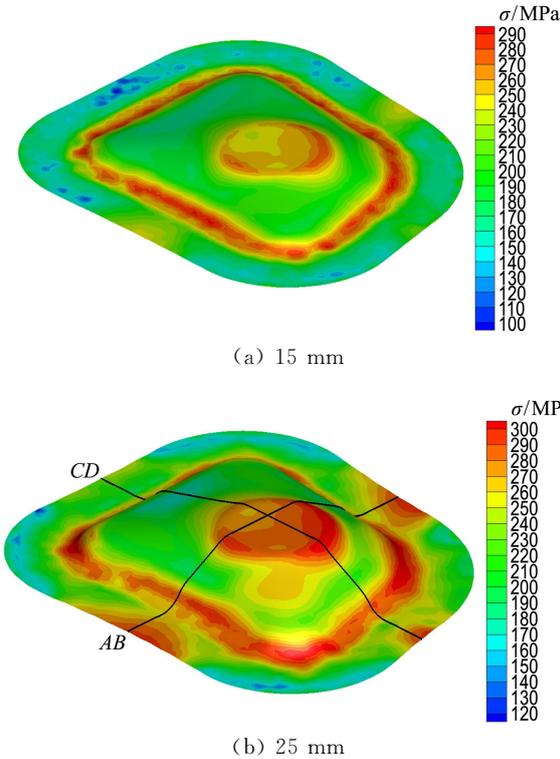
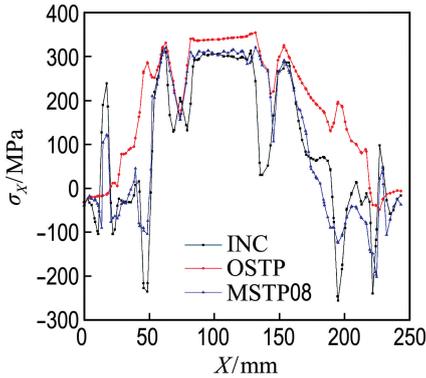


图 6 中间构型的等效应力分布

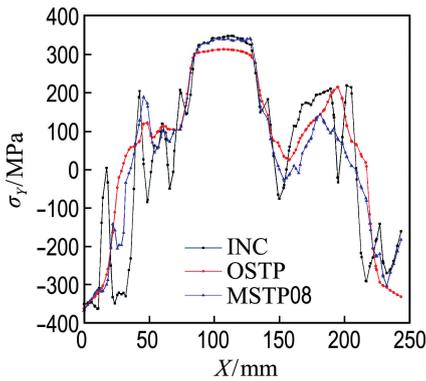
Fig. 6 Distributions of equivalent stress for middle configurations

可以发现,采用多步法显著地改善了最终零

件上的拉压应力状态的估计精度,如修正了 X 坐标 25 mm 处的 X 应力分量的局部峰值分布,提高了 Y 应力分量的应力精度。



(a) X 应力分量



(b) Y 应力分量

图7 最终构型截面线 CD 上的应力分量

Fig.7 Stress components of section line CD on final configuration

5 结 论

(1)以拟最小面积法建立的二次规划模型来高效生成滑移约束曲面,并根据设定阈值筛选接触节点和 Delaunay 三角网格法以改善滑移约束曲面的侧壁使之符合真实变形情况.借助直接映射物质点的方法生成初始解构型,并采用施加罚函数约束的方式使构造的中间构型达到平衡状态。

(2)重新推导了基于中间构型的有限应变增量度量,以考虑已发生变形的参考构型本身的弯曲效应对中性层外物质点的影响。

(3)通过对盒支座零件的分析验证了强化的拟最小面积法生成的中间构型质量,表明了考虑 8 个中间构型的多步法预测的应力分布的精度,

修正了一步法预估的最终零件上的错误的拉压应力和局部极值应力分量分布,并得到了与增量法的应力估计趋势相一致的结果。

参考文献:

- [1] GUO Y, BATOZ J, DETRAUX J, *et al.* Finite element procedures for strain estimations of sheet metal forming parts [J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 1990, **30**(8): 1385-1401.
- [2] MAJLESSI S A, LEE D. Further development of sheet metal forming analysis method [J]. **Journal of Engineering for Industry**, 1987, **109**(4):330-337.
- [3] MAJLESSI S A, LEE D. Development of multistage sheet metal forming analysis method [J]. **Journal of Materials Shaping Technology**, 1988, **6**(1):41-54.
- [4] LEE C H, HUH H. Three dimensional multi-step inverse analysis for the optimum blank design in sheet metal forming processes [J]. **Journal of Materials Processing Technology**, 1988, **80-81**: 76-82.
- [5] KIM Seungho, KIM Seho, HUH H. Finite element inverse analysis for the design of intermediate dies in multi-stage deep-drawing processes with large aspect ratio [J]. **Journal of Materials Processing Technology**, 2001, **113**(1/2/3):779-785.
- [6] KIM S H, HUH H. Construction of sliding constraint surfaces and initial guess shapes for intermediate steps in multi-step finite element inverse analysis [J]. **Journal of Materials Processing Technology**, 2002, **130-131**:482-489.
- [7] GUO Y Q, LI Y M, BOGARD F, *et al.* An efficient pseudo-inverse approach for damage modeling in the sheet forming process [J]. **Journal of Materials Processing Technology**, 2004, **151**(1/2/3):88-97.
- [8] HUANG Ying, CHEN Yiping, DU Ruxu. A new approach to solve key issues in multi-step inverse finite-element method in sheet metal stamping [J]. **International Journal of Mechanical Sciences**, 2006, **48**(6):591-600.
- [9] LI Y M, ABBES B, GUO Y Q. Two efficient algorithms of plastic integration for sheet forming modeling [J]. **Journal of Manufacturing Science and**

- Engineering - Transactions of the ASME**, 2007, **129**(4):698-704.
- [10] TANG Bingtao, LI Yunjiang, LU Xiaoyang. Developments of multistep inverse finite element method and its application in formability prediction of multistage sheet metal forming [J]. **Journal of Manufacturing Science and Engineering - Transactions of the ASME**, 2010, **132**(4):041013-041019.
- [11] HALOUANI A, LI Yuming, ABBES B, *et al.* Simulation of axi-symmetrical cold forging process by efficient pseudo inverse approach and direct algorithm of plasticity [J]. **Finite Elements in Analysis and Design**, 2012, **61**:85-96.
- [12] 刘伟杰, 胡平, 周平, 等. 板材多步逆成形中的滑移约束曲面优化构造方法[J]. **机械工程学报**, 2012, **48**(4):21-25.
- LIU Weijie, HU Ping, ZHOU Ping, *et al.* Research on intermediate configurations of multi-step inverse approach in sheet metal forming [J]. **Journal of Mechanical Engineering**, 2012, **48**(4):21-25. (in Chinese)

Multi-step simulation approach of sheet metal forming processes based on flow theory

ZHANG Xiangkui*, LIU Weijie, HU Ping

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: In order to overcome the defects of poor stress estimations of the final part obtained from the one-step inverse forming approach, the multi-step forming simulation approach, which introduces several constructed middle configurations representing the deformation histories to improve the stress estimations, is developed. In this approach, the general three dimensional sliding constraint surface with middle configuration is efficiently constructed by solving a quadratic programming model and extracting the contact nodal set, the initial solution of the middle configuration is generated by mapping the material points on the sliding surface with proper positions, and the middle configurations are updated during the equilibrium iteration with the constraint of movement on the sliding surface as well as the local integration based on the flow theory. Numerical analysis of the spring box shaped holder part of automobile shows that the sloping wall of the middle configuration is improved with the help of the pseudo minimum area method and the selections of contact node, and the stress estimation accuracy of the final pre-designed part is clearly improved.

Key words: sheet metal forming; middle configurations; quadratic programming model; constitutive integration