文章编号：1000-8608(2018)03-0302-07

遭受 DoS 攻击的短时延网络控制系统保性能控制

何胜权，俞　立*

（浙江工业大学 信息工程学院，浙江 杭州　310023）

摘要： 针对 DoS(Denial-of-Service)攻击，分析了具有短时延的网络控制系统(networked control systems，NCS)的稳定性，设计了该系统的保性能控制器. 首先，通过采样周期的重新定义，把该类 NCS 建模成离散切换系统模型，该模型可以把短时延和 DoS 攻击统一起来. 接着，用离散切换系统的分析方法，给出了一个该类 NCS 指数稳定的充分条件. 进一步，在给定的保性能水平下，设计了相应的保性能控制器. 最后，通过一个仿真示例说明了结果的有效性.

关键词： 网络控制系统(NCS)；DoS 攻击；短时延；切换系统；保性能控制

中图分类号： TP273　　**文献标识码：** A　　**doi：** 10.7511/dllgxb201803011

0　引　言

网络控制系统(networked control systems，NCS)由控制对象、传感器、控制器、执行器和通信网络组成. NCS 由于具备布线灵活、安装方便和维护费用低等优势，在控制领域的作用越来越明显，例如，在移动传感器网络[1]、无人机控制[2]、车辆自主编队[3]等领域广泛存在. NCS 传感器与控制器、控制器与执行器之间的数据传输是通过通信网络来完成的，因此 NCS 与传统控制系统最主要的区别就在于数据传输方式的不同. 正是由于 NCS 的这一数据传输特点，其不可避免地存在着网络诱导时延[4]、数据包丢失[5]等问题，其中又以网络短时延问题最为常见. 因此，本文主要针对包含短时延的 NCS 进行研究.

随着互联网技术快速发展，NCS 的可移动性和可移植性得到了极大的提升. 同时，互联网技术更深层次的发展，给 NCS 共享网络的安全性带来了新的挑战. 网络技术的发展打破了原有控制系统的封闭性，而且随着 TCP/IP(或 UCP/IP)协议[6]商业标准化的形成，无形中也增加了 NCS 受到外界攻击的概率. 由此可见，NCS 的安全性问题日益突出. 如 2012 年 5 月底，破坏力巨大的“火焰”(flame)病毒在中东地区广泛传播，对伊朗等中东国家的能源工业进行猛烈攻击，严重影响了这些国家一些重要能源控制系统的正常运行[7]. 近年来，类似的网络攻击事件层出不穷，由此可见，针对 NCS 的安全性问题展开研究尤为重要.

当然，尽管在 NCS 中网络攻击的形式日益多样化，但其中还是有几种比较典型的网络攻击形式，如 DoS(Denial-of-Service)攻击[8]、欺骗攻击[9]等. 本文主要针对在实际中攻击范围最广、最容易实现的 DoS 攻击进行研究. DoS 攻击即拒绝服务攻击，该攻击作用于 NCS 的共享网络，直接导致的后果是：在 DoS 攻击过程中，NCS 的控制器或执行器无法接收到测量信息或控制信息，因此，对实时性要求高的系统来说，不仅会降低系统的性能，还可能造成系统的不稳定. 文献[10]提出了一种 JDL 数据融合模型框架，在该框架下通过主从博弈来描述不同网络层数据间的关系，并研究了 DoS 攻击的弹性控制. 文献[11]针对 DoS 攻击，系统性地设计了基于输出的动态事件触发控制(event-triggered control，ETC)系统，该 ETC 策略可以保证系统的性能和鲁棒性，使系统和 DoS 攻击在通信资源的使用上达到平衡. 文献[12]给出了一般的控制系统在欺骗攻击和 DoS 攻击下的估计问题，但未针对 NCS，特别是具有

收稿日期： 2017-10-28；　**修回日期：** 2017-12-28.
基金项目： 国家自然科学基金资助项目(61673351)；浙江省新苗人才计划资助项目(2016R403071).
作者简介： 何胜权(1993-)，男，硕士生，E-mail：shengquanhewxx@163.com；俞　立*(1961-)，男，教授，博士生导师，E-mail：lyu@zjut.edu.cn.

短时延的 NCS. 而对 NCS 分析的文献，多数仅考虑网络时延、数据包丢失等经典问题的影响.

基于此，本文同时考虑短时延和 DoS 攻击问题对 NCS 性能的影响，主要针对执行器的执行周期比传感器的采样周期更快的这一类 NCS[13-14]，同时，把该类 NCS 的短时延和 DoS 攻击问题统一建模成离散切换系统模型[15]，并在给定的保性能指标下，设计该 NCS 的保性能控制器. 最后通过仿真示例验证本文结果的有效性.

1　问题描述与建模

1.1　问题描述

考虑如下连续 LTI 系统：

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{u}(t) \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{x}(t)\in\boldsymbol{R}^{\mathrm{n}}$ 是系统状态，$\boldsymbol{u}(t)\in\boldsymbol{R}^{\mathrm{d}}$ 是系统输入，$\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}$ 与 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}}$ 分别是适当维数的状态矩阵和输入矩阵.

本文针对的系统(1)，其执行器的执行周期 T_0 比传感器的采样周期 T 更快，并假设采样周期是执行周期的整数倍，即满足 $T=nT_0$，$n\geqslant 1$ 且为正整数. 另外，由于系统(1)中存在短时延 $\tau<T$，这里不妨假设短时延 $\tau\leqslant\hat{n}T_0$，$\hat{n}<n$，$\hat{n}T_0$ 表示时延上界.

首先，仅考虑系统遭受 DoS 攻击的情况，此时执行器的输入信号将无法保证及时更新，会出现如下两种情况：(1)在任意一个采样周期$[kT,(k+1)T]$内，同时存在 $\boldsymbol{u}(k)$ 和 $\boldsymbol{u}(k-1)$ 两个输入量. (2)在任意 m 个采样周期$[kT,(k+m)T]$内，同时存在 $\boldsymbol{u}(k)$ 和 $\boldsymbol{u}(k-1)$ 两个输入量，$m\in M\triangleq\{1,2,\cdots,\overline{M}\}$，其中 $\overline{M}$ 是给定的有限集合 M 中的最大正整数. m 的大小刻画了单次 DoS 攻击所持续的时间的长短，$\overline{M}$ 反映的是单次 DoS 攻击持续的最长时间. 因此，可以通过重新定义系统的采样时刻来统一上述两种攻击情况，记系统新的采样时刻分别为 $t_0,t_1,\cdots,t_l,l\in N$，其中，$N$ 为有限个正整数的集合，系统新的采样周期所组成的集合为 $H\in MT$. 进一步，把每个采样周期中的短时延也考虑进来，图 1 给出了一个在新的采样时刻下的执行器输入信号的时序图.

图中，$\boldsymbol{u}_\tau(k)$ 表示网络时延作用下 k 时刻的输入信号，$\boldsymbol{u}(k)$ 表示遭受 DoS 攻击时 k 时刻的输入信号. 虚线反映了短时延单个因素对执行器输入的影响，图中 $\boldsymbol{u}_\tau(k)$ 信号在$[kT,kT+\hat{n}T_0]$时间内到达，因此执行器在 $kT+\hat{n}T_0$ 时刻更新输入；实线表示系统遭受 DoS 攻击时输入信号的时序图，当 $\boldsymbol{u}(k)$ 信号到达时，执行器就在下一执行周期更新输入. 由图 1 可知，在周期$[t_l,t_{l+1}]$内，同时存在 $\boldsymbol{u}(t_{l-1})$ 和 $\boldsymbol{u}(t_l)$ 两个输入信号；在周期$[t_{l+1},t_{l+2}]$内，同时存在 $\boldsymbol{u}(t_l)$ 和 $\boldsymbol{u}(t_{l+1})$ 两个输入信号. 因此就把短时延和 DoS 攻击两个问题进行了统一，之后仅需考虑系统遭受 DoS 攻击的影响即可.

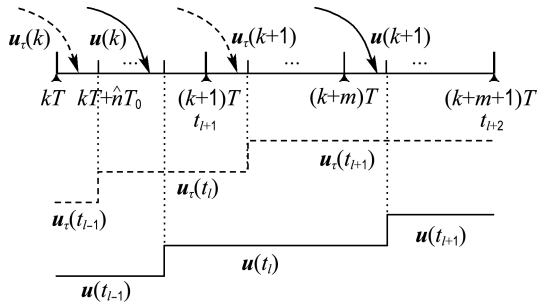

图 1　时序图

Fig. 1　Timing diagram

通过定义新的采样周期 H，不仅把短时延和 DoS 攻击两个问题统一起来，还能把上述两类 DoS 攻击的情况统一起来. 如图 1 所示，在周期$[t_l,t_{l+1}]$内，同时存在 $\boldsymbol{u}(t_{l-1})$ 和 $\boldsymbol{u}(t_l)$ 两个输入量，采样周期 $T_{\mathrm{sd}}=nT_0$；在周期$[t_{l+1},t_{l+2}]$内，同时存在 $\boldsymbol{u}(t_l)$ 和 $\boldsymbol{u}(t_{l+1})$ 两个输入量，采样周期 $T_{\mathrm{ld}}=mnT_0$. 当 $m=1$ 时，两类 DoS 攻击等价，即第 1 类 DoS 攻击是第 2 类 DoS 攻击的特殊情况. 因此，只需要分析第 2 类 DoS 攻击对系统(1)的影响即可.

1.2　闭环系统建模

记 $h_k\in H,k\in N$，表示在$[t_k,t_{k+1}]$时间内的采样周期时长，即 $h_k=t_{k+1}-t_k$. 假设在采样周期 h_k 内执行器的两个输入量 $\boldsymbol{u}(t_{k-1})$ 和 $\boldsymbol{u}(t_k)$ 的作用时间分别为 $n_1(k)T_0$ 和 $n_0(k)T_0$，且符合关系式 $n_1(k)T_0+n_0(k)T_0=h_k=mnT_0$.

对系统(1)考虑 DoS 攻击的影响，得到如下离散系统：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}(t_{k+1})=&\boldsymbol{A}(h_k)\boldsymbol{x}(t_k)+\boldsymbol{B}(h_k)\boldsymbol{u}(t_k)+\\&\boldsymbol{B}(h_{k-1})\boldsymbol{u}(t_{k-1})\end{aligned} \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{A}(h_k)=\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}h_k}$，$\boldsymbol{B}(h_k)=\int_{n_1(k)T_0}^{h_k}\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}\tau}\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}}\mathrm{d}\tau$，$\boldsymbol{B}(h_{k-1})=\int_0^{n_1(k)T_0}\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}\tau}\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}}\mathrm{d}\tau$.

定义 $\boldsymbol{A}_0=\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_p T_0}$，$\boldsymbol{B}_0=\int_0^{T_0}\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_p\tau}\boldsymbol{B}_p\mathrm{d}\tau$，则可得

$$\boldsymbol{A}(h_k)=\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_p h_k}=\boldsymbol{A}_0^{mn}$$

$$\boldsymbol{B}(h_k)=\int_{n_1(k)T_0}^{h_k}\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_p\tau}\boldsymbol{B}_p\mathrm{d}\tau=\sum_{i=n_1(k)}^{mn-1}\boldsymbol{A}_0^i\boldsymbol{B}_0$$

$$\boldsymbol{B}(h_{k-1})=\int_0^{n_1(k)T_0}\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}_p\tau}\boldsymbol{B}_p\mathrm{d}\tau=\sum_{i=0}^{n_1(k)-1}\boldsymbol{A}_0^i\boldsymbol{B}_0$$

所以，系统(2)等价于

$$\boldsymbol{x}(t_{k+1})=\boldsymbol{A}_0^{mn}\boldsymbol{x}(t_k)+\sum_{i=n_1(k)}^{mn-1}\boldsymbol{A}_0^i\boldsymbol{B}_0\boldsymbol{u}(t_k)+\sum_{i=0}^{n_1(k)-1}\boldsymbol{A}_0^i\boldsymbol{B}_0\boldsymbol{u}(t_{k-1}) \tag{3}$$

当 $n_1(k)\in Z\triangleq\{0,1,\cdots,mn\}$ 取不同值时，系统(3)会表现成相应的不同形式. 因此，可将系统(3)写成如下开环切换系统模型：

$$S_{o\sigma(t_k)}:\boldsymbol{x}(t_{k+1})=\boldsymbol{A}_{o\sigma(t_k)}\boldsymbol{x}(t_k)+\boldsymbol{B}_{o\sigma(t_k)}\boldsymbol{u}(t_k)+\widetilde{\boldsymbol{B}}_{o\sigma(t_k)}\boldsymbol{u}(t_{k-1}) \tag{4}$$

其中 $\boldsymbol{B}_{o\sigma(t_k)}=\sum_{i=n_1(k)}^{mn-1}\boldsymbol{A}_0^i\boldsymbol{B}_0$，$\widetilde{\boldsymbol{B}}_{o\sigma(t_k)}=\sum_{i=0}^{n_1(k)-1}\boldsymbol{A}_0^i\boldsymbol{B}_0$，$\boldsymbol{A}_{o\sigma(t_k)}=\boldsymbol{A}_0^{mn}$，$\sigma(t_k)\in Z$ 是切换信号.

进一步，选取反馈控制律 $\boldsymbol{u}(t_k)=\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t_k)$，得到如下闭环切换系统模型：

$$S_{c\sigma(t_k)}:\boldsymbol{x}(t_{k+1})=\boldsymbol{A}_{\sigma(t_k)}\boldsymbol{x}(t_k)+\boldsymbol{B}_{\sigma(t_k)}\boldsymbol{x}(t_{k-1}) \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{A}_{\sigma(t_k)}=\boldsymbol{A}_{o\sigma(t_k)}+\boldsymbol{B}_{o\sigma(t_k)}\boldsymbol{K}$，$\boldsymbol{B}_{\sigma(t_k)}=\widetilde{\boldsymbol{B}}_{o\sigma(t_k)}\boldsymbol{K}$.

离散系统(5)等价于如下描述的系统：该系统的执行周期为 T_0，采样周期为 $n_1(k)T_0$，$n_1(k)\in Z$. 因此，在切换信号 $\sigma(t_k)$ 的作用下，$S_{c\sigma(t_k)}$ 描述了该系统的状态反馈模型.

2 稳定性分析

定义 1 对于给定切换信号 $\sigma(t_k)$ 和任意的 $t_k\geqslant 1$，令 $N_\sigma[t_0,t_k)$ 表示切换信号 $\sigma(t_k)$ 在时间间隔 $[t_0,t_k)$ 内的切换次数，若存在 $N_0\geqslant 0$，$t_a\geqslant 0$，使得 $N_\sigma[t_0,t_k)\leqslant N_0+(t_k-t_0)/t_a$ 成立，那么 t_a 称为切换信号 $\sigma(t_k)$ 的平均驻留时间，N_0 称为抖动界.

定义 2 如果对于任意给定的初始条件 $\boldsymbol{x}(t_0)\in\boldsymbol{R}^n$，系统(5)的解满足 $\|\boldsymbol{x}(t_k)\|\leqslant c\rho^{t_k}\|\boldsymbol{x}(t_0)\|$，则系统(5)是指数稳定的，且具有指数衰减率 $\rho<1$，其中 $c>0$，是常数.

令 n_j 表示子系统 S_j 在时间间隔 $[t_0,t_k)$ 内激活的次数，$j\in Z$. 以下定理给出了系统(5)指数稳定的一个充分条件.

定理 1 考虑系统(5)，若存在正标量 $\lambda_j>0$，$\lambda<1$ 和 $\mu\geqslant 1$，以及适当维数的矩阵 $\boldsymbol{P}_j\geqslant\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{Q}_j\geqslant\boldsymbol{0}$，$j\in Z$，使得以下不等式

$$\boldsymbol{\Omega}_j\triangleq\begin{pmatrix}\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}\end{pmatrix}\boldsymbol{P}_j(\boldsymbol{A}_j\quad\boldsymbol{B}_j)+\begin{pmatrix}-\lambda^2\boldsymbol{P}_j+\boldsymbol{Q}_j & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & -\lambda_j^2\boldsymbol{Q}_j\end{pmatrix}<\boldsymbol{0} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{P}_\alpha\leqslant\mu\boldsymbol{P}_\beta,\boldsymbol{Q}_\alpha\leqslant\mu\boldsymbol{Q}_\beta;\ \alpha,\beta\in Z \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{mn}n_j(\ln\lambda_j-\ln\lambda)\leqslant 0 \tag{8}$$

$$t_a>\bar{t}_a\triangleq\frac{\ln\mu}{2\ln(1/\lambda)} \tag{9}$$

成立，那么系统(5)指数稳定，并具有指数衰减率 $\rho(\lambda,t_a)=\lambda\mu^{1/2t_a}$.

证明 系统(5)的子系统模型为

$$S_j:\boldsymbol{x}(t_{k+1})=\boldsymbol{A}_j\boldsymbol{x}(t_k)+\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{x}(t_{k-1});\ j\in Z \tag{10}$$

为系统(10)选取如下 Lyapunov 函数：

$$V_j(t_k)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_k)\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{x}(t_k)+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_{k-1})\boldsymbol{Q}_j\boldsymbol{x}(t_{k-1})$$

记 $\boldsymbol{\eta}(t_k)=(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_k)\quad\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_{k-1}))^{\mathrm{T}}$，则由不等式(6)可得

$$V_j(t_{k+1})-\lambda_j^2V_j(t_k)=\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}(t_k)\boldsymbol{\Omega}_j\boldsymbol{\eta}(t_k)<0$$

即可得

$$V_j(t_{k+1})<\lambda_j^2V_j(t_k) \tag{11}$$

为系统(5)选取如下 Lyapunov 函数：

$$V_{\sigma(t_k)}(t_k)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_k)\boldsymbol{P}_{\sigma(t_k)}\boldsymbol{x}(t_k)+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_{k-1})\boldsymbol{Q}_{\sigma(t_k)}\boldsymbol{x}(t_{k-1})$$

对于切换信号 $\sigma(t_k)$，令 $t_{k1}<\cdots<t_{ki}$，$i\geqslant 1$，表示 $\sigma(t_k)$ 在时间间隔 $[t_0,t_k)$ 内的切换时刻. 由于系统(5)的状态在切换点不跳变，结合不等式(7)可得

$$V_{\sigma(t_{ki})}(t_{ki})\leqslant\mu V_{\sigma(t_{k(i-1)})}(t_{ki}) \tag{12}$$

由不等式(6)、(11)和(12)递推可得

$$\begin{aligned}V_{\sigma(t_k)}(t_k)&<\mu\lambda_{\sigma(t_{ki})}^{2(t_k-t_{ki})}V_{\sigma(t_{k(i-1)})}(t_{ki})\leqslant\cdots\leqslant\\&\mu^{N_\sigma[t_0,t_k)}\lambda_{\sigma(t_{ki})}^{2(t_k-t_{ki})}\lambda_{\sigma(t_{k(i-1)})}^{2(t_{ki}-t_{k(i-1)})}\cdots\\&\lambda^{2t_{k1}}V_{\sigma(t_0)}(t_0)\leqslant\\&\mu^{N_\sigma[t_0,t_k)}\lambda^{2t_k}V_{\sigma(t_0)}(t_0)=\\&\rho^{2t_k}(\lambda,t_a)V_{\sigma(t_0)}(t_0)\end{aligned} \tag{13}$$

令 $\varepsilon_1=\min\limits_{j\in Z}\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_j)$，$\varepsilon_2=\max\limits_{j\in Z}(\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_j)+\lambda_{\max}(\boldsymbol{Q}_j))$，则由式(13)可得

$$\varepsilon_1\|\boldsymbol{x}(t_k)\|^2\leqslant V_{\sigma(t_k)}(t_k)<\rho^{2t_k}(\lambda,t_a)\varepsilon_2\|\boldsymbol{x}(t_0)\|^2 \tag{14}$$

继而可得

$$\|\boldsymbol{x}(t_k)\|<\sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}\rho^{t_k}(\lambda,t_a)\|\boldsymbol{x}(t_0)\| \tag{15}$$

此外，不等式(9)和 $\lambda<1$ 确保了 $\rho(\lambda,t_a)<1$. 因此，由定义 2 可知，系统(5)指数稳定，且具有指数衰减率 $\rho(\lambda,t_a)=\lambda\mu^{1/2t_a}$. 证毕.

3　保性能控制器设计

本文针对系统(5)考虑如下保性能指标：

$$J=\sum_{t_{k-1}=0}^{+\infty}[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_k)\boldsymbol{G}_1\boldsymbol{x}(t_k)+\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(t_k)\boldsymbol{G}_2\boldsymbol{u}(t_k)+\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(t_{k-1})\boldsymbol{G}_3\boldsymbol{u}(t_{k-1})] \tag{16}$$

其中 $\boldsymbol{G}_1$、$\boldsymbol{G}_2$ 和 $\boldsymbol{G}_3$ 都是给定的正定常数矩阵. 如果在反馈控制律 $\boldsymbol{u}(t_k)=\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t_k)$ 的作用下，系统(5)是指数稳定的，且性能 J 是有界的，满足 $J\leqslant\bar{J}$，那么该反馈控制律就是系统(5)的保性能控制器，系统具有保性能水平 $\bar{J}$. 下面给出一个使系统(5)指数稳定的充分条件.

定理 2　考虑系统(5)，若存在正标量 $\lambda_j>0$，$\lambda<1$ 和 $\mu\geqslant1$，以及适当维数矩阵 $\boldsymbol{P}_j\geqslant\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{Q}_j\geqslant\boldsymbol{0}$，$j\in Z$，使得不等式(7)～(9)以及不等式

$$\widetilde{\boldsymbol{\Omega}}_j\triangleq\begin{pmatrix}\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}\end{pmatrix}\boldsymbol{P}_j(\boldsymbol{A}_j\quad\boldsymbol{B}_j)+\begin{pmatrix}\boldsymbol{\Lambda}_1&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{\Lambda}_2\end{pmatrix}<\boldsymbol{0} \tag{17}$$

成立，其中 $\boldsymbol{\Lambda}_1=-\lambda^2\boldsymbol{P}_j+\boldsymbol{Q}_j+\boldsymbol{G}_1+\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_2\boldsymbol{K}$，$\boldsymbol{\Lambda}_2=-\lambda_j^2\boldsymbol{Q}_j+\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_3\boldsymbol{K}$. 则系统(5)在保性能控制器 $\boldsymbol{u}(t_k)=\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t_k)$ 作用下指数稳定，且有指数衰减率 $\rho(\lambda,t_a)=\lambda\mu^{1/2t_a}$，同时系统(5)具有保性能水平 $\bar{J}(\lambda,t_a)=\dfrac{1-\lambda_{\min}^2}{\rho^{-2t_k}(\lambda,t_a)-1}V_{\sigma(t_0)}(t_0)$，$\lambda_{\min}=\min\limits_{j\in Z}\{\lambda_j\}$.

证明　因为 $\widetilde{\boldsymbol{\Omega}}_j<\boldsymbol{0}$ 可以保证 $\boldsymbol{\Omega}_j<\boldsymbol{0}$，故由定理 1 可知，系统(5)是指数稳定的，且具有指数衰减率 $\rho(\lambda,t_a)=\lambda\mu^{1/2t_a}$. 故接下来证明其保性能水平.

令

$$J(t_k)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_k)\boldsymbol{G}_1\boldsymbol{x}(t_k)+\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(t_k)\boldsymbol{G}_2\boldsymbol{u}(t_k)+\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(t_{k-1})\boldsymbol{G}_3\boldsymbol{u}(t_{k-1})$$

与不等式(11)的推导过程类似，可得

$$V_j(t_{k+1})-(\lambda_j^2V_j(t_k)-J(t_k))=\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}(t_k)\begin{pmatrix}\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{A}_j-\lambda_j^2\boldsymbol{P}_j+\boldsymbol{Q}_j+\boldsymbol{G}_1+\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_2\boldsymbol{K} & \boldsymbol{A}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{B}_j\\ \boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{A}_j & \boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{B}_j-\lambda_j^2\boldsymbol{Q}_j+\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_3\boldsymbol{K}\end{pmatrix}\boldsymbol{\eta}(t_k)=\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}(t_k)\widetilde{\boldsymbol{\Omega}}_j\boldsymbol{\eta}(t_k)<0$$

即

$$V_j(t_{k+1})<\lambda_j^2V_j(t_k)-J(t_k) \tag{18}$$

对于切换信号 $\sigma(t_k)$，令 $t_{k1}<\cdots<t_{ki}$，$i\geqslant1$，表示 $\sigma(t_k)$ 在时间间隔 $[t_0,t_k)$ 内的切换时刻，则可得

$$V_{\sigma(t_0)}(t_k)<\lambda_{\sigma(t_0)}^2V_{\sigma(t_0)}(t_{ki})-J(t_{ki})<\lambda_{\sigma(t_0)}^2(\lambda_{\sigma(t_0)}^2V_{\sigma(t_0)}(t_{k(i-1)})-J(t_{k(i-1)}))-J(t_{ki})<\cdots<\lambda_{\sigma(t_0)}^{2(t_k-t_0)}V_{\sigma(t_0)}(t_0)-\sum_{s=t_0}^{t_k-1}\lambda_{\sigma(t_0)}^{2(t_k-1-s)}J(s) \tag{19}$$

结合式(12)和(19)可递推得到

$$\begin{aligned}V_{\sigma(t_k)}(t_k)&<\lambda_{\sigma(t_{ki})}^{2(t_k-t_{ki})}V_{\sigma(t_{ki})}(t_{ki})-\sum_{s=t_{ki}}^{t_k-1}\lambda_{\sigma(t_{ki})}^{2(t_k-1-s)}J(s)\leqslant\\&\mu\lambda_{\sigma(t_{ki})}^{2(t_k-t_{ki})}V_{\sigma(t_{k(i-1)})}(t_{ki})-\sum_{s=t_{ki}}^{t_k-1}\lambda_{\sigma(t_{ki})}^{2(t_k-1-s)}J(s)<\\&\mu\lambda_{\sigma(t_{ki})}^{2(t_k-t_{ki})}\Big(\lambda_{\sigma(t_{k(i-1)})}^{2(t_{ki}-t_{k(i-1)})}\times V_{\sigma(t_{k(i-1)})}(t_{k(i-1)})-\sum_{s=t_{k(i-1)}}^{t_{ki}-1}\lambda_{\sigma(t_{k(i-1)})}^{2(t_{ki}-1-s)}J(s)\Big)-\sum_{s=t_{ki}}^{t_k-1}\lambda_{\sigma(t_{ki})}^{2(t_k-1-s)}J(s)<\cdots<\\&\mu^{N_\sigma[t_0,t_k)}\lambda_{\sigma(t_{ki})}^{2(t_k-t_{ki})}\lambda_{\sigma(t_{k(i-1)})}^{2(t_{ki}-t_{k(i-1)})}\cdots\lambda_{\sigma(t_0)}^{2t_{k1}}V_{\sigma(t_0)}(t_0)-\Phi(J(s))\end{aligned} \tag{20}$$

其中

$$\begin{aligned}\Phi(J(s))=&\mu^{N_\sigma[t_0,t_{k-1})}\lambda_{\sigma(t_{ki})}^{2(t_k-t_{ki})}\lambda_{\sigma(t_{k(i-1)})}^{2(t_{ki}-t_{k(i-1)})}\cdots\lambda_{\sigma(t_{k1})}^{2t_{k2}}\sum_{s=t_{k1}}^{t_{k2}-1}\lambda_{\sigma(t_{k1})}^{2(t_{k2}-1-s)}J(s)+\\&\mu^{N_\sigma[t_0,t_{k-1})-1}\lambda_{\sigma(t_{ki})}^{2(t_k-t_{ki})}\lambda_{\sigma(t_{k(i-1)})}^{2(t_{ki}-t_{k(i-1)})}\cdots\lambda_{\sigma(t_{k2})}^{2(t_{k3}-t_{k2})}\sum_{s=t_{k2}}^{t_{k3}-1}\lambda_{\sigma(t_{k2})}^{2(t_{k3}-1-s)}J(s)+\cdots+\\&\mu^0\sum_{s=t_{ki}}^{t_k-1}\lambda_{\sigma(t_{ki})}^{2(t_k-1-s)}J(s)\end{aligned}$$

进一步，结合式(13)和(20)，且根据关系式 $V_{\sigma(t_k)}(t_k)\geqslant0$，可得

$$\Phi(J(s))<\rho^{2t_k}(\lambda,t_a)V_{\sigma(t_0)}(t_0)-V_{\sigma(t_k)}(t_k)\leqslant\rho^{2t_k}(\lambda,t_a)V_{\sigma(t_0)}(t_0) \tag{21}$$

又因 $N_\sigma[t_0,t_{k-1})\geqslant0$，所以对 $\forall s\in\{0,\cdots,t_{k-1}\}$，可得如下关系式：

$$\Phi(J(s))\geqslant\sum_{s=0}^{t_k-1}\mu^{N_\sigma[t_s,t_{k-1})}\lambda_{\min}^{2(t_k-1-s)}J(s)\geqslant\sum_{s=0}^{t_k-1}\lambda_{\min}^{2(t_k-1-s)}J(s) \tag{22}$$

其中 $\lambda_{\min}=\min\limits_{j\in Z}\{\lambda_j\}$. 结合式(21)和(22)可得

$$\sum_{s=0}^{t_k-1}\lambda_{\min}^{2(t_k-1-s)}J(s)\leqslant\rho^{2t_k}(\lambda,t_a)V_{\sigma(t_0)}(t_0) \tag{23}$$

对式(23)左右两边从 $t_k=1\to+\infty$ 求和,分别得

$$\sum_{t_k=1}^{+\infty}\sum_{s=0}^{t_k-1}\lambda_{\min}^{2(t_k-1-s)}J(s)=\Big(\sum_{t_k=1+s}^{+\infty}\lambda_{\min}^{2(t_k-1-s)}\Big)\sum_{s=0}^{+\infty}J(s)=(1-\lambda_{\min}^{2})^{-1}\sum_{s=0}^{+\infty}J(s)\tag{24}$$

$$\sum_{t_k=1}^{+\infty}\rho^{2t_k}(\lambda,t_a)V_{\sigma(t_0)}(t_0)=\frac{\rho^{2t_k}(\lambda,t_a)}{1-\rho^{2t_k}(\lambda,t_a)}V_{\sigma(t_0)}(t_0)\tag{25}$$

结合式(23)~(25)可得

$$\sum_{s=0}^{+\infty}J(s)\leqslant\frac{1-\lambda_{\min}^{2}}{\rho^{-2t_k}(\lambda,t_a)-1}V_{\sigma(t_0)}(t_0)\triangleq\bar{J}(\lambda,t_a)\tag{26}$$

即 $\bar{J}(\lambda,t_a)=\dfrac{1-\lambda_{\min}^{2}}{\rho^{-2t_k}(\lambda,t_a)-1}V_{\sigma(t_0)}(t_0)$ 时系统(5)具有保性能水平. 证毕.

先给出一个在后续证明中需要用到的引理.

引理 1[16] 对任意矩阵 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{P}>\boldsymbol{0}$ 和 $\boldsymbol{Q}>\boldsymbol{0}$,不等式 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{A}-\boldsymbol{P}<\boldsymbol{0}$ 成立,当且仅当存在一个矩阵 $\boldsymbol{Y}$,使得以下矩阵不等式成立:

$$\begin{pmatrix}-\boldsymbol{P} & \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}\\ \boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A} & -\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Q}\end{pmatrix}<\boldsymbol{0}$$

紧接着,给出下面的定理. 该定理通过对一个优化问题的求解,得到系统(5)的保性能控制器.

定理 3 考虑系统(5)和性能指标(16),若存在正标量 $\lambda_j>0,\lambda<1$ 和 $\mu\geqslant1$,以及适当维数的矩阵 $\boldsymbol{X},\boldsymbol{V},\boldsymbol{R}_j\geqslant\boldsymbol{0},\boldsymbol{S}_j\geqslant\boldsymbol{0},j\in Z$,使得以下优化问题

$$\begin{aligned}&\min\ \delta\\ &\text{s.t. 式(8),式(9)},\widehat{\boldsymbol{\Omega}}_j<\boldsymbol{0},\ \boldsymbol{\Psi}<\boldsymbol{0};j\in Z\\ &\qquad\boldsymbol{R}_\alpha\leqslant\mu\boldsymbol{R}_\beta,\ \boldsymbol{S}_\alpha\leqslant\mu\boldsymbol{S}_\beta;\ \alpha,\beta\in Z\end{aligned}\tag{27}$$

成立,且有最小目标函数 δ^*. 那么具有增益矩阵 $\boldsymbol{K}=\boldsymbol{V}^{-1}\boldsymbol{X}$ 的状态反馈控制器是一个最优反馈保性能控制器,使系统(5)指数稳定且具有指数衰减率 $\rho(\lambda,t_a)$ 和保性能水平 $\bar{J}(\lambda,t_a)$. 其中

$$\widehat{\boldsymbol{\Omega}}_j\triangleq\begin{pmatrix}-\lambda^2\boldsymbol{R}_j+\boldsymbol{S}_j & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{oj}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_{oj}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\Delta}_1^{\mathrm{T}}\\ * & -\lambda_j^2\boldsymbol{S}_j & \boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{B}}_{oj}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{\Delta}_2^{\mathrm{T}}\\ * & * & -\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_j & \boldsymbol{0}\\ * & * & * & -\delta\boldsymbol{G}\end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{\Delta}_1^{\mathrm{T}}=(\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{0}),\ \boldsymbol{\Delta}_2^{\mathrm{T}}=(\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{0}\quad\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}})$

$\boldsymbol{G}=\mathbf{diag}\{\boldsymbol{G}_1^{-1},\boldsymbol{G}_2^{-1},\boldsymbol{G}_3^{-1}\}$

$$\boldsymbol{\Psi}\triangleq\begin{pmatrix}-\boldsymbol{I} & \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_0)\\ * & -\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_0\end{pmatrix};\ \boldsymbol{R}_0\in\{\boldsymbol{R}_j,\ j\in Z\}$$

证明 定理 2 中的 $\widetilde{\boldsymbol{\Omega}}_j<\boldsymbol{0}$ 等价于

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{\Lambda}_1 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}\\ * & -\lambda_j^2\boldsymbol{Q}_j+\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_3\boldsymbol{K} & \boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}\\ * & * & -\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{P}_j\end{pmatrix}<\boldsymbol{0}\tag{28}$$

其中 $\boldsymbol{\Lambda}_1=-\lambda^2\boldsymbol{P}_j+\boldsymbol{Q}_j+\boldsymbol{G}_1+\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_2\boldsymbol{K}$. 由上式可知,矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 是可逆的. 定义 $\boldsymbol{X}=\delta\boldsymbol{Y}^{-1}$,记 $\boldsymbol{V}=\boldsymbol{K}\boldsymbol{X}$,$\boldsymbol{R}_j=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_j\boldsymbol{X}/\delta,\boldsymbol{S}_j=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_j\boldsymbol{X}/\delta$,对式(28)分别左乘矩阵 $\mathbf{diag}\{\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\}$,右乘矩阵 $\mathbf{diag}\{\boldsymbol{X},\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}\}$,再应用 Schur 补定理即可得到不等式 $\widehat{\boldsymbol{\Omega}}_j<\boldsymbol{0}$.

对不等式 $\boldsymbol{P}_\alpha\leqslant\mu\boldsymbol{P}_\beta$ 和 $\boldsymbol{Q}_\alpha\leqslant\mu\boldsymbol{Q}_\beta$ 都分别左乘矩阵 $\delta^{-1/2}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}$,右乘矩阵 $\delta^{-1/2}\boldsymbol{X}$,即可得到矩阵不等式 $\boldsymbol{R}_\alpha\leqslant\mu\boldsymbol{R}_\beta,\boldsymbol{S}_\alpha\leqslant\mu\boldsymbol{S}_\beta,\alpha,\beta\in Z$.

定义 $\boldsymbol{P}_0=\boldsymbol{P}_{\sigma(t_0)}\in\{\boldsymbol{P}_j,j\in Z\}$,由 $V_{\sigma(t_0)}(t_0)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_0)\boldsymbol{P}_{\sigma(t_0)}\boldsymbol{x}(t_0)<\delta$,可得

$$\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}\triangleq\begin{pmatrix}-\delta\boldsymbol{I} & \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_0)\boldsymbol{Y}\\ * & -\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{P}_0\end{pmatrix}<\boldsymbol{0}\tag{29}$$

对式(29)分别左乘矩阵 $\mathbf{diag}\{\delta^{-1/2}\boldsymbol{I},\delta^{-1/2}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\}$,右乘矩阵 $\mathbf{diag}\{\delta^{-1/2}\boldsymbol{X},\delta^{-1/2}\boldsymbol{I}\}$,可得不等式 $\boldsymbol{\Psi}<\boldsymbol{0}$. 证毕.

4 示 例

考虑一个文献[17]中简化的实际直流电机模型,$\boldsymbol{x}=(\theta\quad\omega)^{\mathrm{T}}$ 是其状态量,其中 θ 和 ω 的物理意义分别表示电机的角位置和角速度,其状态空间模型表述如下:

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & -217.4\end{pmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{pmatrix}0\\ 1\,669.5\end{pmatrix}\boldsymbol{u}\tag{30}$$

选取系统的采样周期 $T=5$ ms,执行周期 $T_0=1$ ms,则 $n=5$. 由此可得

$$\boldsymbol{A}_0=\begin{pmatrix}1.000\,0 & 0.000\,9\\ 0.000\,9 & 0.804\,6\end{pmatrix},\ \boldsymbol{B}_0=\begin{pmatrix}0.000\,8\\ 1.500\,5\end{pmatrix}$$

假设 $\hat{n}=1$,即系统的短时延总是满足条件 $\tau\leqslant T_0$. 另外,假设 $\overline{M}=3$,即 $m\in\{1,2,3\}$. 因此,设 $n_1(k)$ 的取值为 $n_1(k)\in\widehat{Z}\triangleq\{1,6,8,10,12\}$,即整个切换系统模型由 5 个子系统 $S_j(j\in\widehat{Z})$ 组成.

选取 $\mu=1.01,\lambda_1=0.96,\lambda_6=1.20,\lambda_8=1.25,\lambda_{10}=1.30,\lambda_{12}=1.32$,求解优化问题(27)得到一个可行的控制器增益

$$\boldsymbol{K}=(-2.827\,9\quad-0.014\,3)$$

为满足条件(8),可取 $\lambda=0.99$. 此时,所考虑的闭环系统总能指数稳定,并且具有指数衰减率 $\rho=\lambda\mu^{1/2}=0.995$.

假设在时间间隔 $[t_0,t_{100})$ 内,系统遭受 DoS

攻击的情况由以下子系统切换序列

$$\underbrace{S_1\cdots S_1}_{15}S_6\ \underbrace{S_1\cdots S_1}_{15}S_8\ \underbrace{S_1\cdots S_1}_{15}S_6S_{10}\ \underbrace{S_1\cdots S_1}_{15}S_8S_{10}\ \underbrace{S_1\cdots S_1}_{15}S_{12}\underbrace{S_1\cdots S_1}_{18}$$

表示，则子系统 S_1、S_6、S_8、S_{10}、S_{12} 分别发生了 93、2、2、2、1 次. 由定理 3 可知，在控制器 $\boldsymbol{u}(t_k)=\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t_k)$ 的作用下，闭环系统指数稳定，并且具有指数衰减率 $\rho=0.995$.

给定 $\boldsymbol{x}(t_0)=(0.5\quad 0.2)^{\mathrm{T}}$ 为系统(30)的初始状态，仿真结果如图 2、3 所示. 图 2 是发生 DoS 攻击时刻的分布图. 图 3 是 DoS 攻击下的系统状态轨迹图，由于图中角位移 θ 的状态曲线在 DoS 攻击下变化较缓，故选取其中一部分受影响的曲线(小方圈 A 包围的曲线)进行放大. 图 3 中Ⅰ～Ⅲ反映了系统(30)在遭受 DoS 攻击时系统性能的变化情况. 该仿真结果说明了所设计的保性能控制器的有效性.

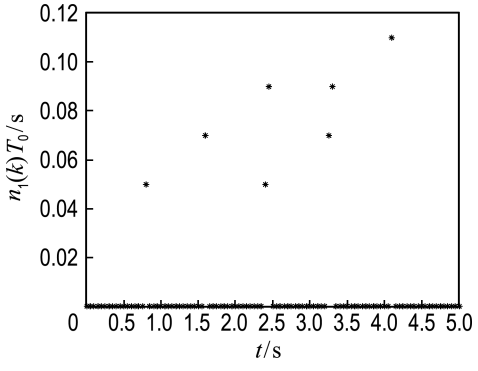

图 2　DoS 攻击分布

Fig. 2　Distribution of DoS attacks

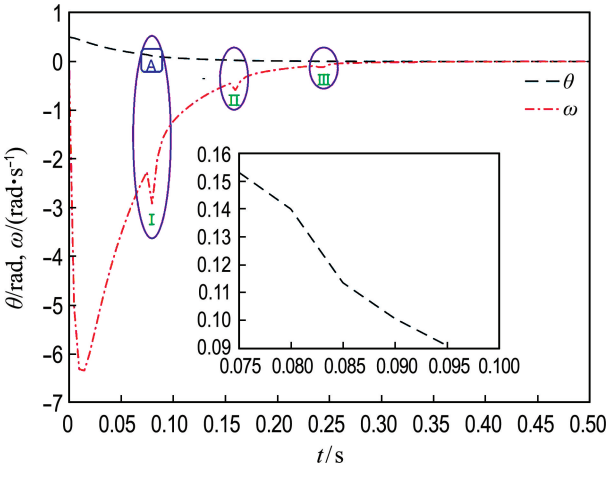

图 3　DoS 攻击下的系统状态轨迹

Fig. 3　State trajectories of the system under DoS attacks

5　结　语

本文同时考虑了短时延和 DoS 攻击对 NCS 性能的影响. 首先，通过重新定义采样时间的处理方法，把 NCS 的短时延和两类 DoS 攻击问题统一建模成同时包含确定和不确定子系统的切换系统模型. 随后，用切换系统的分析方法，给出了本文所考虑的 NCS 指数稳定的充分条件. 进一步，通过给出保性能控制水平，设计了系统的最优保性能控制器. 最后，通过一个仿真示例验证了所设计的保性能控制器的有效性.

参考文献：

[1] OGREN P, FIORELLI E, LEONARD N E. Cooperative control of mobile sensor networks: Adaptive gradient climbing in a distributed environment [J]. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 2004, **49**(8): 1292-1302.

[2] DING X C, POWERS M, EGERSTEDT M, *et al*. Executive decision support: Single-agent control of multiple UAVs [J]. **IEEE Robotics and Automation Magazine**, 2009, **16**(2): 73-81.

[3] ALAM A A, GATTAMI A, JOHANSSON K H. Suboptimal decentralized controller design for chain structures: Applications to vehicle formations [J]. **Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control**, 2011: 6160938.

[4] NILSSON J, BERNHARDSSON B. Analysis of real-time control systems with time delays [J]. **Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control**, 1996, **3**: 3173-3178.

[5] 朱其新. 网络控制系统的建模、分析与控制[D]. 南京：南京航空航天大学，2003.
ZHU Qixin. Modeling, analysis and control of networked control systems [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2003. (in Chinese)

[6] LAKSHMAN T V, MADHOW U. Performance of TCP/IP for networks with high bandwidth-delay products and random loss [J]. **IEEE/ACM Transactions on Networking**, 1997, **5**(3): 336-350.

[7] IASIELLO E. Cyber attack: A dull tool to shape foreign policy [J]. **International Conference on Cyber Conflict, CYCON**, 2013: 6568392.

[8] UMA M, PADMAVATHI G. A survey on various cyber attacks and their classification [J].

International Journal of Network Security, 2013, **15**(5):390-396.

[9] ZHANG Heng, CHENG Peng, WU Junfeng, *et al*. Online deception attack against remote state estimation (IFAC-PapersOnline) [J]. **IFAC Proceedings Volumes**, 2014, **19**:128-133.

[10] YUAN Yuan, SUN Fuchun. Data fusion-based resilient control system under DoS attacks: A game theoretic approach [J]. **International Journal of Control, Automation and Systems**, 2015, **13**(3): 513-520.

[11] DOLK V S, TESI P, DE PERSIS C, *et al*. Output-based event-triggered control systems under Denial-of-Service attacks [J]. **Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control**, 2015:7402972.

[12] LI Y M, VOOS H, DAROUACH M. Robust H_∞ cyber-attacks estimation for control systems [J]. **Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference, CCC 2014**, 2014:6895451.

[13] ROSHANY-YAMCHI S, CYCHOWSKI M, NEGENBORN R R, *et al*. Kalman filter-based distributed predictive control of large-scale multi-rate systems: Application to power networks [J]. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, 2013, **21**(1):27-39.

[14] ZOU Y, CHEN T, LI S. Network-based predictive control of multirate systems [J]. **IET Control Theory and Applications**, 2010, **4**(7):1145-1156.

[15] 张文安. 网络化控制系统的时延与丢包问题研究[D]. 杭州:浙江工业大学, 2010.
ZHANG Wenan. Research on the delay and packet loss issues in networked control systems [D]. Hangzhou: Zhejiang University of Technology, 2010. (in Chinese)

[16] BOYD S, GHAOUI L E, FERON E, *et al*. **Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory** [M]. Philadelphia: SIAM, 1994.

[17] LI Hongbo, CHOW M Y, SUN Zengqi. Optimal stabilizing gain selection for networked control systems with time delays and packet losses [J]. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, 2009, **17**(5):1154-1162.

Guaranteed cost control of networked control systems with short network-induced delays under DoS attacks

HE Shengquan, YU Li*

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: Aiming at Denial-of-Service (DoS) attacks, the stability of networked control systems (NCS) with short network-induced delays is analyzed, and guaranteed cost controller is designed. Firstly, the NCS is modeled as a discrete-time switched system model by redefining the sampling period. The model can unify the short network-induced delays and DoS attacks. Then, with the analysis method of the discrete-time switched systems, a sufficient condition is derived for the concerned NCS to be exponentially stable. Moreover, an optimal guaranteed cost controller is designed at a given guaranteed cost level. Finally, a simulation example is given to show the effectiveness of the result.

Key words: networked control systems(NCS); DoS attacks; short network-induced delays; switched systems; guaranteed cost control